SOLUCIONARIO

ciencias y tecnología

Bruño

bachillerato

Miquel Sauret Hernández
Jacinto Soriano Minnocci

Física y Química

Dirección del proyecto editorial
Antonio Díaz

Coordinación editorial
Estrella Marinas

Edición
M.ª Isabel Siles

Asesor científico
Donato Maraña

Coordinación de preimpresión
Alberto García

Maquetación
MonoComp

Diseño de cubiertas
Cristóbal Gutiérrez

Ilustraciones
Ángel Ovejero, MonoComp

Este libro ha sido elaborado conforme a la legislación vigente en materia educativa y responde a las enseñanzas correspondientes a Bachillerato establecidas en el marco de la Ley Orgánica de Educación.

Este libro corresponde a Bachillerato, materia de Física y Química, y forma parte de los materiales curriculares del proyecto del Grupo Editorial Bruño, S. L.

Juan Ignacio Luca de Tena, 15
28027 Madrid

Impreso en Gráficas Rógar, S. A.
ISBN: 978-84-216-6202-1
Depósito legal: M-24907-2008
Printed in Spain

Química

Física

1 Principios de la Química

1 Cita algunas sustancias químicas de uso común que se suelan comercializar como puras.

El agua destilada, el alcohol etílico, el mercurio, los diamantes, la acetona, y otras sin un grado de pureza extremo como el azufre, el grafito, el oxígeno y el nitrógeno, el dióxido de carbono o la nieve carbónica y muchos metales.

2 Menciona tres cambios físicos y tres cambios químicos que tengan lugar en la vida cotidiana.

Cambios físicos: la trituración de materiales, la fusión o la ebullición son procesos muy comunes desde una cocina a un taller.

Cambios químicos: la combustión, la deshidratación de alimentos (friéndolos por ejemplo) o la coagulación de proteínas (por ejemplo por adición de un ácido a la leche).

3 Menciona cinco elementos que ya se conocían en la Antigüedad clásica.

Aunque entonces se consideraban elementos el aire, el fuego, la tierra y el agua, algunas sustancias que actualmente consideramos elementos ya eran conocidas. Por ejemplo: hierro, cobre, oro, plata, azufre, mercurio y carbón.

4 Cita cinco elementos y cinco compuestos que puedas encontrar en la vida cotidiana.

Elementos: oxígeno, nitrógeno, hierro, oro, plata, azufre, mercurio, etc.

Compuestos: agua, dióxido de carbono, etanol, ácido acético, óxido de hierro, cloruro sódico, ácido clorhídrico, etc.

5 Explica qué consideramos que son, hoy en día, los cuatro elementos de la Antigüedad clásica.

El aire es una mezcla de gases, elementos (oxígeno, nitrógeno, argón) y compuestos (dióxido de carbono, vapor de agua, etc.).

El agua es un compuesto de hidrógeno y oxígeno.

La tierra es una mezcla muy compleja de diversas sustancias: silicatos, óxidos de hierro y de otros metales, materia orgánica, etc.

El fuego es la energía calorífica y lumínica que se desprende en reacciones como las combustiones.

6 Una masa de 40,319 gramos de hidrógeno reacciona con, exactamente, 319,988 g de oxígeno para formar un compuesto muy conocido. Calcula su composición en porcentaje. ¿Cuántos gramos de hidrógeno reaccionará con 500 g de oxígeno?

Los gramos totales del compuesto serán: 40,319 g + 319,988 g = 360,307 g.

Los porcentajes son: $\frac{40{,}319 \text{ g H}}{360{,}307 \text{ g}} \cdot 100 = 11{,}19\ \%\ \text{H}$; $\frac{319{,}988 \text{ g O}}{360{,}307 \text{ g}} \cdot 100 = 88{,}81\ \%\ \text{O}$.

La proporción en que reaccionan es siempre la misma (ley de las proporciones definidas), por tanto, para 500 g de oxígeno, será:

$$500 \text{ g O} \cdot \frac{11{,}19 \text{ g H}}{88{,}81 \text{ g}} = 63 \text{ g H}$$

7 El oro y el cloro forman dos compuestos. En uno, el porcentaje en masa de cloro es de 15,24 % y en el otro es de 35,04 %. Calcula los gramos de oro por gramo de cloro en cada compuesto. Halla la relación entre una y otra cantidad. ¿Se cumple la ley de las proporciones múltiples? ¿Sabes de qué compuestos se trata?

En el primer compuesto: 15,24 % Cl y 84,76 % g Au. Los gramos de Au por gramo de Cl son:

$$\frac{84{,}76 \text{ g Au}}{15{,}24 \text{ g Cl}} = 5{,}56 \ \frac{\text{g Au}}{\text{g Cl}}$$

En el segundo compuesto: 35,04 % Cl y 64,96 % Au. Los gramos de Au por gramo de Cl son:

$$\frac{64{,}96 \text{ g Au}}{35{,}04 \text{ g Cl}} = 1{,}85 \ \frac{\text{g Au}}{\text{g Cl}}$$

La relación entre ambas cantidades es $\frac{5{,}56}{1{,}85} = 3$. Sí se cumple la ley de las proporciones múltiples.

Se trata de los dos cloruros de oro: AuCl, o cloruro de oro (I) y $AuCl_3$, o cloruro de oro (III).

8 Escribe la reacción de formación de amoníaco, NH_3, a partir de los elementos nitrógeno, N_2, e hidrógeno, H_2. Utilízala para explicar el cálculo de volúmenes de gas que intervendrán en la reacción y para comprobar la bondad de la teoría molecular de Avogadro.

$$N_2 + 3\,H_2 \longrightarrow 2\,NH_3$$

Según los datos experimentales de Gay-Lussac y otros científicos:

$$\frac{\text{1 volumen}}{\text{de nitrógeno}} + \frac{\text{3 volúmenes}}{\text{de hidrógeno}} \longrightarrow \frac{\text{2 volúmenes}}{\text{amoníaco}}$$

Esto concuerda con la teoría de Avogadro, pues el mismo número de moles de gas ocupan el mismo volumen si se miden en las mismas condiciones. Por tanto, la relación entre moléculas en la reacción igualada se corresponde con la relación entre volúmenes de gases participantes en la reacción.

9 Escribe tres ejemplos de sustancias que existan en forma de átomos individuales, tres que formen moléculas, tres que formen redes atómicas y tres que formen redes iónicas.

Átomos individuales: todos los gases nobles (helio, He; neón, Ne; argón, Ar; kriptón, Kr; Xenón, Xe y radón, Rn) y los vapores de metales.

Moléculas: hidrógeno, H_2; oxígeno, O_2 y O_3; agua, H_2O; metano, CH_4, etc.

Redes atómicas: carbono, C; silicio, Si; todos los metales (potasio, K; oro, Au; plata, Ag…).

Redes iónicas: cloruro sódico, NaCl; bromuro potásico, KBr; sulfuro de hierro (III), Fe_2S_3; sulfato de cobre (II), $CuSO_4$; etc.

10 Menciona cinco elementos que formen moléculas y cinco elementos que formen redes atómicas.

Forman moléculas: hidrógeno, H_2; oxígeno, O_2; nitrógeno, N_2; flúor, F_2; cloro, Cl_2; bromo, Br_2; yodo, I_2; fósforo, P_4; azufre, S_8; y los gases nobles que forman moléculas monoatómicas.

Forman redes atómicas: el carbono, C; el silicio, Si; y todos los metales: sodio, Na; calcio, Ca; aluminio, Al; hierro, Fe; etc.

11 ¿Cuál es la característica más importante de la materia? ¿Puede medirse esta característica? ¿Cómo?

La masa. Todas las partículas y entidades materiales tienen masa. Sí, se puede medir a partir de la segunda ley de Newton conociendo la aceleración que una determinada fuerza causa en una masa, pero la manera habitual de medir la masa es el uso de balanzas.

12 ¿Cuáles son las ocupaciones principales de la Química como ciencia?

El estudio de la naturaleza de la materia y de sus transformaciones.

13 En los cursos educativos básicos, la Física y la Química se estudian juntas. ¿Son realmente similares estas ciencias? Indica diferencias entre ellas.

La Física no se ocupa de la naturaleza de la materia a no ser por debajo del nivel atómico. La Física estudia y describe todos los cambios que afecten a un sistema siempre que no afecten a su constitución o a la naturaleza de su estructura. La Química, en cambio, se ocupa de la naturaleza de las sustancias y la explica a partir de su composición en átomos de distintos elementos. Además, se ocupa de cómo estos átomos de las sustancias se unen entre ellos y de las características de estas uniones.

14 Indica hasta diez sustancias químicas que sean habituales en nuestros domicilios y de las cuales la gente tenga conciencia de que son sustancias químicas más o menos puras.

Existen muchas pero se pueden citar las siguientes:

- Gases: oxígeno, butano, metano y dióxido de carbono.
- Líquidos: agua, agua oxigenada, alcohol etílico y mercurio.
- Sólidos: hierro, sal (cloruro sódico), azufre, azúcar (sacarosa), diamantes (carbono) y mármol (carbonato cálcico).

15 ¿Cuál es el concepto histórico de sustancia química? ¿Y el concepto actual?

Históricamente, se define sustancia química como aquella de la que no se pueden separar otras sustancias por métodos físicos. Hoy en día se entiende como la constituida por una sola clase de moléculas o de redes atómicas.

16 Enuncia el concepto histórico y el concepto actual de elemento químico.

Históricamente, un elemento era una sustancia que no se podía descomponer en otras sustancias, ya fuera por métodos físicos o químicos. Hoy en día se entiende como la sustancia constituida por una sola clase de moléculas o de redes atómicas.

17 Cita diez elementos químicos indicando dónde acostumbran a encontrarse en la naturaleza y si lo hacen en forma de elementos o de compuestos.

El hidrógeno puede encontrarse en el agua, H_2O, que es un compuesto. El oxígeno, en el aire como elemento, O_2, y en el agua, H_2O, como compuesto. El nitrógeno, en el aire como elemento, N_2. El carbono, en los diamantes y en el grafito como elemento, C, y en las rocas calcáreas como compuesto, $CaCO_3$; y también en toda la materia orgánica. El silicio, como compuesto en forma de sílice, SiO_2. El aluminio, en forma de compuesto en la bauxita u óxido de aluminio, Al_2O_3. El hierro, en forma de compuesto, por ejemplo en la hematita, Fe_2O_3, y en la pirita, FeS_2. El azufre, como elemento, S_8, en las emanaciones volcánicas y, como compuesto, en la pirita, FeS_2. El cobre, como elemento en forma nativa, Cu, y como compuesto en cuprita, Cu_2O, entre otros. El plomo, como compuesto en la galena, PbS.

18 Menciona tres elementos químicos que se suelan encontrar como tales en la naturaleza e indica dónde pueden hallarse.

En el aire, un 21 % es oxígeno, O_2, y un 78 % es nitrógeno, N_2. El oro y la plata también acostumbran a encontrarse en forma elemental en las minas o en foma de «pepitas» en arenas de ríos que hayan pasado por yacimientos de estos metales y los hayan arrastrado.

19 Decide cuál de los siguientes líquidos es una mezcla y cuál una sustancia química: agua, vino, etanol, mercurio, tinta, leche y aceite de oliva.

Mezclas: vino, tinta, leche y aceite de oliva. Sustancias químicas: agua, etanol y mercurio.

20 Clasifica en mezclas o sustancias químicas los siguientes sólidos: azúcar, hormigón, vidrio, bronce, arena, granito y latón.

Mezclas: hormigón, bronce, granito, latón y arena. Sustancias químicas: azúcar y vidrio.

21 Clasifica en mezclas o sustancias químicas los siguiente gases: aire, neón, gas natural, oxígeno, hidrógeno, vapor de agua y butano.

Mezclas: aire y gas natural. Sustancias químicas: neón, oxígeno, hidrógeno, vapor de agua y butano.

22 Explica cómo separarías las siguientes mezclas:

a) Agua y sal.

b) Agua y arenilla.

c) Cera y arena.

d) Limaduras de hierro y serrín.

e) Agua y alcohol.

a) Por evaporación. **b)** Por reposo y posterior decantación. **c)** Calentando hasta conseguir la fusión de la cera y posterior decantación. **d)** Mediante un imán. **e)** Por destilación.

23 Pon dos ejemplos de mezclas líquidas que, en procesos de importancia industrial, se separen por destilación.

En la destilación del petróleo se separan los distintos componentes como gasolinas, gasóleos, querosenos, etc.

En la destilación del vino, se separa el alcohol de la mezcla hidroalcohólica.

24 Menciona dos procesos en los que se suela usar la separación de mezclas por reposo y decantación.

Es bien conocida la decantación de arenas de ríos auríferos para separar las pepitas de oro.

Otro proceso de reposo y decantación es el paso previo a la depuración de aguas residuales donde se depositan las partículas en suspensión.

25 Clasifica como homogéneas o heterogéneas las siguientes mezclas: agua marina, agua turbia de barro, hormigón, humo, aire, mahonesa, leche, arena y acero.

Mezclas homogéneas: agua marina, aire, mahonesa, leche, arena y acero.

Mezclas heterogéneas: agua turbia, hormigón y humo.

26 Pon tres ejemplos de mezclas sólidas homogéneas y otros tres de heterogéneas.

Mezclas homogéneas: acero, bronce y latón.

Mezclas heterogéneas: granito, hormigón y arena.

27 Cita tres ejemplos de mezclas líquidas homogéneas y otros tres de heterogéneas.

Mezclas homogéneas: agua salada, leche y tinta.

Mezclas heterogéneas: agua turbia, aceite y agua, gelatina y mantequilla.

28 Pon tres ejemplos de mezclas gaseosas homogéneas y tres de heterogéneas.

Mezclas homogéneas: gas natural, aire y cloroformo con oxígeno.

Mezclas heterogéneas: humo, niebla y grisú o gas de las minas.

29 ¿Para mezclar dos sustancias, ambas deben estar en el mismo estado físico? Pon ejemplos.

No. Por ejemplo, cuando mezclamos agua (líquida) con sal (sólido) o cuando mezclamos aire (gas) con agua (líquido).

30 Califica como ciertas o falsas las siguientes afirmaciones. Explica por qué lo has hecho y pon ejemplos:

a) Cuando se mezclan dos sustancias, ambas deben tener la misma temperatura.

b) Para mezclar bien dos sustancias, la proporción entre ellas ha de ser siempre mitad y mitad.

c) Una mezcla tiene unas propiedades derivadas de las de sus componentes.

d) El estado físico de la mezcla viene marcado por uno de los componentes.

a) Falsa. Podemos mezclar agua a 20 °C con agua a 80 °C, o cualquier otra temperatura. Al final de la mezcla sí se igualarán las temperaturas, pero no es necesario de partida.

b) Falsa. Una de las propiedades de las mezclas es no depender de las proporciones. Se puede añadir una cucharadita de sal a 10 L de agua y se mezclan perfectamente.

c) Cierta. Las mezclas no son sustancias químicas nuevas. Sus propiedades son las de sus componentes. Por ejemplo, la disolución de sulfato de cobre en agua tiene color azul porque también lo tiene el sulfato de cobre.

d) Cierta. Acostumbra a ser el componente mayoritario. Por ejemplo, la disolución de agua en sal es líquida, como el agua, que es el componente mayoritario.

31 Explica por qué es conveniente triturar los sólidos como paso previo a cualquier proceso de mezcla.

Porque se facilita el proceso de interposición entre las partículas de un componente y del otro. Cuanto más desmenuzados estén los sólidos que se van a mezclar, más se asemejan al estado líquido o al gaseoso que son los que permiten mejor la mezcla.

32 Cita diferencias en los procesos de preparación de una mezcla y de un compuesto químico.

En la formación de una mezcla:

- No importan las proporciones.
- No se libera o absorbe prácticamente energía.
- La mezcla tiene propiedades de los componentes.

En la formación de un compuesto químico:

- Las sustancias intervienen siempre en proporciones fijas.
- El proceso implica importantes cantidades de energía.
- Un compuesto tiene propiedades diferentes de las de sus elementos.

33 ¿Cómo diferenciarías un elemento de un compuesto?

Un elemento no se descompone en otras sustancias, ni por medios físicos ni por medios químicos.

34 Menciona diez elementos que puedan encontrarse con facilidad en nuestras casas o en el comercio.

Oxígeno, nitrógeno y argón (en el aire); hierro, azufre, carbono (en el grafito de los lápices o en diamantes); mercurio (en los termómetros y en el vapor de los fluorescentes); cobre y plomo (en las tuberías); plata y oro (en las joyas) y estaño (en el hilo de soldadura eléctrica).

35 Cita diez compuestos que, a temperatura ambiente, sean gaseosos.

Dióxido de carbono (CO_2), monóxido de carbono (CO), óxido de nitrógeno (III) (N_2O_3), óxido de nitrógeno (V) (N_2O_5), óxido sulfuroso (SO_2), óxido sulfúrico (SO_3), metano (CH_4), etano (C_2H_6), propano (C_3H_8) y butano (C_4H_{10}).

36 Menciona diez compuestos que, a temperatura ambiente, sean líquidos.

Agua, agua oxigenada, octano, acetona, metanol, etanol, propanol, glicerina, ácido etanoico y ácido sulfúrico.

37 Cita diez compuestos que, a temperatura ambiente, sean sólidos.

Óxido de hierro, sacarosa (azúcar), cloruro sódico (sal), carbonato cálcico (mármol), óxido de sílice (arena), hidróxido sódico (sosa cáustica), hidróxido potásico (potasa cáustica), sulfato de cobre (vitriolo azul), sulfato de hierro (vitriolo verde), carburo cálcico (carburo) y sulfuro de hierro (pirita).

38 ¿Qué elementos se obtienen por descomposición de?:

a) Agua.

b) Metano.

c) Dióxido de carbono.

d) Glucosa.

a) Hidrógeno (H_2) y oxígeno (O_2). **b)** Carbono (C) e hidrógeno (H_2). **c)** Carbono (C) y oxígeno (O_2). **d)** Carbono(C), oxígeno (O_2) e hidrógeno (H_2).

39 ¿Qué compuesto se puede obtener con oxígeno y carbono? ¿Se puede obtener más de uno? ¿Por qué?

Se pueden obtener dos compuestos que son los dos óxidos de carbono, donde el carbono actúa con las dos únicas valencias que posee: CO, monóxido de carbono u óxido de carbono (II) y, CO_2, dióxido de carbono u óxido de carbono (IV):

$$2\ C + O_2 \rightarrow 2\ CO \qquad C + O_2 \rightarrow CO_2$$

40 Una mezcla de limaduras de hierro y azufre en polvo, se convierte en el compuesto sulfuro ferroso al calentar. ¿Por qué es necesario calentar y la formación del compuesto no ocurre en la mezcla a temperatura ambiente?

$$Fe + S \rightarrow FeS$$

Porque el calor aporta la energía para romper los enlaces entre los átomos de hierro y entre los átomos de azufre, para que luego puedan combinarse entre ellos.

41 Enuncia la ley de Lavoisier. Valora la importancia de esta ley en el desarrollo de la Química.

A lo largo de una reacción química, la masa total se conserva. O sea, la suma de las masas de los reactivos es igual a la suma de las masas de los productos. Esta ley es la base y el punto de partida de toda la ciencia química. A partir de ella, la química pasó a ser una ciencia cuantitativa donde los experimentos permitían dictaminar leyes sobre el comportamiento de las reacciones químicas.

42 En un recipiente hermético se encierran 100 g de alcohol, 150 g de oxígeno y 30 g de neón. Se hace saltar una chispa eléctrica en el interior. ¿Qué sustancias químicas podemos esperar encontrar al final de la reacción? ¿Cuál será la masa sumada de todas las sustancias químicas al final de la reacción?

El neón es un gas noble que no reaccionará con ninguna de las otras sustancias, pero el alcohol y el oxígeno sí que reaccionarán:

$$CH_3CH_2OH + 3\ O_2 \rightarrow 2\ CO_2 + 3\ H_2O$$

El número de moles de alcohol es: $\frac{100\ g\ C_2H_6O}{46{,}00802} = 2{,}17$ mol C_2H_6O.

El número de moles de oxígeno es: $\frac{150\ g\ C_2H_6O}{31{,}9988} = 4{,}69$ mol O_2.

De la comparación de estas dos cantidades se deduce que el etanol no se consumirá totalmente pues según la estequiometría de la reacción, cada mol de etanol necesita 3 moles de O_2. Los 2,17 moles de C_2H_6O necesitan: $3 \cdot 2{,}17 = 6{,}51$ moles de O_2; pero solo se dispone de 4,69.

Visto lo anterior, al final de la reacción se encontrará: CH_3CH_2OH sobrante, CO_2 y H_2O.

La masa de las sustancias finales ha de ser igual a la suma de las masas de las iniciales.

O sea: 100g + 150 g + 30 g = 280 g.

43 Para quemar 18 g de metano, se han empleado exactamente 64 g de oxígeno. Al final de la reacción, se ha producido agua y dióxido de carbono. El agua se ha condensado en forma líquida y se le mide una masa de 36 g, pero el dióxido de carbono ha escapado del recipiente de reacción. Calcula la masa de dióxido de carbono que ha escapado del recipiente.

$$CH_4 + 2\ O_2 \rightarrow CO_2 + 2\ H_2O$$

La suma de las masas iniciales es: 18 g CH_4 + 64 g O_2 = 82 g.

La suma de las masas finales ha de ser también 82 g. Si la masa de agua es 36 g, la masa de CO_2 será: 82 g – 36 g = 46 g.

44 Unas finas limaduras de hierro se han pesado y tienen una masa de 11,68 g. Dejadas en una bandeja abierta, al cabo de unos días se vuelven a pesar y tienen una masa de 16,70 g. ¿A qué se debe este aumento de masa? ¿Se puede recuperar el hierro inicial con su misma masa?

Al dejar el hierro a la intemperie se ha oxidado con el oxígeno del aire y se ha formado óxido de hierro. El aumento de masa corresponde al oxígeno que se ha incorporado para formar el compuesto. Para recuperar el hierro puro inicial, se debe «desoxidar» el óxido de hierro. Esta reacción química es la que se realiza en siderurgia para obtener hierro a partir de compuestos como sus óxidos. Se conoce como «reducción» porque, efectivamente, la masa de la sustancia se reduce al perder el oxígeno.

45 Enuncia la ley de Proust de las proporciones definidas. Explica cómo podrías comprobarla experimentalmente.

Cuando dos elementos se combinan para formar un compuesto, lo hacen siempre en la misma relación de masas.

Para probar esta ley, se debe probar la reacción de dos elementos para formar un compuesto. Se prueban diversas proporciones entre ambos elementos y se miden tanto las cantidades de compuesto formado como las cantidades residuales de uno u otro elemento. Quedará patente que siempre que las proporciones entre los elementos reactivos no sean las adecuadas sobrará uno de los dos, el que esté en exceso.

46 Cuando se hacen reaccionar 10 g de carbón finamente molido con oxígeno, se consumen exactamente 26,67 g de este gas. Calcula las cantidades necesarias de oxígeno para reaccionar con 23 g y con 65 g de carbón.

$$C + O_2 \rightarrow CO_2$$

10 g de carbono reaccionan con 26,67 g oxígeno. Aplicando la ley de las proporciones definidas a las otras cantidades de carbón se obtiene:

$$23\text{ g} \cdot \frac{26{,}67\text{ g } O_2}{10\text{ g C}} = 61{,}341\text{ g } O_2;\ 65\text{ g} \cdot \frac{26{,}67\text{ g } O_2}{10\text{ g C}} = 173{,}36\text{ g } O_2$$

47 En la misma reacción de la actividad anterior, se quiere averiguar qué cantidad de polvo de carbón se necesitará para consumir totalmente el oxígeno contenido en 100 g de aire. (Dato: el aire tiene un 23,08% en masa de oxigeno).

$$C + O_2 \rightarrow CO_2$$

Según la actividad anterior, 10 g de carbono reaccionan con 26,67 g de oxígeno. Por tanto, para consumir 23,08 g de oxígeno, se necesitarán:

$$23{,}08\text{ g } O_2 \cdot \frac{10\text{ g C}}{26{,}67\text{ g } O_2} = 8{,}65\text{ g C}$$

48 Una masa de 1,009 g de oxígeno se combina exactamente con 1,5340 g de magnesio. Calcula la masa de ambos elementos que se debe hacer reaccionar para obtener exactamente 141,167 g de óxido de magnesio.

1,009 g de oxígeno y 1,5340 g de magnesio formarán 2,543 g de óxido de magnesio. Por tanto, las proporciones entre cada reactivo y el producto formado son:

$$\frac{1{,}009 \text{ oxígeno}}{2{,}543 \text{ g óxido de magnesio}}; \frac{1{,}534 \text{ g magnesio}}{2{,}543 \text{ g óxido de magnesio}}$$

$$\frac{1{,}009 \text{ oxígeno}}{2{,}543 \text{ g óxido de magnesio}} \cdot 141{,}167 \text{ g de óxido de magnesio} = 56{,}012 \text{ g oxígeno}$$

$$\frac{1{,}534 \text{ g magnesio}}{2{,}543 \text{ g óxido de magnesio}} \cdot 141{,}167 \text{ g de óxido de magnesio} = 85{,}155 \text{ g magnesio}$$

49 Una masa de 53,962 g de aluminio forma, por oxidación, 101,96 g de óxido de aluminio. Calcula la cantidad de oxígeno que se necesitará para oxidar completamente 100 g de aluminio.

La masa de oxígeno que reacciona con 53,962 g de aluminio es:

$$101{,}96 \text{ g de óxido de aluminio} - 53{,}962 \text{ g de aluminio} = 47{,}998 \text{ g oxígeno}$$

Para oxidar 100 g de aluminio:

$$100 \text{ g aluminio} \cdot \frac{47{,}998 \text{ g oxígeno}}{53{,}962 \text{ g de aluminio}} = 88{,}948 \text{ g oxígeno}$$

50 Enuncia y explica con un ejemplo la ley de las proporciones múltiples.

Si una misma cantidad de un elemento reacciona con masas distintas de otro elemento formado distintos compuestos, entonces estas masas del otro elemento están en una relación de números sencillos entre sí.

Un ejemplo lo ofrecen todos aquellos elementos que pueden actuar con más de una valencia. Por ejemplo, el oxígeno y el carbono pueden formar dos compuestos, el monóxido y el dióxido de carbono. En el primero, 12,0107 g de carbono reaccionan con 15,9994 g de oxígeno. En el segundo compuesto, 12,0107 g de carbono reaccionan con 31,9988 g de oxígeno.

51 Se analizan dos compuestos distintos de cloro y hierro. Uno de ellos contiene un 55,95 % de cloro, mientras que el otro contiene un 65,57 %, también en masa del mismo elemento. Explica estas cifras a la luz de la ley de las proporciones múltiples.

En el primer compuesto: $\frac{55{,}95 \text{ g Cl}}{44{,}05 \text{ g Fe}} = 1{,}27 \frac{\text{g Cl}}{\text{g Fe}}$.

En el segundo compuesto: $\frac{65{,}57 \text{ g Cl}}{34{,}43 \text{ g Fe}} = 1{,}90 \frac{\text{g Cl}}{\text{g Fe}}$.

Dividiendo la proporción del segundo compuesto por la del primero: $\frac{1{,}90}{1{,}27} = 1{,}5$; que es igual a $\frac{3}{2}$, que es una proporción de números sencillos como predice la ley de las proporciones múltiples.

52 Se conocen tres óxidos de nitrógeno distintos que, una vez analizados, muestran unos porcentajes de nitrógeno del 65,57%, 46,68% y 30,45 %. Demuestra que estos datos se ajustan a la ley de las proporciones múltiples.

En el primer compuesto: $\frac{65{,}57 \text{ g N}}{34{,}43 \text{ g O}} = 1{,}904 \frac{\text{g N}}{\text{g O}}$.

En el segundo compuesto: $\frac{46{,}68 \text{ g N}}{53{,}32 \text{ g O}} = 0{,}875 \frac{\text{g N}}{\text{g O}}$.

En el tercer compuesto: $\frac{30{,}45 \text{ g N}}{69{,}55 \text{ g O}} = 0{,}438 \frac{\text{g N}}{\text{g O}}$.

$\frac{0{,}438}{0{,}875} = 0{,}5 = \frac{1}{2}$. Que es una relación de números sencillos, de acuerdo con la ley de las proporciones múltiples.

Los otros cocientes son: $\frac{1{,}904}{0{,}438} = 4{,}347$ y $\frac{1{,}904}{0{,}875} = 2{,}18$; que si se dividen el uno por el otro se obtiene: $\frac{4{,}347}{2{,}18} = 2$.

53 Se analizan dos óxidos de cromo distintos. En 4,702 g del primero, se encuentran 2,446 g de cromo, mientras que en 6,056 g del segundo se encuentran 4,144 g de cromo. Averigua si estos datos se adaptan o no a la ley de las proporciones múltiples.

El porcentaje de cromo en el primer compuesto es: $\frac{2{,}446}{4{,}702} = 0{,}52020$.

El porcentaje de cromo en el segundo compuesto es: $\frac{4{,}144}{6{,}056} = 0{,}68428$.

Dividiendo ambos porcentajes se obtiene: $\frac{0{,}52020}{0{,}68428} = 0{,}76 \approx \frac{3}{4}$; que se adapta a lo que predice la ley de las proporciones múltiples.

54 Explica la ley de las proporciones recíprocas. Pon un ejemplo.

Las masas de distintos elementos que se combinan con igual masa de otro elemento son iguales a las masas con que aquellos se combinan entre sí y, si no iguales, son múltiplos o submúltiplos sencillos.

55 Un cloruro de cinc contiene un 47,97 % de cinc, un óxido de cinc contiene un 80,34 % de cinc y un óxido de cloro contiene un 81,59 % de cloro. Demuestra que estos porcentajes se ajustan a las predicciones de la ley de las proporciones recíprocas.

En el cloruro de cinc, 47,97 % de cinc y 52,03 % de cloro. Los gramos de cloro por gramo de cinc son:

$$\frac{52{,}03 \text{ g Cl}}{47{,}97 \text{ g Zn}} = 1{,}0846$$

En el óxido de cinc, 80,34 % de cinc y 19,66 % de oxígeno. Los gramos de oxígeno por gramo de cinc son:

$$\frac{19{,}66 \text{ g Cl}}{80{,}34 \text{ g Zn}} = 0{,}2447 \frac{\text{g O}}{\text{g Zn}}$$

Si se efectúa el cociente entre las dos proporciones anteriores se obtiene:

$$\frac{1{,}0846 \text{ g Cl}}{0{,}24476 \text{ g O}} = 4{,}43 \frac{\text{g Cl}}{\text{g O}}$$

En el óxido de cloro: 81,59 % de cloro y 18,41 % de oxígeno. Si se dividen estos porcentajes, se obtiene la misma proporción:

$$\frac{81{,}59 \text{ g Cl}}{18{,}\ 41 \text{ g O}} = 4{,}43 \frac{\text{g Cl}}{\text{g O}}$$

56 Con tres elementos desconocidos, A, B y C, se forman tres compuestos. En 6,6 g del compuesto formado por A y B se encuentran 2,4 g de A. En 4,41 g del segundo compuesto formado por A y C se encuentran 3,01 g de C. Finalmente, en 3,9 g del compuesto formado por B y C se encuentran 1,75 g de B. Calcula los porcentajes de cada elemento en cada compuesto y demuestra que estos datos cumplen la ley de las proporciones recíprocas.

En el compuesto AB hay 2,4 g de A y 4,2 g de B. Los gramos de B por gramo de A son:

$$\frac{4{,}2 \text{ g B}}{2{,}4 \text{ g A}} = 1{,}75 \frac{\text{g B}}{\text{g A}}$$

En el compuesto AC hay 1,4 g de A y 3,01 g de C. Los gramos de C por gramo de A son:

$$\frac{3{,}01 \text{ g C}}{1{,}4 \text{ g A}} = 2{,}15 \frac{\text{g C}}{\text{g A}}$$

Si se efectúa el cociente entre las dos proporciones anteriores se obtiene:

$$\frac{1{,}75 \text{ g B}}{2{,}15 \text{ g C}} = 0{,}814 \frac{\text{g B}}{\text{g C}}$$

En el compuesto BC hay 1,75 % de B y 2,15 % de C. Si se dividen estos porcentajes, se obtiene la misma proporción:

$$\frac{1{,}75 \text{ g B}}{2{,}15 \text{ g C}} = 0{,}814 \frac{\text{g B}}{\text{g C}}$$

57 Enuncia la ley de los volúmenes de combinación y explica en qué reacciones se demostró útil. Opina también sobre si hace relación al volumen de cualquier sustancia que interviene en una reacción o si su aplicación es restringida.

Los volúmenes de los gases que intervienen en una reacción química están en una relación sencilla de números enteros.

Evidentemente, se refiere solo al volumen de sustancias gaseosas. No se aplica a líquidos y sólidos.

58 Para ilustrar la ley de los volúmenes de combinación, calcula las relaciones entre volúmenes de gases participantes en las reacciones que se describen a continuación. Los volúmenes han sido medidos en las mismas condiciones de presión y temperatura.

a) 125 cm^3 oxígeno + 250 cm^3 hidrógeno = 250 cm^3 agua.

b) 75 cm^3 nitrógeno + 75 cm^3 oxígeno = 150 cm^3 óxido nítrico.

c) 45 cm^3 nitrógeno + 135 cm^3 hidrógeno = 90 cm^3 amoníaco.

d) 10 cm^3 hidrógeno + 10 cm^3 cloro = 20 cm^3 cloruro de hidrógeno.

a) La relación es:

1 volumen de oxígeno + 2 volúmenes de hidrógeno = 2 volúmenes de agua

b) La relación es:

1 volumen de nitrógeno + 1 volumen de hidrógeno = 2 volúmenes de óxido nitroso

c) La relación es:

1 volumen de nitrógeno + 3 volúmenes de hidrógeno = 2 volúmenes de amoníaco

d) La relación es:

1 volumen de hidrógeno + 1 volumen de cloro = 2 volúmenes de cloruro de hidrógeno

59 En la reacción de obtención de amoníaco a partir de nitrógeno y hidrógeno, la reacción total de 250 cm^3 de nitrógeno necesita de 750 cm^3 de hidrógeno y se obtienen 500 cm^3 de amoníaco. Calcula la cantidad de nitrógeno y de hidrógeno que se necesitará para obtener 25 L de amoníaco, medidos en las mismas condiciones.

$$\begin{array}{ccc} N_2 & + \; 3\,H_2 \rightarrow & 2\,NH_3 \\ 250 \text{ cm}^3 & 750 \text{ cm}^3 & 500 \text{ cm}^3 \\ x & y & 25 \text{ L} \end{array}$$

Sean x e y los volúmenes que originarán 25 L de amoníaco. Se hallan aplicando la proporción indicada en el enunciado:

$$x = 25 \text{ L amoníaco} \cdot \frac{0{,}250 \text{ L nitrógeno}}{0{,}5 \text{ L amoníaco}} = 12{,}50 \text{ L nitrógeno}$$

$$y = 25 \text{ L amoníaco} \cdot \frac{0{,}750 \text{ L hidrógeno}}{0{,}5 \text{ L amoníaco}} = 37{,}50 \text{ L hidrógeno}$$

60 Enuncia la teoría atómica de Dalton.

La teoría consta de una serie de afirmaciones:

- La materia está formada por átomos que son unidades muy pequeñas, indivisibles e inalterables de materia.
- Los átomos que forman un elemento son todos iguales, tienen la misma masa y las mismas propiedades.
- Los átomos de elementos distintos se diferencian porque tienen distinta masa y distintas propiedades.
- Los átomos de las sustancias compuestas puras son también todos ellos iguales en masa y propiedades.
- Los átomos de estos compuestos se forman por unión de los átomos de los elementos en una relación numérica constante y sencilla.

61 ¿Qué diferencias hay entre los átomos definidos por Dalton y los átomos de filósofos griegos, como Demócrito?

El átomo de Dalton es una entidad material, concreta, con unas dimensiones y unas propiedades. Dalton la postula como parte que integra los distintos elementos y compuestos.

El átomo de Demócrito y otros filósofos griegos era un concepto filosófico, teórico. No intentaban explicar cómo se formaban las sustancias, sino si la materia era divisible hasta el infinito o no.

62 Cita tres diferencias entre el concepto de átomo enunciado por Dalton y el concepto actual de átomo.

- Dalton consideraba a los átomos indivisibles. Los átomos se pueden dividir en partículas como electrones, protones y neutrones.
- Dalton creía que los compuestos estaban también formados por átomos específicos de cada sustancia pero, en realidad, están formados por moléculas que son asociaciones de átomos.
- Para Dalton, todos los átomos de un mismo elemento son iguales, pero hay átomos del mismo elemento que difieren en la masa (isótopos).

63 Explica la ley de las proporciones múltiples mediante la teoría atómica de Dalton.

Si dos elementos se unen para formar compuestos distintos, se encuentra que las proporciones entre sus masas tienen más de un valor. Esto es porque sus átomos se unen en relaciones numéricas diferentes. Por ejemplo, si un átomo de un elemento A se une con uno de un elemento B, pero también puede unirse con dos átomos del elemento B, se encontrará que la masa de B en el segundo compuesto (AB_2), y la masa de B en el primer compuesto (AB) están en la relación 2:1. Por tanto, las masas de un mismo elemento que se combinan con la misma masa de un segundo compuesto han de estar en relación de números sencillos.

64 Explica la ley de las proporciones recíprocas a la luz de la teoría atómica de Dalton.

Las masas de distintos elementos que se unen con una masa fija de un elemento dado están en relación sencilla porque son múltiplos de sus masas atómicas y los átomos de los elementos se unen entre sí en relaciones atómicas diferentes pero sencillas, como 1:2, 1:3, 3:3, etc.

65 ¿Por qué la teoría de Dalton no puede dar una interpretación de la ley de los volúmenes de combinación?

Porque Dalton no se había dado cuenta de que las moléculas de los gases de los elementos con los que experimentaba eran diatómicas. Por ejemplo, cuando un volumen de oxígeno se une con un volumen de nitrógeno para dar oxido nítrico, experimentalmente se encuentra que se producen dos volúmenes de este último pero Dalton predecía uno solo, pues entendía que un átomo de oxígeno y un átomo de nitrógeno engendraban un átomo de óxido nítrico.

66 ¿Qué aspectos de la teoría de Dalton son válidos en la actualidad?

La teoría de Dalton fue superada pero fue un paso decisivo en la construcción de un modelo de la materia. Todavía consideramos cierto que:

- La materia está formada por átomos que son unidades muy pequeñas, indivisibles e inalterables de materia.
- Los átomos de elementos distintos se diferencian porque tienen distinta masa y distintas propiedades.

67 ¿Cuál es la principal modificación de Avogadro a la teoría atómica de Dalton?

La introducción del concepto de molécula como última partícula que conserva las propiedades de las sustancias. Las moléculas, según Avogadro, están formadas por átomos y, durante las reacciones químicas, estos átomos se reordenan en nuevas moléculas.

68 ¿Por qué la teoría de Avogadro tiene especial aplicación en las reacciones entre sustancias gaseosas?

Porque los gases están todos ellos constituidos por moléculas individuales. En cambio, en redes atómicas sólidas, sean metálicas, covalentes o iónicas, el concepto de molécula no tiene aplicación.

69 Explica la reacción de formación de amoníaco a partir de nitrógeno e hidrógeno según la teoría atómica de Dalton y según la teoría molecular de Avogadro.

Según Dalton: 1 átomo de N + 3 átomos de H $\rightarrow$ 1 átomo de amoníaco.

Según Avogadro: 1 molécula N_2 + 3 moléculas H_2 $\rightarrow$ 2 moléculas NH_3.

70 Explica la oxidación de monóxido de carbono con oxígeno hasta dar dióxido de carbono a partir de la teoría de Dalton y a partir de la teoría de Avogadro.

Según Dalton: 1 átomo de C + 1 átomo de O $\rightarrow$ 1 átomo de monóxido de carbono.

Según Avogadro: 2 átomos-molécula C + 1 molécula O_2 $\rightarrow$ 2 moléculas CO.

71 Según Dalton, los átomos de los elementos eran todos iguales entre sí y distintos de los átomos de otros elementos. ¿Qué hay de cierto y qué hay de falso en esta afirmación, teniendo en cuenta los conocimientos actuales?

Es cierto que los átomos de un elemento son distintos de los átomos de otro elemento. Concretamente difieren en el número de protones del núcleo y de electrones de la corteza, número que es el llamado número atómico y que es característico de cada elemento. Pero también es cierto que los átomos de un mismo elemento no son todos iguales entre si sino que se presentan átomos con igual número de protones pero con distinto número de neutrones que se conocen como isótopos.

72 ¿Qué entendía Dalton por átomos de un compuesto? ¿Cuántos átomos distintos podían existir, según Dalton?

Aquello que Dalton designaba como átomos de un compuesto son, en realidad, moléculas o redes de más de un elemento. Si los compuestos estuviesen realmente formados por átomos específicos tal y como Dalton pretendía, el número de átomos sería prácticamente infinito, pues, además de los átomos de los elementos habría tantos más como compuestos existen o pueden existir.

73 Explica razonadamente la organización del agua en sus tres estados físicos.

En estado de vapor el agua está formada por moléculas individuales, H_2O, separadas entre sí, y que pueden moverse libremente.

En estado líquido, estas moléculas están en contacto unas con otras, unidas por puentes de hidrógeno debidos a la polaridad de los enlaces O—H. A pesar de ello, la agitación molecular debida a la temperatura les permite moverse unas respecto a otras.

En estado sólido, la agitación molecular es insuficiente para vencer las fuerzas de unión de los puentes de hidrógeno, y las moléculas de agua fijan sus posiciones formando una red molecular que puede ser ordenada si el proceso de solidificación ha sido suficientemente lento para permitir la ordenación progresiva de las moléculas.

74 ¿Cómo se organiza el cobre en estado sólido, líquido y vapor?

El cobre en estado sólido está formado por una red atómica de átomos de cobre unidos mediante enlace metálico. En estado líquido, la rigidez de la unión del sólido se ha roto y los átomos de cobre se pueden mover unos respecto a otros pero continúan en contacto. En estado de vapor, los átomos de cobre tienen existencia individual y separados unos de otros, como corresponde a un gas.

75 Define átomo y molécula según nuestros conocimientos actuales.

Un átomo es una organización de partículas constituida por un núcleo de protones y neutrones (con un número aproximadamente igual) y un conjunto de electrones moviéndose alrededor de este núcleo. De modo que el número de electrones iguala al de protones del núcleo y el conjunto del átomo resulta eléctricamente neutro.

Una molécula es una asociación discreta de átomos del mismo, o de distintos elementos, de modo que siempre se da la misma asociación: el mismo número y tipo de átomos y el mismo ordenamiento y disposición en su unión.

76 Une con flechas los nombres de las siguientes sustancias con los de la organización material que les corresponda:

a) Nitrógeno (N_2)	**1)** Red molecular amorfa
b) Agua (H_2O)	**2)** Red molecular cristalina
c) Diamante (C)	**3)** Átomos individuales
d) Cobre (Cu)	**4)** Red de iones
e) Sal común (NaCl)	**5)** Moléculas diatómicas
f) Neón (Ne)	**6)** Red atómica
g) Hielo	**7)** Red atómica cristalina
h) PVC	**8)** Sustancia molecular

77 ¿Cuál es el número mínimo de átomos que debe integrar una molécula? ¿Y el máximo?

El mínimo es un átomo. Por ejemplo, las moléculas de los gases nobles son monoatómicas: He, Ne, Ar, etc.

No existe un máximo teórico pues siempre es posible cuando menos «pensar» en una molécula con un átomo más. Entre las moléculas de muy elevado número de átomos están los polímeros artificiales, o los naturales como las moléculas de ADN.

78 Cita las partículas elementales que se consideran como tales en la actualidad. ¿Han sido siempre las mismas?

Hoy se consideran partículas elementales a los quarks y a los leptones. No han sido siempre las mismas, por ejemplo, los protones y los neutrones se consideraron partículas elementales durante mucho tiempo pero se ha demostrado que están formadas por quarks.

79 Pon tres ejemplos de:

a) Partícula elemental.

b) Ión.

c) Átomo.

d) Molécula.

a) Electrón, neutrino, quark up.

b) Ión cloruro, Cl^-; ión sodio, Na^+; ión sulfato, SO_4^{2-}.

c) Helio, He; sodio, Na; plomo, Pb.

d) Moléculas: agua, H_2O; amoníaco, NH_3; butano, C_4H_{10}.

80 ¿Una molécula puede tener más átomos y ser mayor que un cristal? Arguméntalo con ejemplos.

Sí. Un cristal es una agrupación de un número grande e indeterminado de átomos. Pero puede ser un cristal pequeño y sigue manteniendo la estructura como tal. Por otro lado, existen macromoléculas, como el ADN o algunos polímeros sintéticos, cuyas cadenas tienen un elevadísimo número de átomos y es posible que superen a los de un pequeño cristal. Por ejemplo, el ADN del cromosoma 1 del genoma humano tiene un número de átomos superior a 11 000 millones. En un microcristal de oro de 10^{-12} g, el número de átomos será menor.

81 ¿Crees que un átomo puede ser mayor que una molécula? ¿Por qué? Pon ejemplos.

Sí porque hay una gran diferencia de tamaños entre los primeros átomos de la tabla periódica y los últimos. Eligiendo moléculas de átomos pequeños y átomos de los mayores de la tabla, se puede dar la aparente paradoja. Por ejemplo:

- El átomo de yodo, I, tiene un radio atómico de $140 \cdot 10^{-12}$ m.
- La molécula de hidrógeno. Los átomos de H tienen un radio de $25 \cdot 10^{-12}$ m y la distancia de enlace H—H es de $74 \cdot 10^{-12}$ m.

82 Explica las diferencias básicas entre una molécula y una red atómica, sea cristalina o no.

Una molécula tiene un número exacto y constante de átomos y generalmente bajo. En cambio, una red atómica tiene un número indefinido de átomos y generalmente elevado.

83 Explica en qué consiste una red atómica. Pon tres ejemplos de sustancias que la presenten.

Consiste en una agrupación de un número indeterminado y muy elevado de átomos mediante enlace metálico o covalente. Por ejemplo, el diamante es una red atómica de átomos de carbono. También son ejemplos las redes atómicas metálicas de elementos como el sodio o el cobre.

84 ¿Qué es una red iónica? Cita tres ejemplos de sustancias que se organicen así.

Es una agrupación de un número muy elevado e indefinido de iones que se mantienen unidos gracias al enlace iónico basado en las atracciones eléctricas entre iones de un signo y de otro. Son ejemplos: la sal común o cloruro sódico, NaCl; el sulfato de cobre, $CuSO_4$ y el dicromato potásico, $K_2Cr_2O_7$.

85 Pon tres ejemplos de aniones atómicos y tres de aniones poliatómicos.

Ion cloruro, Cl^-; ion óxido, O^{2-}; ion nitruro, N^{3-}; ion perclorato, ClO_4^-; ion sulfato, SO_4^{2-}; ion fosfato, PO_4^{3-}.

86 Cita tres ejemplos de cationes atómicos y tres de cationes poliatómicos.

Ion sodio, Na^+; ion calcio, Ca^{2+}; ion aluminio, Al^{3+}; ion amonio, NH_4^+; ion fosfonio, PH_4^+; ion hidronio, H_3O^+.

87 ¿Qué es una red molecular? Pon tres ejemplos de sustancias moleculares que puedan formar redes.

Es una organización tridimensional de moléculas que se mantienen unidas unas a otras por fuerzas intermoleculares. Estas fuerzas son de dos tipos: el enlace por puentes de hidrógeno y las fuerzas de van der Waals. Son ejemplos de redes moleculares todas las sustancias moleculares en estado sólido: agua, yodo o ácido acético son sustancias que se comportan así.

88 Explica qué es un cristal. ¿Son todas las redes cristales? ¿Y al revés? Cita tres ejemplos de sustancias cristalinas.

Un cristal es una red atómica, iónica o molecular que tiene sus partículas ordenadas mediante un patrón regular. Esta ordenación interna se traduce en propiedades macroscópicas de las que una de las más destacadas es el propio aspecto externo del cristal que adopta formas geométricas regulares.

No todas las redes son cristalinas pero sí todos los cristales son redes.

El diamante es una red atómica con átomos de carbono unidos por enlaces covalentes. El cobre también es una red atómica con átomos de cobre unidos por enlaces metálicos. El cloruro de sodio o sal común es una red iónica con iones Cl^- y Na^+ unidos por enlace iónico. El hielo es una red molecular donde las moléculas H_2O se unen por puentes de hidrógeno.

89 ¿Qué es una red amorfa? Pon tres ejemplos de sustancias que formen redes atómicas amorfas.

Es una red donde las partículas constituyentes no están ordenadas regularmente. El vidrio común es un buen ejemplo de sustancia amorfa (su denominación corriente de cristal no es muy afortunada en este caso). Otro ejemplo lo constituyen algunos minerales como el ópalo. Un tercer grupo de ejemplos son los plásticos y polímeros sintéticos, junto con las gomas y polímeros naturales, todos formados por grandes moléculas que, generalmente, no se ordenan en su proceso de fabricación y quedan como sustancias amorfas.

90 ¿Conoces diferencias de comportamiento entre las sustancias cristalinas y las sustancias amorfas? ¿Cuáles?

Además de su aspecto externo regular, las sustancias cristalinas se caracterizan porque el valor de sus propiedades depende de la dirección en que se midan. En cambio, en las sustancias amorfas no. Así, la dureza, la fragilidad, la transparencia o el color dependen de la dirección. Por ejemplo, un cristal es más fácil de romper según unos planos y, más difícil, según otros. En cambio, una goma no muestra estas diferencias.

91 Calcula la masa molecular de las siguientes sustancias: O_2, O_3, N_2, Ne, CO, CO_2, H_2 y H_2O. (Datos: M (H) = 1,00797; M (C) = 12,0107; M (N) = 14,0067; M (O) = 15,9999; M (Ne) = 20,1797).

$M(O_2) = 2 \cdot M(O) = 2 \cdot 15{,}9994 = 31{,}9988$ u; $M(O_3) = 3 \cdot M(O) = 3 \cdot 15{,}9994 = 47{,}9982$; $M(N_2) = 2 \cdot M(N) = 2 \cdot 14{,}0067 = 28{,}01340$ u; $M(CO) = M(C) + M(O) = 12{,}0107 + 15{,}9994 = 28{,}0101$ u; $M(CO_2) = M(C) + 2 \cdot M(O) = 12{,}0107 + 2 \cdot 15{,}9994 = 44{,}0095$; $M(H_2) = 2 \cdot M(H) = 2 \cdot 1{,}00797 = 2{,}01594$ u; $M(H_2O) = 2 \cdot M(H) + M(O) = 2 \cdot 1{,}00797 + 15{,}9994 = 18{,}01534$ u.

92 Calcula la masa molecular de los siguientes compuestos: CH_3COOH, NH_3 y $C_6H_{12}O_6$. (Datos: M (H) = 1,00797; M (C) = 12,0107; M (N) = 14,0067; M (O) = 15,9994).

$M(CH_3COOH) = 2 \cdot M(C) + 2 \cdot M(O) + 4 \cdot M(H) = 2 \cdot 12{,}0107 + 2 \cdot 15{,}9994 + 4 \cdot 1{,}00797 = 60{,}0510$ u.

$M(NH_3) = M(N) + 3 \cdot M(H) = 14{,}0067 + 3 \cdot 1{,}00797 = 17{,}03061$ u.

$M(C_6H_{12}O_6) = 6 \cdot M(C) + 12 \cdot M(H) + 6 \cdot M(O) = 6 \cdot 12{,}0107 + 12 \cdot 1{,}00797 + 6 \cdot 15{,}9994 = 180{,}1562$ u.

93 En 150 g de ácido sulfúrico se ha determinado que hay 3,09 g de hidrógeno, 97,95 g de oxígeno y el resto, azufre. Calcula su composición centesimal.

Masa de H = 3,09 g. Porcentaje de H = $\frac{3{,}09}{150} \cdot 100 = 2{,}06$ % H.

Masa de O = 97,95 g. Porcentaje de O = $\frac{97{,}95}{150} \cdot 100 = 65{,}30$ % O.

Masa de S = 150 g – 3,09 g – 97,95 g = 48,96 g S. Porcentaje de S = $\frac{48{,}96}{150} \cdot 100 = 32{,}64$ % S.

94 Se analizan 35,54 g de carbonato sódico (Na_2CO_3) y se obtiene un contenido de 15,42 g de sodio, 4,03 g de carbono y el resto de oxígeno. Calcula su composición centesimal.

Masa de Na = 15,42 g. Porcentaje de Na = $\frac{15,42}{35,54} \cdot 100 = 43,39$ % Na.

Masa de C = 4,03 g. Porcentaje de C = $\frac{4,03}{35,45} \cdot 100 = 11,37$ % C.

Masa de O = 35,54 g – 15,42 g – 4,03 g = 16,09 g O. Porcentaje de O = $\frac{16,09}{35,54} \cdot 100 = 45,27$ % O.

95 Calcula la composición centesimal en masa correspondiente a los distintos elementos que forman la glucosa, cuya fórmula es $C_6H_{12}O_6$. (Datos: M (H) = 1,00797; M (C) = 12,0107; M (O) = 15,9994).

M ($C_6H_{12}O_6$) = 6 · M (C) + 12 · M (H) + 6 · M (O) = 6 · 12,0107 + 12 · 1,00797 + 6 · 15,9994 = 180,1562 u.

Porcentaje de C = $\frac{6 \cdot 12,0107}{180,1562} \cdot 100 = 40,00$ % C.

Porcentaje de H = $\frac{12 \cdot 1,00797}{180,1562} \cdot 100 = 6,71$ % H.

Porcentaje de O = $\frac{6 \cdot 15,9994}{180,1562} \cdot 100 = 53,29$ % O.

96 Al quemar 1,1855 g de carbón, se forman 4,344 g de un óxido de carbono gaseoso a temperatura ambiente. Calcula la composición centesimal del óxido y su fórmula empírica. (Datos: M (C) = 12,0107; M (O) = 15,9994).

La masa de oxígeno del óxido de carbono será: 4,344 g – 1,1855 g = 3,1585 g.

Porcentaje de C = $\frac{11,855}{4,344} \cdot 100 = 27,29$ % C.

Porcentaje de O = $\frac{3,1585}{4,344} \cdot 100 = 72,71$ % O.

Dividiendo ambos porcentajes por las masas atómicas respectivas, se hallan los índices de la formula empírica:

$$\text{Carbono: } \frac{27,29}{12,0107} = 2,27\text{; Oxígeno: } \frac{72,71}{15,9994} = 4,54$$

Para convertir estos índices en números naturales, se dividen ambos por el menor de ellos:

$$\text{Carbono: } \frac{2,72}{2,72} = 1\text{; Oxígeno: } \frac{4,54}{2,72} = 2$$

Por tanto, la fórmula empírica es CO_2.

97 Conociendo la fórmula de la urea ($CO(NH_2)_2$), calcula su composición centesimal en los distintos elementos que la forman. (Datos: M (H) = 1,00797; M (C) = 12,0107; M (N) = 14,0067; M (O) = 15,9994).

M (CON_2H_4) = M (C) + M (O) + 2 · M (N) + 4 · M (H) = 12,0107 +15,9994 + 2 · 14,0067 +
+ 4 ·1,00797 = 60,05538.

Porcentaje de C = $\frac{12,0107}{60,05538} \cdot 100 = 20,00$ % C.

Porcentaje de H = $\frac{4 \cdot 1,00797}{60,05538} \cdot 100 = 6,71$ % H.

Porcentaje de O = $\frac{15,9994}{60,05538} \cdot 100 = 26,64$ % O.

Porcentaje de N = $\frac{2 \cdot 14,0067}{60,05538} \cdot 100 = 46,65$ % N.

98 Halla la composición centesimal del clorato potásico ($KClO_3$). (Datos: M (O) = 15,9994; M (Cl) = 35,453; M (K) = 39,0983).

M ($KClO_3$) = M (K) + M (Cl) + 3 · M (O) = 39,0983 + 35,453 + 3 · 15,9994 = 122,5495

Porcentaje de K = $\frac{39,0983}{122,5495} \cdot 100 = 31,90$ % K.

Porcentaje de Cl = $\frac{35,453}{122,5495} \cdot 100 = 28,93$ % Cl.

Porcentaje de O = $\frac{3 \cdot 15,9994}{122,5495} \cdot 100 = 39,17$ % O.

99 El análisis de un hidrocarburo (compuesto formado exclusivamente por carbono e hidrógeno) ha dado una composición de un 92,26 % de C. Calcula su fórmula empírica y molecular, si sabes que su masa molecular es 26. (Datos: M (H) = 1,00797; M (C) = 12,0107).

Porcentaje de C = 92,26 %; porcentaje de H = 7,74 %.

Dividiendo por las masas atómicas de los elementos:

$$\text{C: } \frac{92,26}{12,0107} = 7,68; \text{ H: } \frac{7,74}{1,00797} = 7,68$$

Por tanto, la fórmula empírica es CH.

A esta fórmula empírica le corresponde una masa de 12,0107 + 1,00797 = 13,01867. En el enunciado se indica que la masa molecular del hidrocarburo es 26. Así pues, la fórmula molecular deberá ser el doble de la fórmula empírica: C_2H_2. Esta fórmula corresponde al etino: $H{-}C{\equiv}C{-}H$.

100 Un hidrocarburo contiene un 25,13 % de hidrógeno y su masa molecular es, aproximadamente, 16. Calcula su fórmula empírica. (Datos: M (H) = 1,00797; M (C) = 12,0107).

Porcentaje de C = 74,87 %; porcentaje de H = 25,13 %.

Dividiendo por las masas atómicas de los elementos:

$$\text{C: } \frac{74,87}{12,1017} = 6,23; \text{ H: } \frac{25,13}{1,00797} = 24,93$$

Dividiendo ambos por el menor:

$$\text{C: } \frac{6,23}{6,23} = 1; \text{ H: } \frac{24,93}{6,23} = 4$$

Por tanto, la fórmula empírica es CH_4. Esta es también la fórmula molecular puesto que su masa coincide con la facilitada en el enunciado. Es el metano.

101 En el análisis de 5,45 g de un óxido de hierro, se encuentra que contiene un 3,8117 g de hierro. Halla su fórmula empírica. (Datos: M (O) = 15,9994; M (Fe) = 55,845).

Porcentaje de Fe = $\frac{3,8117}{5,45} \cdot 100 = 69,94\%$; porcentaje de O = $\frac{5,45 - 3,8117}{5,45} \cdot 100 = 30,06$ %.

Dividiendo por las masas atómicas de los elementos:

$$\text{Fe: } \frac{69,94}{35,845} = 1,2524; \text{ H: } \frac{30,06}{15,9994} = 1,8788$$

Dividiendo ambos por el menor:

$$\text{Fe: } \frac{1,254}{1,254} = 1; \text{ Fe: } \frac{1,8788}{1,254} = 1,5$$

Para que sean números naturales se multiplican ambos por 2 y resulta una fórmula empírica igual a: Fe_2O_3.

102 Una sustancia está formada exclusivamente por carbono, hidrógeno y oxígeno. Cuando se calienta en presencia de oxígeno, el carbono de la sustancia se oxida hasta dióxido de carbono, y el hidrógeno lo hace hasta agua. Si se parte de 13,214 g de sustancia, se obtienen después de la oxidación 12,9180 g de CO_2 y 2,6441 g de H_2O. Halla la fórmula empírica de la sustancia y también la fórmula molecular, si sabes que la masa molecular es, aproximadamente, 90. (Datos: M (H) = 1,00797; M (C) = 12,0107; M (O) = 15,9994).

$$C_xH_yO_z + O_2 \rightarrow x\ CO_2 + \frac{y}{2}\ H_2O$$

M (CO_2) = M (C) + 2 · M (O) = 12,0107 + 2 · 15,9994 = 44,0095.

M (H_2O) = 2 · M (H) + M (O) = 2 · 1,00797 + 15,9994 = 18,01534.

$$12,9180 \text{ g } CO_2 \cdot \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44,0095 \text{ g } CO_2} \cdot \frac{1 \text{ mol C}}{1 \text{ mol } CO_2} \cdot \frac{12,10107 \text{ g C}}{1 \text{ mol C}} = 3,525 \text{ g C}$$

$$2,6441 \text{ g de } H_2O \cdot \frac{1 \text{ mol } H_2O}{18,01534 \text{ g } H_2O} \cdot \frac{2 \text{ mol H}}{1 \text{ mol } H_2O} \cdot \frac{1,00797 \text{ g H}}{1 \text{ mol H}} = 0,29588 \text{ g H}$$

$$13,214 \text{ g} - 3,525 \text{ g C} - 0,29588 \text{ g H} = 9,3931 \text{ g O}$$

Porcentaje de C: $\frac{3,525}{13,214} \cdot 100 = 26,68$ % C.

Porcentaje de H: $\frac{0,29588}{13,214} \cdot 100 = 2,24$ % H.

Porcentaje de O: $\frac{9,3931}{13,214} \cdot 100 = 71,08$ % O.

Dividiendo cada porcentaje por la masa atómica del elemento:

$$\text{C: } \frac{26,68}{12,0107} = 2,22; \text{ H: } \frac{2,24}{1,00797} = 2,22; \text{ O: } \frac{71,08}{15,9994} = 4,44$$

Dividiendo por el menor:

$$\text{C: } \frac{2,22}{2,22} = 1; \text{ H: } \frac{2,22}{2,22} = 1; \text{ O: } \frac{4,44}{2,22} = 2$$

Por tanto, la fórmula empírica será CHO_2, a la que corresponde una masa de 45,01747. En el enunciado se indica que la masa molecular es aproximadamente 90 por lo cual la fórmula molecular será el doble de la fórmula empírica, o sea: $C_2H_2O_4$.

103 Una masa de 7,6875 g de bromuro de plata contiene 4,4175 g de plata. ¿Cuál es la fórmula del bromuro de plata? (Datos: M (Ag) = 107,8682; M (Br) = 79,904).

Porcentaje de Ag = $\frac{4,4175}{7,6875} \cdot 100 = 57,46$ %.

Porcentaje de Br = $\frac{7,6875 - 4,4175}{7,6875} \cdot 100 = 42,54$ %.

Dividiendo por las masas atómicas de los elementos:

$$\text{Ag: } \frac{57,46}{107,8682} = 0,53; \text{ H: } \frac{42,54}{79,904} = 0,53$$

Por tanto, la fórmula empírica es AgBr.

104 Al calentar 2,512 g de un cloruro de platino, se desprenden vapores de cloro y queda un residuo de 1,455 g de platino. Deduce la fórmula de este cloruro de platino. (Datos: M (Pt) = 195,084; M (Cl) = 35,453).

$$\text{Porcentaje de Pt} = \frac{1,4546}{2,512} \cdot 100 = 57,91 \text{ \%}.$$

$$\text{Porcentaje de Cl} = \frac{2,512 - 1,4546}{2,512} \cdot 100 = 42,09 \text{ \%}.$$

Dividiendo por las masas atómicas de los elementos:

$$\text{Pt: } \frac{57,91}{195,084} = 0,2969; \text{ Br: } \frac{42,09}{35,453} = 1,1872$$

Dividiendo ambos por el menor de los dos:

$$\text{Pt: } \frac{0,2969}{0,2969} = 1; \text{ Br: } \frac{1,1872}{0,2969} = 4$$

Por tanto, la fórmula empírica es $PtCl_4$.

105 Una sustancia orgánica contiene nitrógeno y azufre, además de carbono e hidrógeno. Si se queman 3,558 g de esa sustancia, se forman 1,428 g de H_2O y 5,976 g de CO_2. Mediante otras reacciones, se consigue que todo el azufre contenido en 1,270 g de sustancia pase a 1,886 g de $BaSO_4$. Finalmente, para averiguar el contenido de nitrógeno, se tratan 5,748 g de sustancia y se obtienen 0,6225 g de NH_3, que es el compuesto en que se convierte todo del nitrógeno contenido en la sustancia. Halla la fórmula empírica y molecular de esa sustancia, si sabes que su masa molecular es 159. (Datos: M (H) = 1,00797; M (C) = 12,0107; M (N) = 14,0067; M (O) = 15,9994; *M (s)* = 32,065; M (Ba) = 137,327).

$$C_xH_yN_zS_w + O_2 \rightarrow x\, CO_2 + \frac{1}{2}\, H_2O + z\, N + w\, S$$

M (CO_2) = M (C) + 2 · M (O) = 12,0107 + 2 · 15,9994 = 44,0095.

M (H_2O) = 2 · M (H) + M (O) = 2 · 1,00797 + 15,9994 = 18,01534.

$$1,428 \text{ g de } H_2O \cdot \frac{1 \text{ mol } H_2O}{18,01534 \text{ g } H_2O} \cdot \frac{2 \text{ mol H}}{1 \text{ mol } H_2O} \cdot \frac{1,00797 \text{ g H}}{1 \text{ mol H}} = 0,1598 \text{ g H}$$

$$\text{El porcentaje de hidrógeno en el compuesto problema es } \frac{0,1598}{3,558} \cdot 100 = 4,491 \text{ \% H.}$$

$$5,976 \text{ g de } CO_2 \cdot \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44,0095 \text{ g } CO_2} \cdot \frac{1 \text{ mol C}}{1 \text{ mol } CO_2} \cdot \frac{12,10107 \text{ g C}}{1 \text{ mol C}} = 1,6309 \text{ g C}$$

$$\text{El porcentaje de carbono en el compuesto problema es: } \frac{1,6309}{3,558} \cdot 100 = 45,838 \text{ \% C.}$$

$$1,886 \text{ g de } BaSO_4 \cdot \frac{1 \text{ mol } BaSO_4}{233,3896 \text{ g } BaSO_4} \cdot \frac{1 \text{ mol S}}{1 \text{ mol } BaSO_4} \cdot \frac{32,065 \text{ g S}}{1 \text{ mol S}} = 0,2591 \text{ g S}$$

Entonces, el porcentaje de azufre en la sustancia problema es: $\frac{0{,}2591}{1{,}270} \cdot 100 = 20{,}403\ \%\ \text{S}$.

$$0{,}6225 \text{ g de } NH_3 \cdot \frac{1 \text{ mol } NH_3}{17{,}0304 \text{ g } NH_3} \cdot \frac{1 \text{ mol N}}{1 \text{ mol } NH_3} \cdot \frac{14{,}0067 \text{ g N}}{1 \text{ mol N}} = 0{,}51198 \text{ g}$$

Con lo que el porcentaje de nitrógeno en la sustancia problema es: $\frac{0{,}51198}{5{,}748} \cdot 100 = 8{,}907\ \%\ \text{N}$.

Luego: 100 – 4,491– 45,838 – 20,403 – 8,907 = 20,361 % O.

Dividiendo cada porcentaje por la masa atómica del elemento se obtiene:

$$\text{H: } \frac{4{,}491}{2} = 4{,}455; \text{ C: } \frac{45{,}838}{12{,}0107} = 3{,}8161; \text{ S: } \frac{20{,}403}{32{,}065} = 0{,}6360;$$

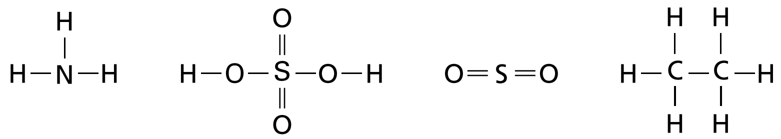
$$\text{N: } \frac{8{,}907}{14{,}0067} = 0{,}6359; \text{ O: } \frac{20{,}361}{15{,}9994} = 1{,}2728$$

Y dividiendo por el menor:

$$\text{H: } \frac{4{,}4555}{0{,}6359} = 7; \text{ C: } \frac{3{,}8161}{0{,}6359} = 6; \text{ S: } \frac{0{,}6360}{0{,}6359} = 1; \text{ N: } \frac{0{,}6360}{0{,}6359} = 1; \text{ O: } \frac{1{,}2728}{0{,}6359} = 2$$

Así, la fórmula empírica del compuesto será: $C_6H_7O_2SN$.

106 Escribe las fórmulas desarrolladas de las siguientes fórmulas moleculares: NH_3, H_2SO_4, SO_2 y C_2H_6.

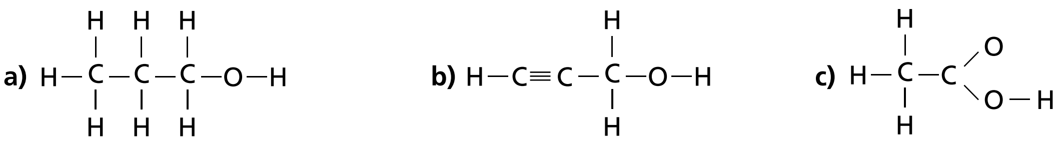


107 Desarrolla completamente las fórmulas:

a) $CH_3CH_2CH_2OH$.

b) $CHCCH_2OH$.

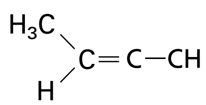
c) CH_3COOH.



108 ¿Cuántas posibles fórmulas moleculares pueden corresponder a la fórmula empírica CH_2? Escribe algunas.

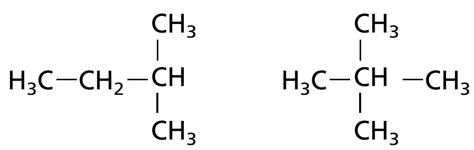
En general, todos los alquenos responden a esta fórmula empírica. La fórmula general de un alqueno (hidrocarburos con un doble enlace C═C) es C_nH_{2n}. Por tanto, existen infinitas fórmulas moleculares que corresponden a esta fórmula empírica. Algunas pueden ser:

$H_2C{=}CH_2$ $\quad$ $CH_3{-}CH{=}CH_2$



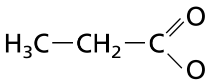
109 Escribe todos los posibles isómeros que cumplan con la fórmula molecular C_5H_{12}.

$H_3C{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_3$



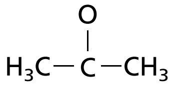
pentano neopentano isopentano

110 Escribe cinco posibles isómeros para la fórmula molecular: C_3H_6O.

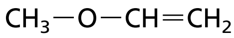


Propanal

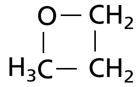
Oxetano



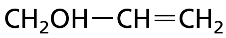
Propanona



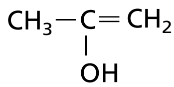
Etenil metil



éter



1-hidroxi-2-propeno



2-hidroxi-1-propeno

2 La unidad fundamental de la Química: el mol

1 Cita tres disoluciones coloidales y tres disoluciones verdaderas que conozcas.

Hay muchísimos ejemplos. Entre las disoluciones coloidales fáciles de encontrar están la leche, la tinta y el almidón en agua. Entre las disoluciones verdaderas, agua con sal, agua y alcohol y el aire.

2 Clasifica como disoluciones verdaderas, coloides o suspensiones las siguientes mezclas:

a) Agua con azúcar. **b)** Agua con harina. **c)** Leche.
d) Tinta. **e)** Alcohol con sal. **f)** Agua con aceite.

Disoluciones verdaderas: **a)** Agua con azúcar.

Coloides: **b)** Agua con harina; **c)** Leche; **d)** Tinta.

Suspensiones: **e)** Alcohol con sal; **f)** Agua con aceite.

3 A 0,5 atm, un depósito de 500 L está lleno de metano. Calcula qué presión ejercerá si se cambia a otro depósito de 200 L a la misma temperatura.

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \;\rightarrow\; 0{,}5 \text{ atm} \cdot 500 \text{ L} = p_2 \cdot 200 \text{ L. De donde: } p_2 = 1{,}25 \text{ atm.}$$

4 Un volumen de 200 L de aire a 25 °C se calienta hasta 80 °C. Calcula el volumen que ocupará si no varía la presión.

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \;\rightarrow\; \frac{200 \text{ L}}{(273{,}15 + 25) \text{ K}} = \frac{V_2}{(273{,}15 + 80) \text{ K}}\text{. De donde: } V_2 = 237 \text{ L.}$$

5 Un depósito contiene nitrógeno a 50 °C y 4 atm. ¿Hasta qué temperatura se debe enfriar para que la presión se reduzca a 2 atm?

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \;\rightarrow\; \frac{4 \text{ atm}}{(273{,}15 + 50) \text{ K}} = \frac{2 \text{ atm}}{T_2}\text{. De donde se halla: } T_2 = 161{,}57 \text{ K} = -111{,}58 \text{ °C.}$$

6 Se traslada helio a 25 °C y 0,5 atm de un depósito de 200 L a otro depósito de 500 L, a 45 °C. ¿Qué presión habrá en el segundo depósito?

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \;\rightarrow\; \frac{0{,}5 \text{ atm} \cdot 200 \text{ L}}{(273{,}15 + 25) \text{ K}} = \frac{p_2 \cdot 500 \text{ L}}{(273{,}15 + 45) \text{ K}}\text{. De donde se halla: } p_2 = 0{,}21 \text{ atm.}$$

7 A 75 °C y 0,42 atm, 18,16 g de un gas ocupan un volumen de 5,3 L. Calcula su masa molecular.

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \;\rightarrow\; 0{,}42 \text{ atm} \cdot 5{,}3 \text{ L} = \frac{18{,}16 \text{ g}}{M} \cdot 0{,}082 \frac{\text{atm L}}{\text{K mol}} \cdot (273{,}15 + 75) \text{ K}$$

De donde se halla: $M = 232{,}9$.

8 Se mezclan 3 mol de metano, 2 mol de propano y 4 mol de hidrógeno en un depósito de 50 L a 30 °C. Calcula las presiones parciales de cada gas.

$$p_{CH_4} \cdot V = n_{CH_4} \cdot R \cdot T \;\rightarrow\; p_{CH_4} \cdot 50 \text{ L} = 3 \text{ mol} \cdot 0{,}082 \frac{\text{atm L}}{\text{K mol}} \cdot (273{,}15 + 30) \text{ K} \;\rightarrow\; p_{CH_4} = 1{,}49 \text{ atm.}$$

$$p_{C_3H_8} \cdot V = n_{C_3H_8} \cdot R \cdot T \;\rightarrow\; p_{C_3H_8} \cdot 50 \text{ L} = 2 \text{ mol} \cdot 0{,}082 \frac{\text{atm L}}{\text{K mol}} \cdot (273{,}15 + 30) \text{ K} \;\rightarrow\; p_{C_3H_8} = 0{,}99 \text{ atm.}$$

$$p_{H_2} \cdot V = n_{H_2} \cdot R \cdot T \;\rightarrow\; p_{H_2} \cdot 50 \text{ L} = 4 \text{ mol} \cdot 0{,}082 \frac{\text{atm L}}{\text{K mol}} \cdot (273{,}15 + 30) \text{ K} \;\rightarrow\; p_{H_2} = 1{,}99 \text{ atm.}$$

9 ¿De qué tipo de magnitud es unidad el mol? ¿Es una unidad del Sistema Internacional de unidades?

Es la unidad de cantidad de sustancia. Sí, es una de las siete unidades fundamentales del S.I.

10 Define el concepto de mol y explica qué tipo de entidades mide.

El mol es una unidad para medir la cantidad o número de entidades muy abundantes, como los electrones, átomos, iones, etcétera. No es una unidad de masa sino de cantidad, tal y como los son la docena o el millar. Se definió como la cantidad de sustancia que contiene tantos entes elementales como átomos hay en 12 g del isótopo de carbono, ^{12}C.

11 ¿Por qué el mol es una medida útil en los cálculos de las reacciones químicas y la masa no lo es?

Porque las reacciones químicas no funcionan según las masas de los átomos o de las moléculas sino según la cantidad que haya de unas y otras sustancias. Por ejemplo, una molécula de oxígeno reacciona con dos moléculas de hidrógeno para dar dos moléculas de agua, independientemente de la masa de unas moléculas y otras.

12 Cuando una sustancia como el agua pasa de líquido a gas, ¿cambia el número de moles? ¿Por qué?

No, porque es un cambio físico, no es un cambio químico. No hay reordenación de átomos y, por tanto, el número de moléculas al principio y al final es el mismo, y también, claro, el de moles.

13 Calcula el número de moles de agua que hay en 100 g de esta sustancia. (Datos: M (H) = 1,00797; M (O) = 15,9994).

$M\ (H_2O) = 2 \cdot M\ (H) + M\ (O) = 2 \cdot 1{,}00797 + 15{,}9994 = 18{,}0153$.

$$100\ \text{g}\ H_2O \cdot \frac{1\ \text{mol}\ H_2O}{18{,}0153\ \text{g}\ H_2O} = 5{,}55\ \text{mol}$$

14 Calcula el número de moles de agua que hay en 50 cm^3 de esta sustancia a 4 °C. (Datos: la densidad del agua a 4 °C es 1 g/cm^3; M (H) = 1,00797; M (O) = 15,9994).

$$M\ (H_2O) = 2 \cdot M\ (H) + M\ (O) = 2 \cdot 1{,}00797 + 15{,}9994 = 18{,}0153$$

$$50\ \text{cm}^3\ H_2O \cdot \frac{1\ \text{g}\ H_2O}{1\ \text{cm}^3\ H_2O} \cdot \frac{1\ \text{mol}\ H_2O}{18{,}0153\ \text{g}\ H_2O} = 2{,}78\ \text{mol}$$

15 Calcula el número de gramos que hay en 1 mol de agua, H_2O, en 1 mol de hidrógeno, H_2, y en 1 mol de oxígeno, O_2. (Datos: M (H) = 1,00797; M (O) = 15,9994).

$M\ (H_2O) = 2 \cdot M\ (H) + M\ (O) = 2 \cdot 1{,}00797 + 15{,}9994 = 18{,}0153 \rightarrow$ En un mol de agua hay 18,0153 g.

$M\ (H_2) = 2 \cdot M\ (H) = 2 \cdot 1{,}00797 = 2{,}0159 \rightarrow$ En un mol de hidrógeno hay 2,0159 g.

$M\ (O_2) = 2 \cdot M\ (O) = 2 \cdot 15{,}9994 = 31{,}9988 \rightarrow$ En un mol de oxígeno hay 31,9988 g.

16 Calcula el número de moléculas de agua que hay en 10 g de esta sustancia. (Datos: M (H) = 1,00797; M (O) = 15,9999).

$M\ (H_2O) = 2 \cdot M\ (H) + M\ (O) = 2 \cdot 1{,}00797 + 15{,}9994 = 18{,}0153$.

$$10\ \text{g}\ H_2O \cdot \frac{1\ \text{mol}\ H_2O}{18{,}0153\ \text{g}\ H_2O} \cdot \frac{6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{moléculas}}{1\ \text{mol}} = 3{,}34 \cdot 10^{23}\ \text{mol}$$

17 ¿Es posible preparar una cantidad de sustancia, en la que haya un número de moléculas inferior al que establece el número de Avogadro?

Naturalmente, en cualquier cantidad de sustancia inferior a un mol, el número de moléculas será menor que el N_A.

18 Calcula el número de átomos que hay en 20 g de agua. (Datos: M (H) = 1,00797; M (O) = 15,9994).

$M\ (H_2O) = 2 \cdot M\ (H) + M\ (O) = 2 \cdot 1{,}00797 + 15{,}9994 = 18{,}0153$.

$$20\ \text{g}\ H_2O \cdot \frac{1\ \text{mol}\ H_2O}{18{,}0153\ \text{g}\ H_2O} \cdot \frac{6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{moléculas}}{1\ \text{mol}} \cdot \frac{3\ \text{átomos}}{1\ \text{molécula}\ H_2O} = 2{,}006 \cdot 10^{24}\ \text{átomos}$$

19 Una muestra de 1 g de un elemento contiene $1{,}5 \cdot 10^{22}$ átomos de ese elemento. ¿Cuál es su masa atómica?

$$1 \text{ g } X \cdot \frac{1 \text{ mol } X}{m_x} \cdot \frac{6{,}022 \cdot 10^{23} \text{ moléculas}}{1 \text{ mol}} = 1{,}5 \cdot 10^{22} \text{ átomos de } X$$

$$\text{De donde: } m_x = \frac{6{,}022 \cdot 10^{23}}{1{,}5 \cdot 10^{22}} = 40{,}147$$

20 Calcula la masa de un mol de las siguientes sustancias:
a) CH_4. **b)** $CuSO_4$. **c)** S. **d)** Fe.
(Datos: *M* (H) = 1,00797; *M* (C) = 12,0107; *M* (O) = 15,9994; *M (s)* = 32,065; *M* (Fe) = 55,847; *M* (Cu) = 63,546).

a) Su masa formular es: *M* (C) + 4 · *M* (H) = 12,0107 + 4 · 1,00797 = 16,0426.
Por tanto, la masa de un mol es 16,0426 g.

b) Su masa formular es: *M* (Cu) + *M (s)* + 4 · *M* (O) = 63,546 + 32,065 + 4 · 15,9994 = 159,6086.
Por tanto, la masa de un mol es 159,6086 g.

c) Su masa atómica expresada en gramos es igual a la masa de un mol de azufre: 32,065 g.

d) Su masa atómica expresada en gramos es igual a la masa de un mol de hierro: 55,847 g.

21 ¿Es cierto que el volumen molar de cualquier sustancia es 22,4 L?

No. Esto solo es cierto para sustancias gaseosas medidas en las llamadas condiciones normales (T = 0 °C y p = 1 atm). Por ejemplo, 1 mol de agua líquida (unos 18 g) no ocupa 22,4 L.

22 ¿El volumen molar de un gas es siempre 22,4 L?

No. Solo es cierto si se trata de un gas con comportamiento ideal y en condiciones normales (T = 0 °C y p = 1 atm).

23 Calcula el volumen molar del agua a 4 °C. (Datos: *M* (H) = 1,00797; *M* (O) = 15,9999; densidad del agua a 4 °C = 1 g/cm^3).

$$1 \text{ mol } H_2O \cdot \frac{18{,}0153 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} \cdot \frac{1 \text{ cm}^3 \, H_2O}{1 \text{ g } H_2O} = 18{,}0153 \text{ cm}^3$$

24 Una instalación de tratamiento previo en la boca de una mina puede convertir la mena de cobre en cloruro de cobre (II) dihidratado, en óxido de cobre (II) o en sulfuro de cobre (II). Suponiendo que simplemente se desea aprovechar el cobre de cada uno de estos compuestos, explica cuál de ellos resultará más barato de transportar y por qué. (Datos: *M* (H) = 1,00797; *M* (O) = 15,9994; *M (s)* = 32,065; *M* (Cl) = 35,453; *M* (Cu) = 63,546).

Los compuestos de cobre a comparar son: $CuCl_2 \cdot 2H_2O$; CuO; CuS. Todos ellos tienen en su fórmula un átomo de Cu. Resultará más económico el que con la misma cantidad de cobre pese menos, o sea, el que tenga una masa formular o molar menor. Estas masas son:

M ($CuCl_2 \cdot 2H_2O$) = *M* (Cu) + 2 · *M* (Cl) + 4 · *M* (H) + 2 · *M* (O) = 63,546 + 2 · 35,453 + 4 · 1,00797 + + 2 · 15,999 = 170,4827.

M (CuO) = *M* (Cu) + *M* (O) = 63,546 + 15,9994 = 79,5454.

M (CuS) = *M* (Cu) + *M (s)* = 63,546 + 32,065 = 95,611.

El de menor masa molar es el óxido de cobre (II), CuO, por tanto, es el más económico de transportar.

25 Calcula la masa de muestra que debe prepararse para obtener:

a) 1,25 moles de átomos de carbono en forma de diamante.

b) 0,25 moles de cloro gaseoso.

c) 0,75 moles de Fe en forma de metal sólido.

(Datos: *M* (C) = 12,0107; *M* (Cl) = 35,453; *M* (Fe) = 55,847).

a) $1,25 \text{ mol} \cdot \dfrac{12,0107 \text{ g C}}{1 \text{ mol C}} = 15,0134 \text{ g C}.$

b) $0,25 \text{ moles } Cl_2 \cdot \dfrac{2 \cdot 35,453 \text{ g } Cl_2}{1 \text{ mol } Cl_2} = 17,7265 \; Cl_2.$

c) $0,75 \text{ mol Fe} \cdot \dfrac{55,847 \text{ g Fe}}{1 \text{ mol Fe}} = 41,8853 \text{ g Fe}$

26 ¿Cuál es la masa de cobre que contiene un número de átomos de cobre idéntico a los contenidos en 12 g de ^{12}C? (Dato: *M* (Cu) = 63,546).

12 g de ^{12}C es un mol. La masa de un mol de cobre es la que se da en el enunciado, 63,546 g.

27 ¿Cuál es la masa de una molécula de metano? ¿Cuántas moléculas de metano hay en 100 g de este gas? (Datos: *M* (H) = 1,00797; *M* (C) = 12,0107).

$M(CH_4) = 12,0107 + 4 \cdot 1,00797 = 16,0426$ uma.

$$100 \text{ g } CH_2 \cdot \frac{1 \text{ mol } CH_4}{16,0426 \text{ g } CH_4} \cdot \frac{6,022 \cdot 10^{23} \text{ moléculas}}{1 \text{ mol } CH_4} = 3,7538 \cdot 10^{24} \text{ moléculas}$$

28 Calcula el número de átomos de hidrógeno que hay en 1 mol de cada una de las siguientes sustancias:

a) Hidrógeno gaseoso (H_2).
b) Agua líquida.
c) Agua gaseosa.
d) Metano.

a) $1 \text{ mol } H_2 \cdot \dfrac{6,022 \cdot 10^{23} \text{ moléculas}}{1 \text{ mol } H_2O} \cdot \dfrac{2 \text{ átomos H}}{1 \text{ molécula } H_2O} = 1,2044 \cdot 10^{24} \text{ átomos H}.$

b) y **c)** En el caso del agua, no importa si es líquida o gaseosa, en un mol habrá el mismo número de moléculas y de átomos de H en ellas:

$$1 \text{ mol } H_2O \cdot \frac{6,022 \cdot 10^{23} \text{ moléculas}}{1 \text{ mol } H_2O} \cdot \frac{2 \text{ átomos H}}{1 \text{ molécula } H_2O} = 1,2044 \cdot 10^{24} \text{ átomos H}$$

d) $1 \text{ mol } CH_4 \cdot \dfrac{6,022 \cdot 10^{23} \text{ moléculas}}{1 \text{ mol } CH_4} \cdot \dfrac{4 \text{ átomos H}}{1 \text{ molécula } CH_4} = 2,4088 \cdot 10^{24} \text{ átomos H}.$

29 ¿Cuántos electrones hay en 1 g de gas hidrógeno (H_2)? (Dato: *M* (H) = 1,00797).

$$1 \text{ g } H_2 \cdot \frac{1 \text{ mol } H_2}{2 \cdot 1,00797 \text{ g } H_2} \cdot \frac{6,022 \cdot 10^{23} \text{ moléculas}}{1 \text{ mol } H_2} \cdot \frac{2 \text{ átomos H}}{1 \text{ molécula } H_2} \cdot \frac{1 \text{ electrón}}{1 \text{ átomo H}} = 5,9744 \cdot 10^{23} \text{ electrones.}$$

30 ¿Cuál es la masa de los electrones que hay en 2 Tm de gas hidrógeno (H_2)? (Datos: *M* (H) = 1,00797; $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31}$ kg).

$$2 \cdot 10^6 \text{ g } H_2 \cdot \frac{1 \text{ mol } H_2}{2 \cdot 1,00797 \text{ g } H_2} \cdot \frac{6,022 \cdot 10^{23} \text{ moléculas}}{1 \text{ mol } H_2} \cdot \frac{2 \text{ átomos H}}{1 \text{ molécula } H_2} \cdot$$

$$\cdot \frac{1 \text{ electrón}}{1 \text{ átomo H}} \cdot \frac{9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}{1 \text{ electrón}} = 1,088 \text{ kg}$$

31 Calcula el número de moles de gas hidrógeno que hay en 44,8 L, medidos a 0 °C y 1 atm.

2 moles porque el volumen de un mol de gas ideal en condiciones normales (0 °C y 1 atm) es 22,4 L.

32 Calcula la masa total de cobre que hay en 10 g de sulfato de cobre (II). (Datos: *M* (O) = 15,9994; *M (s)* = 32,065; *M* (Cu) = 63,546).

$M(CuSO_4) = M(Cu) + M(s) + 4 \cdot M(O) = 63,546 + 32,065 + 4 \cdot 15,9994 = 159,6086.$

$$10 \text{ g } CuSO_4 \cdot \frac{1 \text{ mol } CuSO_4}{159,6086 \text{ g } CuSO_4} \cdot \frac{1 \text{ mol Cu}}{1 \text{ mol } CuSO_4} \cdot \frac{63,546 \text{ g Cu}}{1 \text{ mol Cu}} = 3,9814 \text{ g Cu}$$

33 Calcula la masa total de hidrógeno y la masa total de oxígeno contenidas en 100 L de agua. (Datos: M(H) = 1,00797; M(O) = 15,9994; d_{H_2O} = 1 000 kg/m³).

$$100 \text{ L } H_2O \cdot \frac{1 \text{ m}^3}{1\,000 \text{ L}} \cdot \frac{1\,000 \text{ kg } H_2O}{1 \text{ m}^3 \text{ } H_2O} \cdot \frac{1\,000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \cdot \frac{1 \text{ mol } H_2O}{18{,}0153 \text{ g } H_2O} \cdot \frac{2 \text{ mol H}}{1 \text{ mol } H_2O} \cdot \frac{1{,}00797 \text{ g H}}{1 \text{ mol H}} \cdot \frac{1 \text{ kg}}{1\,000 \text{ g}} = 11{,}19 \text{ kg H}$$

$$100 \text{ L } H_2O \cdot \frac{1 \text{ m}^3}{1\,000 \text{ L}} \cdot \frac{1\,000 \text{ kg } H_2O}{1 \text{ m}^3 \text{ } H_2O} \cdot \frac{1\,000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \cdot \frac{1 \text{ mol } H_2O}{18{,}0153 \text{ g } H_2O} \cdot \frac{1 \text{ mol H}}{1 \text{ mol } H_2O} \cdot \frac{15{,}9994 \text{ g O}}{1 \text{ mol O}} \cdot \frac{1 \text{ kg}}{1\,000 \text{ g}} = 88{,}81 \text{ kg O}$$

34 Enumera tres diferencias entre disoluciones y coloides.

Disoluciones	Coloides
• Partículas de $10^{-9} - 10^{-11}$ m de diámetro.	• Partículas de $10^{-7} - 10^{-9}$ m de diámetro.
• No separables por filtración.	• Se separan por filtración de membrana.
• No cristalizan.	• Cristalizables.

35 Cita cinco ejemplos de disoluciones verdaderas, de modo que el disolvente no sea siempre el agua.

Sal en agua; dióxido de carbono en agua; aceite en gasolina; glicerina en alcohol etílico; azufre en sulfuro de carbono.

36 ¿Puede una disolución no ser un líquido? Cita ejemplos, tanto si crees que la respueta es afirmativa como si crees que es negativa.

Sí, una disolución puede ser líquida pero también ser un gas o un sólido. Por ejemplo:

- El aire es una disolución de oxígeno, nitrógeno y, en menor cantidad, de dióxido de carbono, vapor de agua y algunos otros gases.
- El gas natural es una mezcla de metano y, en pequeña proporción, de otros hidrocarburos gaseosos.
- El bronce es una disolución sólida de cobre, cinc y estaño.

37 ¿Por qué crees que las disoluciones verdaderas no pueden separarse por filtración?

Porque las partículas de los solutos son iones, átomos o moléculas cuyas medidas (entre 10^{-9} y 10^{-11} m de diámetro) son inferiores a las de los poros de los materiales filtradores.

38 La solubilidad del cloruro de plata es de 1,813 mg/L, mientras que la del cloruro sódico es de 35,9 g/100 mL, ambas a 25 °C. ¿Cuál de ellas es mayor? Clasifica estas sustancias como poco o muy solubles. ¿Crees que a otra temperatura cambiará su solubilidad?

Para comparar las solubilidades es conveniente expresar ambas en las mismas unidades:

$$S_{AgCl} = \frac{1{,}813 \text{ mg}}{\text{L}} \cdot \frac{1 \text{ g}}{1\,000 \text{ mg}} = 0{,}001813 \text{ g/L}; \; S_{NaCl} = \frac{35{,}9 \text{ g}}{100 \text{ mL}} \cdot \frac{1\,000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} = 359 \text{ g/L}$$

El cloruro sódico, NaCl, es una sustancia muy soluble. El cloruro de plata, AgCl, es una sustancia muy poco soluble.

A otra tempertura, las solubilidades sí pueden ser diferentes.

39 Expresa la solubilidad de las sustancias de la actividad anterior en molaridades. (Datos: M(Cl) = 35,453; M(Na) = 22,9898; M(Ag) = 107,868).

$$S_{AgCl} = 0{,}001813 \frac{\text{g}}{\text{L}} \cdot \frac{1 \text{ mol AgCl}}{(35{,}453 + 107{,}868) \text{ g AgCl}} = 1{,}265 \cdot 10^{-5} \text{ M}$$

$$S_{NaCl} = 359 \frac{\text{g}}{\text{L}} \cdot \frac{1 \text{ mol NaCl}}{(35{,}453 + 22{,}9898) \text{ g NaCl}} = 6{,}143 \text{ M}$$

40 Plantea una hipótesis sobre por qué cambia la solubilidad de las sustancias con la temperatura.

La temperatura aumenta el estado de agitación de las moléculas del disolvente con lo cual los enlaces entre ellas se debilitan y permiten una mejor interposición de las moléculas de soluto entre las de disolvente. Además, la mayor agitación también favorece la mejor dispersión de las moléculas de soluto.

41 ¿Por qué crees que la solubilidad de los gases en agua acostumbra a disminuir con la temperatura, mientras la de los sólidos acostumbra a aumentar?

La mayor agitación de las moléculas o iones en el caso de los solutos sólidos solo sirve para facilitar su mezcla. En cambio, en el caso de gases, la aproximación de moléculas de soluto a la superficie del líquido facilita su evaporación. La mayor agitación, derivada de la mayor temperatura, actúa renovando esta presencia de moléculas de soluto en la superficie del líquido donde se evaporan y contribuye a disminuir la concentración de gas en el seno del líquido.

42 De las siguientes sustancias, señala cuáles serán solubles en agua y cuáles en benceno:

a) Azufre.

b) Sal común.

c) Aceite.

d) Alcohol.

e) Ácido clorhídrico.

f) Amoníaco.

g) Metano.

Son solubles en agua las sustancias iónicas y polares: sal común (NaCl), alcohol (CH_3CH_2OH), ácido clorhídrico (HCl) y amoníaco (NH_3).
Son solubles en benceno las apolares: azufre (S_8), aceite y metano (CH_4).

43 Define molaridad, fracción molar y porcentaje en masa.

$$\text{Molaridad} = \frac{\text{Moles de soluto}}{\text{Litro de disolución}}$$

$$\text{Fracción molar} = \frac{\text{Moles de soluto}}{\text{Total de moles de la disolución}}$$

$$\text{Porcentaje} = \frac{\text{Gramo de soluto}}{\text{100 g de disolución}}$$

44 Calcula los gramos de NaCl que hay que pesar para preparar 250 mL de una disolución de concentración 0,1 M. (Datos: M (Na) = 22,9898; M (Cl) = 35,453).

$$250\ \text{mL} \cdot \frac{0{,}1\ \text{mol NaCl}}{1\,000\ \text{mL}} \cdot \frac{(35{,}453 + 22{,}9898)\ \text{g NaCl}}{1\ \text{mol NaCl}} = 1{,}4611\ \text{g NaCl}$$

45 Calcula los gramos de KF que debemos pesar para preparar 100 mL de una disolución de concentración 0,25 M. (Datos: M (K) = 39,0983; M (F) = 18,998).

$$100\ \text{mL} \cdot \frac{0{,}25\ \text{mol KF}}{1\,000\ \text{mL}} \cdot \frac{(35{,}0983 + 18{,}998)\ \text{g KF}}{1\ \text{mol KF}} = 1{,}4524\ \text{g KF}$$

46 Calcula los gramos de $CuCl_2$ que hemos de pesar para preparar 1 L de una disolución de concentración 0,05 M. (Datos: M (Cu) = 63,546; M (Cl) = 35,453).

$$1\ \text{L} \cdot \frac{0{,}05\ \text{mol CuCl}_2}{\text{L}} \cdot \frac{(63{,}546 + 2 \cdot 35{,}453)\ \text{g CuCl}_2}{1\ \text{molCuCl}_2} = 6{,}7276\ \text{g CuCl}_2$$

47 ¿Cuántos moles de NaCl tomamos si cogemos 25 mL de una disolución 0,2 M en NaCl?

$$25\ \text{mL} \cdot \frac{0{,}2\ \text{mol NaCl}}{1\ 000\ \text{mL}} = 0{,}005\ \text{mol NaCl}$$

48 ¿Cuántos moles de H_2SO_4 tomamos si cogemos 350 mL de una disolución 0,05 M en H_2SO_4?

$$350\ \text{mL} \cdot \frac{0{,}05\ \text{mol}\ H_2SO_4}{1\ 000\ \text{mL}} = 0{,}0175\ \text{mol}\ H_2SO_4$$

49 ¿Cuántos gramos de KCl tomamos si cogemos 10 mL de una disolución 0,15 M en KCl? (Datos: M (K) = 39,098; M (Cl) = 35,453).

$$10\ \text{mL} \cdot \frac{0{,}15\ \text{mol KCl}}{1\ 000\ \text{mL}} \cdot \frac{(35{,}098 + 35{,}453)\ \text{g KCl}}{1\ \text{mol KCl}} = 0{,}112\ \text{g KF}$$

50 El límite legal para el cromo hexavalente en los vertidos de las refinerías de petróleo es de 0,05 mg/L y el de plomo es de 0,1 mg/L. Calcula estos límites en concentraciones molares. (Datos: M (Cr) = 51,996; M (Pb) = 207,19).

$$\frac{0{,}05\ \text{mg Cr}}{\text{L}} \cdot \frac{1\ \text{g Cr}}{10^3\ \text{mg Cr}} \cdot \frac{1\ \text{mol Cr}}{51{,}996\ \text{g Cr}} = 9{,}616 \cdot 10^{-7}\ \text{M}$$

$$\frac{0{,}1\ \text{mg Pb}}{\text{L}} \cdot \frac{1\ \text{g Pb}}{10^3\ \text{mg Pb}} \cdot \frac{1\ \text{mol Pb}}{207{,}19\ \text{g Pb}} = 4{,}826 \cdot 10^{-7}\ \text{M}$$

51 La concentración máxima permitida de DDT ($C_{14}H_9Cl_5$) para las aguas de distribución es de 0,042 mg/L. Calcula esta concentración en partes por millón (ppm) y en molaridad. (Datos: M (H) = 1,00797; M (C) = 12,0107; M (O) = 35,453).

$M\ (C_{14}H_9Cl_5) = 14 \cdot M\ (\text{C}) + 9 \cdot M\ (\text{H}) + 5 \cdot M\ (\text{Cl}) = 14 \cdot 12{,}0107 + 9 \cdot 1{,}00797 + 5 \cdot 35{,}453 = 354{,}4865$

$$\frac{0{,}042\ \text{mg}\ C_{14}H_9Cl_5}{\text{L}} \cdot \frac{10^3 \mu\text{g}}{1\ \text{mg}} \cdot \frac{1\ \text{L}}{10^3\ \text{mL}} \cdot \frac{1\ \text{mL}}{1\ \text{g}} = 0{,}042\ \frac{\mu\text{g}}{\text{g}} = 0{,}042\ \text{ppm}$$

$$\frac{0{,}042 \cdot 10^{-3}\ \text{g}\ C_{14}H_9Cl_5}{\text{L}} \cdot \frac{1\ \text{mol}\ C_{14}H_9Cl_5}{354{,}4865\ \text{g}} = 1{,}185 \cdot 10^{-7}\ \text{M}$$

52 Calcula las cantidades de $Na_2CO_3 \cdot 10\ H_2O$ y de agua para preparar 12 litros de disolución al 13,9 % en masa de Na_2CO_3, siendo la densidad de la disolución de 1,145 kg/L. ¿Cuál es la molaridad de la disolución? (Datos: M (H) = 1,00797; M (C) = 12,0107; M (O) = 15,9994; M (Na) = 22,9898).

$M\ (Na_2CO_3) = 2 \cdot M\ (\text{Na}) + M\ (\text{C}) + 3 \cdot M\ (\text{O}) = 2 \cdot 22{,}9898 + 12{,}0107 + 3 \cdot 15{,}9994 = 105{,}9885.$

$M\ (Na_2CO_3 \cdot 10\ H_2O) = 105{,}9885 + 10 \cdot (2 \cdot M\ (\text{H}) + M\ (\text{O})) = 105{,}9885 + 180{,}1534 = 286{,}1419.$

$$12\ \text{L} \cdot \frac{1\ 145\ \text{kg disolución}}{\text{L disolución}} \cdot \frac{13{,}9\ \text{g}\ Na_2CO_3}{100\ \text{g disolución}} \cdot \frac{1\ \text{mol}\ Na_2CO_3}{105{,}9885\ Na_2CO_3} \cdot \frac{1\ \text{mol}\ Na_2CO_3 \cdot 10\ H_2O}{1\ \text{mol}\ Na_2CO_3} \cdot$$

$$\cdot \frac{286{,}1419\ \text{g}\ Na_2CO_3 \cdot 10\ H_2O}{1\ \text{mol}\ Na_2CO_3 \cdot 10\ H_2O} \cdot \frac{1\text{kg}}{10^3\ \text{g}} = 5{,}156\ \text{kg de}\ Na_2CO_3 \cdot 10\ H_2O$$

La masa total de la disolución es: $12\ \text{L} \cdot \frac{1\ 145\ \text{kg disolución}}{\text{L disolución}} = 13{,}740$ kg de disolución.

Y la cantidad de agua se calcula por resta:

$$13{,}740\ \text{kg de disolución} - 5{,}156\ \text{kg de}\ Na_2CO_3 \cdot 10\ H_2O = 8{,}584\ \text{kg}\ H_2O$$

Para hallar la molaridad: $\frac{1\ 145\ \text{kg disolución}}{\text{L disolución}} \cdot \frac{13{,}9\ \text{g}\ Na_2CO_3}{100\ \text{g disolución}} \cdot \frac{1\ \text{mol}\ Na_2CO_3}{105{,}9885\ Na_2CO_3} = 1{,}5\ \text{M}$

53 Calcula los gramos de $NaNO_3$ y de $Na_2CO_3 \cdot 10\ H_2O$ a disolver en agua para obtener en cada caso 100 cm^3 de disolución que contenga 0,01 mol de iones Na^+. (Datos: M(H) = 1,00797; M(C) = 12,0107; M(N) = 14,0067; M(O) = 15,9994; M(Na) = 22,9898).

$M\ (NaNO_3) = M\ (Na) + M\ (N) + 3 \cdot M(O) = 84{,}9947.$

$M\ (Na_2CO_3 \cdot 10\ H_2O) = 105{,}9885 + 10 \cdot (2 \cdot M\ (H) + M\ (O)) = 105{,}9885 + 180{,}1534 = 286{,}1419.$

$$0{,}01 \text{ mol } Na^+ \cdot \frac{1 \text{ mol } NaNO_3}{1 \text{ mol } Na^+} \cdot \frac{84{,}9947 \text{ g } Na_2NO_3}{1 \text{ mol } NaNO_3} = 0{,}850 \text{ g } NaNO_3$$

$$0{,}01 \text{ mol } Na^+ \cdot \frac{1 \text{ mol } Na_2CO_3 \cdot 10\ H_2O}{2 \text{ mol } Na^+} \cdot \frac{286{,}1419 \text{ g } Na_2CO_3 \cdot 10\ H_2O}{1 \text{ mol } Na_2CO_3 \cdot 10\ H_2O} = 1{,}431 \text{ g } Na_2CO_3 \cdot 10\ H_2O$$

54 ¿Qué volumen debes tomar de una disolución 1 M en H_2SO_4 para preparar 250 mL de otra que sea 0,10 M en el mismo ácido?

$$250 \text{ mL solución B} \cdot \frac{0{,}10 \text{ mol } H_2SO_4}{1\,000 \text{ mL solución B}} \cdot \frac{1\,000 \text{ mL solución A}}{1 \text{ mol } H_2SO_4} = 25 \text{ mL}$$

55 ¿Qué volumen debes tomar de una disolución 2 M en HNO_3 para preparar 100 mL de otra que sea 0,5 M en el mismo ácido?

$$100 \text{ mL solución B} \cdot \frac{0{,}5 \text{ mol } HNO_3}{1\,000 \text{ mL solución B}} \cdot \frac{1\,000 \text{ mL solución A}}{2 \text{ mol } HNO_3} = 25 \text{ mL}$$

56 Explica cómo prepararías en el laboratorio 100 mL de una disolución de concentración 0,1 M en KCl.

Primero se debe calcular la masa a pesar de KCl para lo cual deben buscarse en una tabla las masas atómicas del cloro (35,453) y del potasio (39,0983).

$$100 \text{ mL solución} \cdot \frac{0{,}1 \text{ mol KCl}}{1\,000 \text{ mL solución}} \cdot \frac{(35{,}453 + 39{,}0983) \text{ g KCl}}{1 \text{ mol KCl}} = 0{,}7455 \text{ g KCl}$$

En una balanza de precisión se mediría esta cantidad.

Luego, se disuelve en un vaso de precipitados con agua destilada (unos 50 mL) y, con la ayuda de un embudo, se vierte en un matraz aforado de 100 mL. Se lava unas tres veces con pequeños volúmenes de agua destilada (unos 10 mL) el vaso de precipitados en donde se había disuelto la sal y se añaden las aguas de lavado al aforado. Finalmente, con la ayuda de una pipeta o de un gotero, se completa el volumen de líquido del aforado hasta el enrase que marca los 100 mL de capacidad, se cierra con el tapón y se agita para homogeneizar.

57 Calcula la molaridad de una disolución de glucosa ($C_6H_{12}O_6$) preparada al 1 % en masa cuya densidad es 1,193 g/mL. (Datos: M(H) = 1,00797; M(C) = 12,0107; M(O) = 15,9994).

$M\ (C_6H_{12}O_6) = 6 \cdot M\ (C) + 12 \cdot M\ (H) + 6 \cdot M\ (O) = 6 \cdot 12{,}0107 + 12 \cdot 1{,}00797 + 6 \cdot 15{,}9994 = 180{,}1562.$

$$\frac{1 \text{ g } C_6H_{12}O_6}{100 \text{ g solución}} \cdot \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{180{,}1562 \text{ g } C_6H_{12}O_6} \cdot \frac{1{,}193 \text{ g solución}}{1 \text{ mL solución}} \cdot \frac{1\,000 \text{ mL solución}}{1 \text{ L solución}} = 0{,}066 \text{ M}$$

58 Se mezclan dos sustancias A (de masa molar 100 g/mol) y B (de masa molar 80 g/mol) en una proporción tal que forman una disolución líquida ideal de concentración 5,0 M en B y de densidad igual a 0,80 g/mL. ¿Cuál es la cantidad, en gramos, de A y de B presentes y el porcentaje en masa de cada uno de ellos? ¿Cuál es la fracción molar de A y de B en la disolución?

Los gramos de B por litro de disolución son: $\dfrac{5 \text{ mol B}}{\text{L solución}} \cdot \dfrac{80 \text{ g B}}{1 \text{ mol B}} = 400$ g B/L solución.

La masa de un litro de disolución es: 1 000 mL solución $\cdot \frac{0{,}8 \text{ g solución}}{\text{mL solución}} = 800$ g.

Por tanto, los gramos de A en un litro son: 800 g solución/ L sol. – 400 g de B/L sol. = 400 g de A/L sol.

Las molaridades de A y de B son:

$$\frac{400 \text{ g A}}{\text{L solución}} \cdot \frac{1 \text{ mol A}}{100 \text{ g A}} = 4 \text{ mol A/L solución}; \frac{400 \text{ g B}}{\text{L solución}} \cdot \frac{1 \text{ mol B}}{80 \text{ g B}} = 5 \text{ mol B/L solución}$$

$$X_A = \frac{4 \text{ mol A}}{4 \text{ mol A} + 5 \text{ mol B}} = 0{,}444; X_B = \frac{5 \text{ mol B}}{4 \text{ mol A} + 5 \text{ mol B}} = 0{,}556$$

59 Se disuelven 10 g de ácido clorhídrico en 75 g de agua. La densidad de la disolución resultante a la temperatura de 20 °C es de 1 060 kg/m^3. Halla la concentración de la disolución en tanto por ciento en masa, en gramos de soluto por litro de disolución y en molaridad. (Datos: *M* (H) = 1,00797; *M* (O) = 15,9994; *M* (Cl) = 35,453).

$$\frac{10 \text{ g HCl}}{75 \text{ g } H_2O + 10 \text{ g HCl}} = 0{,}1176 \frac{\text{g HCl}}{\text{g totales}} = 11{,}76 \text{ \% HCl}$$

$$\frac{11{,}76 \text{ g HCl}}{100 \text{ g dislución}} \cdot \frac{1\,060 \cdot 10^3 \text{ g disolución}}{1\,000 \text{ L disolución}} = 124{,}66 \frac{\text{g HCl}}{\text{L disolución}}$$

$$\frac{124{,}706 \text{ g HCl}}{\text{L disolución}} \cdot \frac{1 \text{ mol HCl}}{(35{,}453 + 1{,}00797) \text{ g HCl}} = 3{,}42 \text{ M}$$

60 Un ácido nítrico concentrado tiene una densidad de valor 1,405 g/cm^3 y una concentración de HNO_3 del 68,1 % en masa. Calcula su molaridad. (Datos: *M* (H) = 1,00797; *M* (N) = 14,0067; *M* (O) = 15,9994).

$M(HNO_3) = M(H) + M(N) + 3 \cdot M(O) = 1{,}00797 + 14{,}0067 + 3 \cdot 15{,}9994 = 63{,}0129$.

$$\frac{68{,}1 \text{ g } HNO_3}{100 \text{ g disolución}} \cdot \frac{1{,}405 \text{ g disolución}}{\text{cm}^3 \text{ disolución}} \cdot \frac{1\,000 \text{ cm}^3}{1 \text{ L}} \cdot \frac{1 \text{ mol } HNO_3}{63{,}0129 \text{ g}} = 15{,}18 \text{ mol } HNO_3\text{/L}$$

61 ¿Qué volumen de una disolución de ácido sulfúrico 0,8 M se deberá tomar para que contenga 5 g de H_2SO_4? (Datos: *M* (H) = 1,00797; *M* (O) = 15,9994; *M (s)* = 32,065; *M* (Cl) = 35,453).

$M(H_2SO_4) = 2 \cdot M(H) + M(s) + 4 \cdot M(O) = 2 \cdot 1{,}00797 + 32{,}065 + 4 \cdot 15{,}9994 = 98{,}0785$.

$$5 \text{ g } H_2SO_4 \cdot \frac{1 \text{ mol } H_2SO_4}{98{,}0785 \text{ g } H_2SO_4} \cdot \frac{1 \text{ L}}{0{,}8 \text{ mol } H_2SO_4} = 0{,}06315 \text{ L} = 63{,}15 \text{ cm}^3$$

62 Se añaden 3 g de cloruro potásico a 40 g de una disolución de cloruro potásico al 12 % en masa. Halla, para la disolución resultante, el tanto por ciento en masa de cloruro potásico.

En la disolución original: $M(\text{KCl}) = 40 \text{ g} \cdot \frac{12 \text{ g KCl}}{100 \text{ g disolución}} = 4{,}8$ g KCl.

En la disolución final: $M(\text{KCl}) = 4{,}8$ g KCl + 3 g KCl = 7,8 g KCl.

$$\text{\% KCl} = \frac{7{,}8 \text{ g KCl}}{(40 + 3) \text{ g disolución}} = 0{,}1814 = 18{,}14 \text{ \% KCl}$$

63 Calcula los gramos de $Co(NO_3)_2 \cdot 6\, H_2O$ (nitrato de cobalto hexahidratado) que se deben añadir a 200 g de agua destilada para preparar una disolución al 5 % en sal anhidra. (Datos: *M* (H) = 1,00797; *M* (N) = 14,0067; *M* (O) = 15,9994; *M* (Co) = 58,9332).

$M(Co(NO_3)_2) = M(Co) + 2 \cdot (M(N) + 3 \cdot M(O)) = 58{,}9332 + 2 \cdot (14{,}0067 + 3 \cdot 15{,}9994) = 182{,}9430$.

$M(Co(NO_3)_2 \cdot 6\,(H_2O)) = 182{,}9430 + 6 \cdot M(H_2O) = 182{,}9430 + 6 \cdot (2 \cdot 1{,}00797 + 15{,}9994) = 291{,}0350$.

Al añadir x g de $Co(NO_3)_2 \cdot 6\ H_2O$, se añaden:

$$x\ g\ Co(NO_3)_2 \cdot 6\ H_2O \cdot \frac{1\ mol\ Co(NO_3)_2 \cdot 6\ H_2O}{291{,}0350\ g\ Co(NO_3)_2 \cdot 6\ H_2O} \cdot \frac{6\ mol\ H_2O}{1\ mol\ Co(NO_3)_2 \cdot 6\ H_2O} \cdot \frac{18{,}0153\ g\ H_2O}{1\ mol\ H_2O} = 0{,}3714\ x\ g\ H_2O$$

$$x\ g\ Co(NO_3)_2 \cdot 6\ H_2O \cdot \frac{1\ mol\ Co(NO_3)_2 \cdot 6\ H_2O}{291{,}0410\ g\ Co(NO_3)_2 \cdot 6\ H_2O} \cdot \frac{1\ mol\ Co(NO_3)_2}{1\ mol\ Co(NO_3)_2 \cdot 6\ H_2O} \cdot \frac{18{,}9490\ g\ H_2O}{1\ mol\ H_2O} = 0{,}6286\ x\ g\ Co(NO_3)_2$$

Esto nos permite expresar el porcentaje de sal anhidra cuando añadimos x g de sal hidratada e igualarlo al 5 % pedido:

$$\frac{5\ g\ Co(NO_3)_2 \cdot 6\ H_2O}{100\ g\ disolución} = \frac{0{,}6286\ x\ g\ Co(NO_3)_2}{(200 + 0{,}3714\ x + 0{,}6286\ x)\ g\ disolución}$$

Solucionando: $x = 17{,}28$ g.

64 Al disolver 90 g de hidróxido sódico en 200 g de agua, resulta una disolución con una densidad de 1,340 g/cm^3 a 20 °C. Calcula su concentración en porcentaje en masa, en gramos/L y en molaridad. (Datos: M (H) = 1,00797; M (O) = 15,9994; M (Na) = 22,9898).

$$\frac{90\ g\ NaOH}{(200 + 90)\ g\ disolución} = 0{,}3103 = 31{,}03\ \%$$

$$\frac{31{,}03\ g\ NaOH}{100\ g\ disolución} \cdot \frac{1{,}340\ g\ disolución}{cm^3\ disolución} \cdot \frac{1\,000\ cm^3\ disolución}{1\ L\ disolución} = 415{,}86\ \frac{g\ NaOH}{L\ disolución}$$

$$\frac{415{,}86\ g\ NaOH}{L\ disolución} \cdot \frac{1\ mol\ NaOH}{(22{,}9898 + 1{,}00797 + 15{,}9994)\ g\ NaOH} = 10{,}40\ M$$

65 Se mezclan 200 cm^3 de una disolución 0,3 M de ácido fluorhídrico con 300 cm^3 de una disolución 0,1 M también de ácido fluorhídrico. Calcula la molaridad de la disolución resultante, suponiendo que las densidades de las disoluciones son parecidas, de modo que los volúmenes pueden considerarse aditivos.

$$200\ cm^3 \cdot \frac{0{,}3\ mol\ HF}{1\,000\ cm^3\ disolución} = 0{,}06\ mol\ HF;\ 300\ cm^3 \cdot \frac{0{,}1\ mol\ HF}{1\,000\ cm^3\ disolución} = 0{,}03\ mol\ HF$$

Los moles totales de HF de la mezcla son: 0,06 mol HF + 0,03 mol HF = 0,09 mol HF.

Si los volúmenes se consideran aditivos, el volumen total es: 200 cm^3 + 300 cm^3 = 500 cm^3.

Con lo cual, la molaridad resultante es: $\dfrac{0{,}09\ mol\ HF}{0{,}5\ L\ disolución} = 0{,}18$ M.

66 Se dispone de un ácido clorhídrico del 32,14 % de concentración en masa y de densidad 1,119 g/cm^3. Calcula qué volumen de este ácido concentrado hay que añadir a 0,5 L de una disolución del mismo ácido, pero de concentración 0,932 molar, para que la mezcla alcance una concentración 1 M, suponiendo que los volúmenes sean aditivos. (Datos: M (H) = 1,00797; M (Cl) = 35,453).

Llamemos A a la disolución concentrada y B a la diluida. El número de moles de HCl en 0,5 L de disolución B es:

$$O{,}5\ L\ disolución\ B \cdot \frac{0{,}932\ mol\ HCl}{L\ disolución} = 0{,}466\ mol\ HCl$$

Llamemos X a los mL de disolución A añadidos a la B. En estos X mL los moles de HCl son:

$$X\ mL\ solución\ A \cdot \frac{1{,}119\ g\ solución}{mL\ solución\ A} \cdot \frac{32{,}14\ g\ HCl}{100\ g\ solución\ A} \cdot \frac{1\ mol\ HCl}{(35{,}453 + 1{,}00797)\ g\ HCl} = 0{,}00986\ X\ mol\ HCl$$

En la disolución resultante, los moles de HCl son la suma de: 0,466 mol HCl + 0,0986 X mol HCl.

El volumen de la disolución resultante, suponiendo que los volúmenes sean aditivos, es: 0,5 L + X mL.

Por tanto, la molaridad de la disolución resultante que debe ser igual a 1M será:

$$\frac{(0{,}00986\ X + 0{,}466)\ \text{mol HCl}}{(0{,}5 + X \cdot 10^3)\ \text{L disolución}}$$

De donde se despeja: X = 3,84 mL.

67 La presión de un neumático de un remolque es de $3 \cdot 10^5$ Pa. Exprésala en atmósferas y en milímetros de mercurio.

$$3 \cdot 10^5\ \text{Pa} \cdot \frac{1\ \text{atm}}{10^5\ \text{Pa}} = 3\ \text{atm};\ 3\ \text{atm} \cdot \frac{760\ \text{mm Hg}}{1\ \text{atm}} = 2\,280\ \text{mm Hg}$$

68 Las presión de unos neumáticos de automóvil es de 2,5 atm a 20 °C. Después de rodar varios kilómetros, la temperatura de las ruedas ha subido hasta 80 °C. Suponiendo que el volumen no ha variado sensiblemente, ¿cuál es la presión que soportan los neumáticos?

Si aplicamos: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$, resulta: $\frac{2{,}5\ \text{atm}}{(273{,}15 + 20)\ \text{K}} = \frac{p_2}{(273{,}15 + 80)}$. De donde: p_2 = 3,01 atm.

69 Calcula la presión que se debe aplicar para, sin variar la temperatura, comprimir hasta un volumen de 100 L una masa gaseosa que a 20 °C y 0,92 atm Hg ocupa un volumen de 500 L.

Si aplicamos: $p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$, resulta: 500 L · 0,92 atm = p_2 · 100 L. De donde: p_2 = 4,6 atm.

70 Una cantidad de oxígeno ocupa un depósito de 1 200 L a una presión de 500 mm de Hg. ¿Cuál será el nuevo volumen al que podrá reducirse si se aumenta un cincuenta por ciento la presión?

Si aplicamos: $p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$, resulta: 500 mm Hg · 1 200 L = 1,5 · 500 mm Hg · V_2. De donde: V_2 = 800 L.

71 Un volumen de 30 L está lleno de nitrógeno a una temperatura de 27 °C y 1 atm de presión. ¿En qué volumen podrá encerrarse si la temperatura desciende hasta 15 °C sin que varíe la presión?

Aplicando: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$, resulta: $\frac{30\ \text{L}}{(273{,}15 + 27)\ \text{K}} = \frac{V_2}{(273{,}15 + 15)\ \text{K}}$. De donde: V_2 = 28,8 L.

72 A 17 °C y 1 atm de presión, una masa de aire ocupa un volumen de 2 100 L. ¿A qué temperatura deberá calentarse para que ocupe un volumen de 3 000 L sin que se altere la presión?

Si aplicamos: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$, resulta: $\frac{2\,100\ \text{L}}{(273{,}15 + 17)\ \text{K}} = \frac{30\,000\ \text{L}}{(273{,}15 + T)\ \text{K}}$. De donde: T = 141,35 °C.

73 Un gas ocupa un volumen de 500 L a 23 °C y 760 mm de Hg. Si se calienta sin variar la presión hasta que el volumen final es un 250 % del volumen inicial, calcula la temperatura hasta la que se ha calentado.

Si aplicamos: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$, resulta: $\frac{500\ \text{L}}{(273{,}15 + 23)\ \text{K}} \cdot \frac{2{,}5 \cdot 500\ \text{L}}{(273{,}15 + 15)\ \text{K}}$. De donde: T = 467,23 °C.

74 Una masa de aire seco se guarda en un depósito de 600 L a una temperatura de 25 °C y 775 mm de Hg. Si se quiere trasladar a un depósito de 100 L y almacenarlo a una temperatura de 19 °C, calcula cuál será la presión que ejercerá.

Si aplicamos: $\frac{p_1 - V_1}{T_1} = \frac{p_2 - V_2}{T_2}$, resulta: $\frac{775\ \text{mm Hg} \cdot 600\ \text{L}}{(273{,}15 + 25)\ \text{K}} = \frac{p_2 \cdot 100\ \text{L}}{(273{,}15 + 19)\ \text{K}}$. De donde:

p_2 = 4 556 mmHg = 5,995 atm.

75 Una cierta cantidad de neón se introduce en un recipiente de volumen variable mediante un émbolo o pistón. Al regular el volumen a 250 mL, la presión y temperatura medidas son de 0,92 atm y 20 °C. Si se comprime el émbolo hasta que el volumen sea de 224 mL y se enfría hasta que la temperatura sea de 5°C, ¿qué presión indicará el manómetro?

Si aplicamos: $\frac{p_1 - V_1}{T_1} = \frac{p_2 - V_2}{T_2}$, resulta: $\frac{0{,}92\ \text{atm} \cdot 250\ \text{mL}}{(273{,}15 + 20)\ \text{K}} = \frac{p_2 \cdot 224\ \text{mL}}{(273{,}15 + 19)\ \text{K}}$. De donde:

p_2 = 0,97 atm.

76 Una masa de 0,908 gramos de una sustancia gaseosa ocupa un volumen de 530,8 cm^3 a una presión de 0,842 atm y una temperatura de 75 °C. Calcula la masa molecular de esa sustancia.

Aplicando: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$, y sustituyendo: $0{,}842 \text{ atm} \cdot 0{,}5308 \text{ L} = \dfrac{0{,}908 \text{ g}}{M} \cdot 0{,}082 \dfrac{\text{atm L}}{\text{K mol}} \cdot (273{,}15 + 75) \text{ K}$.

De donde se obtiene: $M = 58$.

77 Una muestra de masa 0,738 g de una sustancia gaseosa a 98 °C ocupa un volumen de 720 mL y ejerce una presión de 740 mm de Hg. Se sabe que se trata de un alcohol. ¿Se puede saber cuál?

$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \rightarrow$ Sustituyendo: $\dfrac{740}{760} \text{ mm Hg} \cdot 0{,}720 \text{ L} = \dfrac{0{,}738 \text{ g}}{M} \cdot 0{,}082 \dfrac{\text{atm L}}{\text{K mol}} \cdot (273{,}15 + 98) \text{ K}$.

De donde se obtiene: $M = 32{,}04$.

Esta masa molecular solo puede corresponder a un alcohol, al más simple que existe, el metanol: CH_3OH. Cualquier otro alcohol tendría una masa molecular mayor.

En efecto: $4 \cdot M\,(\text{H}) + M\,(\text{C}) + M\,(\text{O}) = 4 \cdot 1{,}00797 + 12{,}0107 + 15{,}9994 = 32{,}04$.

78 A 25 °C, 1,123 g de una sustancia gaseosa ocupan un volumen de 0,42 L y ejercen una presión de 0,921 atm.

a) Calcula su masa molecular.

b) Sabiendo que se trata de un elemento que forma moléculas biatómicas, ¿podrías indicar de que sustancia se trata?

a) $p \cdot V = n \cdot R \cdot T \rightarrow$ Sustituyendo: $0{,}921 \text{ atm} \cdot 0{,}42 \text{ L} = \dfrac{0{,}123 \text{ g}}{M} \cdot 0{,}082 \dfrac{\text{atm L}}{\text{K mol}} \cdot (273{,}15 + 25) \text{ K}$.

De donde se obtiene: $M = 70{,}977$.

b) Si forma moléculas biatómicas, la masa atómica del elemento debe ser: $\dfrac{70{,}977}{2} = 35{,}489$. Por tanto, se trata del cloro, cuya masa atómica reconocida es de 35,453.

79 Para comprobar la estanqueidad de un tanque que resiste 10 atm de presión, se llena con aire a 0 °C y una presión de 1 atm. ¿Es prudente calentar el tanque hasta 250 °C?

Si aplicamos: $\dfrac{p_1}{T_1} = \dfrac{p_2}{T_2}$, resulta: $\dfrac{1 \text{ atm}}{(273{,}15 + 0) \text{ K}} = \dfrac{p_2}{(273{,}15 + 250)}$. De donde: $p_2 = 1{,}92$ atm.

La presión no superará la que resiste el tanque.

80 En porcentaje volumétrico, la composición del aire seco es: 78,084 % de N_2; 20,946 % de O_2; 0,934 % de Ar; 0,033 % de CO_2 y 0,002 % de otros gases. Su densidad en condiciones normales es de 1,2929 g/dm^3. Expresa su composición en fracciones molares, calcula las presiones parciales de los distintos componentes y su masa molecular media.

A igualdad de presión y temperatura, el volumen ocupado por un gas ideal solo depende del número de moles. Por tanto, las proporciones entre volúmenes equivalen a las proporciones entre moles. Así, la composición del aire expresada en porcentajes volumétricos es la misma que en fracciones molares. O sea:

$$X_{N_2} = 0{,}781;\ X_{O_2} = 0{,}209;\ X_{Ar} = 0{,}00934;\ X_{CO_2} = 0{,}00033;\ X_{otros} = 0{,}000002$$

Si la presión total es 1 atm (condiciones normales), las presiones parciales son:

$$p_{N_2} = p_T \cdot X_{N_2} = 1 \text{ atm} \cdot 0{,}781 = 0{,}781 \text{ atm};\quad p_{O_2} = p_T \cdot X_{O_2} = 1 \text{ atm} \cdot 0{,}209 = 0{,}209 \text{ atm}$$

$$p_{Ar} = p_T \cdot X_{Ar} = 1 \text{ atm} \cdot 0{,}00934 = 0{,}00934 \text{ atm};\quad p_{CO_2} = p_T \cdot X_{CO_2} = 1 \text{ atm} \cdot 0{,}00033 = 0{,}00033 \text{ atm}$$

$$p_{otros} = 0{,}000002 \text{ atm}$$

$p \cdot V = \dfrac{m}{M} \cdot R \cdot T \rightarrow$ Reordenando: $p = \dfrac{m}{V} \cdot \dfrac{R \cdot T}{M}$. Donde m/V es la densidad.

$$1 \text{ atm} = 1{,}2929 \frac{\text{g}}{\text{L}} \cdot 0{,}082 \frac{\text{atm L}}{\text{K mol}} \cdot \frac{(273{,}15 + 0) \text{ K}}{M} \rightarrow M = 28{,}96$$

81 Un depósito de 3 470 L está lleno de etino o acetileno, C_2H_2, a 21 °C de temperatura y 0,951 atm de presión. Calcula la masa de gas contenida en el depósito. (Datos: M (H) = 1,00797; M (C) = 12,0107).

$$M(C_2H_2) = 2 \cdot M(C) + 2 \cdot M(H) = 2 \cdot 12{,}0107 + 2 \cdot 1{,}00797 = 26{,}0373$$

$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \rightarrow$ Sustituyendo: $0{,}951 \text{ atm} \cdot 3470 \text{ L} = \dfrac{x \text{ g}}{26{,}0373} \cdot 0{,}082 \dfrac{\text{atm L}}{\text{K mol}} \cdot (273{,}15 + 21) \text{ K}$

De donde se halla: m = 3 562 g = 3,562 kg.

82 Calcula la presión que ejercerán 10 g de oxígeno, O_2, en un volumen de 7,63 L a 17 °C. (Dato: M (O) = 15,9994).

$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \rightarrow$ Sustituyendo: $p \cdot 7{,}63 \text{ L} = \dfrac{10}{31{,}9988} \text{ mol} \cdot 0{,}082 \dfrac{\text{atm L}}{\text{K mol}} \cdot (273{,}15 + 17) \text{ K}$.

De donde: p = 0,9745 atm.

83 Se conecta un depósito de 300 cm^3 de metano a 100 mm de Hg con otro de 500 cm^3 de argón a 200 mm Hg, ambos a la misma temperatura. Calcula la presión total de la mezcla.

La temperatura de ambos gases antes de la mezcla y la final de la mezcla es la misma, T, y el volumen disponible para la mezcla es la suma de los volúmenes de partida. Aplicando la ecuación de estado a los depósitos de partida:

$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$; $\dfrac{100}{760} \text{ atm} \cdot 0{,}300 \text{ L} = n_{CH_4} \cdot R \cdot T$; de donde: $n_{CH_4} = \dfrac{100}{760} \text{ atm} \cdot \dfrac{0{,}300 \text{ L}}{R \cdot T}$.

$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$; $\dfrac{200}{760} \text{ atm} \cdot 0{,}500 \text{ L} = n_{Ar} \cdot R \cdot T$; de donde: $n_{Ar} = \dfrac{200}{760} \text{ atm} \cdot \dfrac{0{,}500 \text{ L}}{R \cdot T}$.

$$p_T \cdot (0{,}5 + 0{,}3) \text{ L} = \left\{ \frac{100}{760} \text{ atm} \cdot \frac{0{,}300 \text{ L}}{R \cdot T} + \frac{200}{760} \text{ atm} \cdot \frac{0{,}500 \text{ L}}{R \cdot T} \right\} \cdot R \cdot T$$

De donde: p = 0,2138 atm = 162,5 mm Hg.

84 Una mezcla de gases a la presión de 700 mm de Hg contiene un 60 % de cloro, un 10 % de neón y un 30 % de argón. Calcula las presiones parciales de cada uno.

Las fracciones molares son: $X_{Cl_2} = 0{,}60$; $X_{Ne} = 0{,}10$; $X_{Ar} = 0{,}3$.

Las presiones parciales serán:

$p_{Cl_2} = p_T \cdot X_{Cl_2} = 700$ mm de Hg $\cdot$ 0,60 = 420 mm Hg.

$p_{Ne} = p_T \cdot X_{Ne} = 700$ mm de Hg $\cdot$ 0,10 = 70 mm Hg.

$p_{Ar} = p_T \cdot X_{Ar} = 700$ mm de Hg $\cdot$ 0,3 = 210 mm Hg.

85 Calcula las presiones parciales del oxígeno y del nitrógeno en un recipiente de 200 L de capacidad que, a la temperatura de 17 °C, contiene 300 g de aire. La composición en porcentajes másicos del aire es: 23 % de oxígeno y 77 % de nitrógeno. (Datos: M (N) = 14,0067; M (O) = 15,9994).

En 300 g de aire las cantidades de O_2 y N_2 que habrá serán:

$$300 \text{ g aire} \cdot \frac{23 \text{ g } O_2}{100 \text{ g aire}} = 69 \text{ g } O_2; \quad 300 \text{ g aire} \cdot \frac{77 \text{ g } N_2}{100 \text{ g aire}} = 231 \text{ g } N_2$$

Las presiones parciales serán:

Sustituyendo en: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$

$$p_{O_2} \cdot 200\ \text{L} = \frac{69}{2 \cdot 15{,}9994}\ \text{mol} \cdot 0{,}082\ \frac{\text{atm L}}{\text{K mol}} \cdot (273{,}15 + 17)\ \text{K};\ \ p_{O_2} = 0{,}257\ \text{atm}$$

Sustituyendo en: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$

$$p_{N_2} \cdot 200\ \text{L} = \frac{231}{2 \cdot 14{,}0067}\ \text{mol} \cdot 0{,}082\ \frac{\text{atm L}}{\text{K mol}} \cdot (273{,}15 + 17)\ \text{K};\ \ p_{N_2} = 0{,}981\ \text{atm}$$

86 Calcula la densidad del nitrógeno en condiciones normales. (Dato: M (N) = 14,0067).

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \ \rightarrow\ \text{Reordenando: } p = \frac{m}{V} \cdot \frac{R \cdot T}{M}\ ;\ \text{donde } m/V \text{ es la densidad. O sea: } d = \frac{p \cdot M}{R \cdot T}.$$

En condiciones normales, p = 1 atm y t = 0 °C:

$$d = \frac{p \cdot M}{R \cdot T} = \frac{1\ \text{atm} \cdot 2 \cdot 14{,}0067\ \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{0{,}082\ \frac{\text{atm L}}{\text{K mol}} \cdot (273{,}15 + 0)\ \text{K}} = 1{,}25\ \text{g/L}$$

87 Calcula la densidad del nitrógeno a 700 mm Hg y 27 °C. (Dato: M (N) = 14,0067).

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \ \rightarrow\ \text{Reordenando: } p = \frac{m}{V} \cdot \frac{R \cdot T}{M}\ ;\ \text{donde } m/V \text{ es la densidad. O sea: } d = \frac{p \cdot M}{R \cdot T}.$$

Si p = 700 mm Hg y T = 27 °C:

$$d = \frac{p \cdot M}{R \cdot T} = \frac{\frac{700}{760}\ \text{atm} \cdot 2 \cdot 14{,}0067\ \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{0{,}082\ \frac{\text{atm L}}{\text{K mol}} \cdot (273{,}15 + 25)\ \text{K}} = 1{,}055\ \text{g/L}$$

88 La densidad del cloro en condiciones normales es de 3,167 g/L. ¿Cuál es su densidad a 0,92 atm y 300,16 K? (Dato: M (Cl) = 35,453).

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \ \rightarrow\ \text{Reordenando: } p = \frac{m}{M} \cdot \frac{R \cdot T}{M};\ \text{donde } m/V \text{ es la densidad. O sea: } d = \frac{p \cdot M}{R \cdot T}.$$

Si p = 0,92 atm y T = 300,16 K:

$$d = \frac{p \cdot M}{R \cdot T} = \frac{0{,}92\ \text{atm} \cdot 2 \cdot 35{,}453\ \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{0{,}082\ \frac{\text{atm L}}{\text{K mol}} \cdot 300{,}16\ \text{K}} = 2{,}650\ \text{g/L}$$

89 Calcula el volumen que ocupará un gas medido en condiciones normales si a 700 mm Hg y 27 °C ocupa un volumen de 6 L.

Si aplicamos: $\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$, resulta: $\frac{\frac{700}{760}\ \text{atm} \cdot 6\ \text{L}}{(273{,}15 + 27)\ \text{K}} = \frac{1\ \text{atm} \cdot V_2}{(273{,}15 + 0)\ \text{K}}$. De donde: V_2 = 5,03 L.

90 A 20 °C y 790 mm Hg, 0,486 L de argón tienen una humedad del 80 %. ¿Qué volumen tendrán secos a 25 °C de temperatura y 800 mm Hg de presión? (Dato: a 20 °C, $p_v(H_2O)$ = 17,53 mm Hg).

Aplicando la ecuación de estado de los gases ideales al argón, se deberá restar la presión debida al vapor de agua que es el 80 % del valor de la presión de vapor a la temperatura de 20°C.

$$\left[p - \frac{80}{100} \cdot p_v(H_2O)\right] \cdot V = n_{Ar} \cdot R \cdot T$$

Sustituyendo:

$$\left[\frac{790}{760}\text{ atm} - \frac{80}{100}\cdot\frac{17{,}53}{760}\text{ atm}\right]\cdot 0{,}486\text{ L} = n_{Ar}\cdot 0{,}082\,\frac{\text{atm L}}{\text{K mol}}\cdot(273{,}15 + 20)\text{ K}$$

De donde se halla:

$$n_{Ar} = 0{,}0206\text{ mol}$$

Ahora, se puede aplicar de nuevo la ecuación de estado de los gases ideales para calcular el volumen que ocuparán estos moles en las segundas condiciones:

$$p\cdot V = n\cdot R\cdot T \;\rightarrow\; \frac{80}{760}\text{ atm}\cdot V = 0{,}0206\text{ mol}\cdot 0{,}082\,\frac{\text{atm L}}{\text{K mol}}\cdot(273{,}15 + 25)\text{ K}$$

De donde se halla: $V = 0{,}479$ L.

91 Una mezcla de nitrógeno y oxígeno con 60 % en masa de este, se somete a 700 mm Hg de presión y 270 °C de temperatura. Calcula la presión parcial de cada gas y la densidad de la mezcla de gases en las condiciones indicadas. (Datos: M (N) = 14,0067; M (O) = 15,9994).

A partir del porcentaje másico se puede calcula la fracción molar de ambos gases:

$$n_{O_2} = 60\text{ g }O_2\cdot\frac{1\text{ mol }O_2}{2\cdot 15{,}9994\text{ g}} = 1{,}8751\text{ mol }O_2;\; n_{N_2} = 40\text{ g }N_2\cdot\frac{1\text{ mol }O_2}{2\cdot 14{,}0067\text{ g}} = 1{,}4279\text{ mol }N_2$$

$$X_{O_2} = \frac{1{,}8751}{1{,}8751 + 1{,}4279} = 0{,}5677;\; X_{N_2} = \frac{1{,}4279}{1{,}8751 + 1{,}4279} = 0{,}4323$$

$$p_{O_2} = p\cdot X_{O_2} = 700\text{ mm Hg}\cdot 0{,}5677 = 397{,}4\text{ mm Hg};\; p_{N_2} = p\cdot X_{N_2} = 700\text{ mm Hg}\cdot 0{,}4323 = 302{,}6\text{ mm Hg}$$

La masa molecular media de la mezcla se halla según:

$$m_{O_2}\cdot\frac{60}{100} + m_{N_2}\cdot\frac{40}{100} = 2\cdot 15{,}9994\cdot 0{,}6 + 2\cdot 14{,}0067\cdot 0{,}4 = 30{,}4046$$

A partir de: $p\cdot V = \frac{m}{M}\cdot R\cdot T$, se despeja:

$$d = \frac{p\cdot M}{R\cdot T} = \frac{\frac{700}{760}\text{ atm}\cdot 30{,}4046\,\frac{\text{g}}{\text{mol}}}{0{,}082\,\frac{\text{atm L}}{\text{K mol}}\cdot(273{,}15 + 270)\text{ K}} = 0{,}629\text{ g/L}$$

3 El átomo. Modelos atómicos

1 Cita tres diferencias fundamentales entre los modelos de Thomson y de Rutherford.

Modelo de Thomson:

- Es un átomo macizo.
- La carga positiva está dispersa en todo el átomo.
- La carga negativa está inmersa en la positiva.

Modelo de Rutherford:

- Es un átomo con una gran cantidad de espacio vacío.
- La carga positiva está concentrada en los protones.
- La carga negativa está orbitando alrededor de la positiva.

2 Thomson y Rutherford partieron de los mismos hechos experimentales. Explica por qué llegaron a modelos teóricos distintos.

Thomson dio importancia a las partículas α que salían desviadas e interpretó que lo eran porque el átomo era una esfera positiva como ellas.

Rutherford advirtió que si bien algunas partículas α eran desviadas evidentemente por otra carga positiva, el porcentaje de aquellas que atravesaba la lámina sin sufrir desviación era mucho mayor que el de las desviaciones. Esto sugería una estructura básicamente vacía para los átomos de la lámina.

3 El oxígeno tiene tres isótopos: ^{16}O, ^{17}O y ^{18}O, cuyas masas respectivas son: 15,99491; 16,99913 y 17,99916. Los porcentajes en los que se presentan en la naturaleza son, respectivamente: 99,757 %, 0,0380 % y 0,205 %. Calcula la masa atómica media del oxígeno.

La masa pedida será la media ponderada de las masas de los distintos isótopos:

$$M\ (\mathrm{O}) = m_{^{16}_{8}\mathrm{O}} \cdot X_{^{16}_{8}\mathrm{O}} + m_{^{17}_{8}\mathrm{O}} \cdot X_{^{17}_{8}\mathrm{O}} + m_{^{18}_{8}\mathrm{O}} \cdot X_{^{18}_{8}\mathrm{O}} =$$

$$= 15{,}99491 \cdot \frac{99{,}757}{100} + 16{,}99913 \cdot \frac{0{,}038}{100} + 17{,}99916 \cdot \frac{0{,}205}{100} = 15{,}9994$$

4 Enuncia el principio de Planck sobre la emisión de radiación electromagnética por los átomos.

Según Planck, los átomos del material emisor de radiación electromagnética no varían su energía de modo cualquiera sino de un modo discreto, discontinuo, en unas ciertas cantidades y no en cualquier cantidad. Estas cantidades son un múltiplo exacto de una cantidad de energía, a la que llamó cuanto y que vale: $E = h \cdot \nu$, donde E es la energía, γ es la frecuencia de la radiación y $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ J s.

5 ¿Qué es el número cuántico en el modelo de Böhr?

El número cuántico, n, es una variable discreta en las ecuaciones de la energía y del radio de las órbitas del electrón. Aquí discreta se refiere a que solo puede tomar algunos valores, en este caso $n = 1, 2, 3, 4$, etc.

$$E = \frac{K'}{n^2};\ r = n^2 \cdot K$$

6 Explica cuál es la naturaleza de las partículas α y quién las descubrió. ¿Cómo crees que se originan?

En 1910, Ernest Rutherford demostró que las partículas α equivalían a núcleos de helio, por lo que también se representan como $^4_2He^{2+}$. Se producen los núcleos de átomos radiactivos por escisión de dos protones y dos neutrones de dichos núcleos.

7 Responde a estas cuestiones:

a) ¿Qué tipo de radiaciones emiten las sustancias radiactivas?

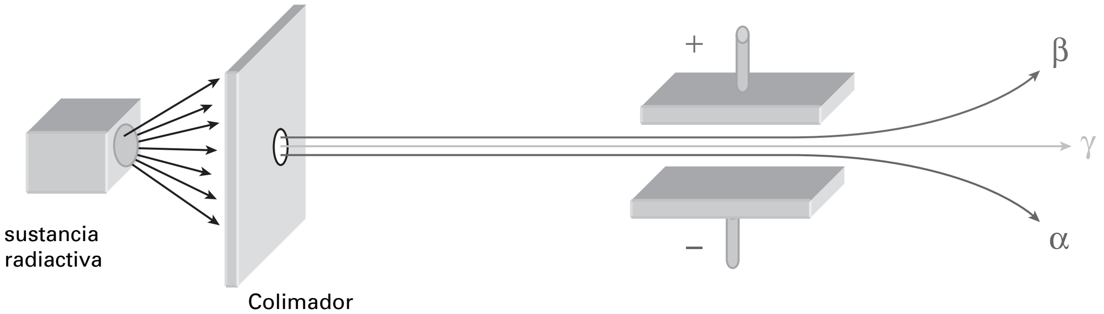
b) ¿Son todas de la misma naturaleza?

a) Los rayos γ que son ondas electromagnéticas y los rayos α y β que son partículas. Las partículas α son núcleos de helio y las partículas β son electrones.

b) Son de distinta naturaleza.

8 Imagina un experimento que ponga de manifiesto la carga eléctrica de las radiaciones emitidas por una sustancia radiactiva e indica cómo diferencias unas de otras.

El hecho de que una de las radiaciones sea una onda electromagnética que no posee evidentemente carga eléctrica mientras que las otras son una radiación de carga eléctrica positiva (partículas α) y otra negativa (partículas β) permite separarlas mediante un campo eléctrico o magnético.



9 Contesta a las siguientes preguntas:

a) ¿Son buenos conductores eléctricos los gases?

b) ¿Por qué crees que es así?

c) ¿Conoces algún fenómeno ordinario que demuestre la conductividad eléctrica de los gases?

a) No lo son.

b) Porque sus átomos o moléculas son neutros y no tienen tendencia a perder o ganar electrones. Además, un movimiento de electrones libres se ve impedido por el choque contra los átomos, mientras que un movimiento de electrones por contacto de un átomo o molécula con otro se ve dificultado por la elevada distancia que hay entre ellos. Solo conducen la electricidad cuando están muy enrarecidos y/o la diferencia de potencial aplicada es muy grande.

c) El caso más familiar de conducción de electricidad a través de gases es el de los rayos y relámpagos y, a nivel doméstico, el de los tubos y bombillas fluorescentes.

10 Responde de forma razonada:

a) ¿Por qué los experimentos de descargas eléctricas a través de gases se realizaban con gases a baja presión?

b) ¿Qué crees que ocurriría si el gas no estuviese a baja presión?

a) Porque a presiones moderadas o elevadas los gases, para ser conductores, deben someterse a diferencias de potencial eléctrico enormes.

b) Si el gas no estuviese a baja presión, el número de moléculas en el camino de los electrones es demasiado alto y acabarían chocando con alguna de ellas, interrumpiéndose su camino.

11 Los protones, neutrones y electrones fueron consideradas como partículas elementales a partir de su descubrimiento.

a) ¿Qué significa el adjetivo *elemental* referido a una partícula?

b) ¿Hoy en día se siguen considerando partículas elementales?

a) *Elemental* significa que no se puede dividir en otras.

b) Los protones y neutrones se consideraron partículas elementales hasta que se demostró que se podían dividir en quarks, por lo que hoy en día no se consideran como tales. En cambio, el electrón conserva su carácter elemental, pues no ha sido posible dividirlo de ninguna manera hasta el momento.

12 Uno de los éxitos de Rutherford consistió en calcular el tamaño de los átomos y de sus núcleos.

a) ¿Qué tamaño propuso para ellos?

b) Para hacerte una idea de la proporción, toma como modelo a escala del núcleo una canica de 1 cm de diámetro. ¿Cuál es el tamaño que tendría, a escala comparativa, una bola que representase el átomo entero? Pon un ejemplo cotidiano de una estructura u objeto de estas dimensiones.

a) Rutherford propuso un tamaño de 10^{-10} m para los átomos y de 10^{-14} m para sus núcleos. La proporción es de 1 a 10 000.

b) Si una canica de 1 cm fuera el núcleo, la esfera que equivaldría al átomo entero sería de un diámetro de 10 000 cm, o sea, unos 100 m, más o menos como un campo de fútbol.

13 Averigua la masa de cada uno de los tres isótopos de hidrógeno (en unidades del SI y en uma o en masa atómica relativa).

$$m_{\text{p}} = 1{,}672 \cdot 10^{-27}\ \text{kg};\ m_{\text{n}} = 1{,}674 \cdot 10^{-27}\ \text{kg};\ m_{\text{e}} = 9{,}109 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}$$

$${}^{1}_{1}\text{H} \begin{cases}\text{0 neutrones}\\ \text{1 protón}\end{cases} ;\ {}^{2}_{1}\text{H} \begin{cases}\text{1 neutrón}\\ \text{1 protón}\end{cases} \text{ y } {}^{3}_{1}\text{H} \begin{cases}\text{2 neutrones}\\ \text{1 protón}\end{cases}$$

$$m_{{}^{1}_{1}\text{H}} = m_{\text{p}} = 1{,}672 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$$

$$m_{{}^{2}_{1}\text{H}} = m_{\text{p}} + m_{\text{n}} = 1{,}672 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} + 1{,}674 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} = 3{,}346 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$$

$$m_{{}^{3}_{1}\text{H}} = m_{\text{p}} + 2 \cdot m_{\text{n}} = 1{,}672 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} + 2 \cdot 1{,}674 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} = 5{,}020 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$$

A todos los resultados anteriores se le puede sumar la masa del electrón, pero es unas diez mil veces menor ($m_{\text{e}} = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$) y su valor no suele tenerse en cuenta.

Para expresar las masas de los isótopos en uma se debe tener en cuenta que 1 u = $6{,}022 \cdot 10^{23}$ g. Con ello:

$$m_{{}^{1}_{1}\text{H}} = 1{,}672 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot \frac{1\,000\ \text{g}}{1\ \text{kg}} \cdot \frac{6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{u}}{1\ \text{g}} = 1{,}00688\ \text{u}$$

$$m_{{}^{2}_{1}\text{H}} = 3{,}346 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot \frac{1\,000\ \text{g}}{1\ \text{kg}} \cdot \frac{6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{u}}{1\ \text{g}} = 2{,}01496\ \text{u}$$

$$m_{{}^{3}_{1}\text{H}} = 5{,}020 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot \frac{1\,000\ \text{g}}{1\ \text{kg}} \cdot \frac{6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{u}}{1\ \text{g}} = 3{,}02304\ \text{u}$$

14 El cinc presenta los siguientes isótopos:

$${}^{64}\text{Zn},\ {}^{66}\text{Zn},\ {}^{67}\text{Zn},\ {}^{68}\text{Zn},\ {}^{70}\text{Zn}$$

Las masas respectivas son: 63,929; 65,926; 66,927; 67,925 y 69,925. Y las fracciones molares respectivas son estas: 0,4863; 0,2791; 0,0411; 0,1875 y 0,0062. Calcula la masa media de este elemento.

$$M\,(\text{Zn}) = m_{{}^{64}\text{Zn}} \cdot X_{{}^{64}\text{Zn}} + m_{{}^{66}\text{Zn}} \cdot X_{{}^{66}\text{Zn}} + m_{{}^{67}\text{Zn}} \cdot X_{{}^{67}\text{Zn}} + m_{{}^{68}\text{Zn}} \cdot X_{{}^{68}\text{Zn}} + m_{{}^{70}\text{Zn}} \cdot X_{{}^{70}\text{Zn}} =$$

$$= 63{,}929 \cdot 0{,}4863 + 65{,}926 \cdot 0{,}2791 + 66{,}927 \cdot 0{,}0411 + 67{,}925 \cdot 0{,}1875 + 69{,}925 \cdot 0{,}0062 = 65{,}409$$

15 ¿Qué relaciones existen entre las siguientes especies atómicas?

$$^{23}_{11}Na^{+} \quad ^{13}_{7}Na \quad ^{16}_{8}O^{2-} \quad ^{13}_{8}C \quad ^{19}_{9}F^{-} \quad ^{14}_{7}N \quad ^{14}_{6}C$$

$^{13}_{7}N$ y $^{13}_{6}C$ tienen el mismo número másico, son isóbaros.

$^{14}_{6}C$ y $^{14}_{7}N$ también son isóbaros.

$^{13}_{6}C$ y $^{14}_{6}C$ tienen el mismo número atómico y distinto número másico, son isótopos.

$^{13}_{7}N$ y $^{14}_{7}N$ también son isótopos.

$^{23}_{11}Na^{+}$, $^{16}_{8}O^{2-}$ y $^{9}_{9}F^{-}$ tienen el mismo número de electrones (11 – 1; 8 + 2 y 9 + 1 respectivamente), son isoelectrónicos.

16 Contesta a las siguientes preguntas:

a) ¿Qué es un espectro?

b) ¿Conoces alguna manifestación natural de un espectro?

c) ¿Cómo es el espectro de la luz solar?

a) Un espectro es un conjunto de ondas simples que forman una onda compuesta. Un ejemplo es la luz solar que puede descomponerse en sus componentes mediante un prisma.

b) Una manifestación natural de ello es el arco iris.

c) El espectro de la luz solar es un espectro de emisión porque la energía la emite el Sol, y es continuo porque presenta todos los valores de energía entre dos valores dados.

17 ¿Cuál es la diferencia fundamental entre los espectros originados por átomos individuales y el de la luz solar?

Los espectros atómicos son discontinuos o de rayas, el de la luz solar es continuo.

18 ¿Qué diferencia hay entre un espectroscopio y un espectrómetro? Enuncia la composición de cada uno de estos aparatos.

Un espectroscopio es el aparato que se utiliza para separar las ondas electromagnéticas y analizarlas. Consta de una fuente de radiación, un sistema analizador y un detector o registrador.

Un espectrómetro es un espectroscopio con una escala graduada que permite la lectura directa de la longitud de onda de la radiación estudiada.

19 Enuncia clases de ondas electromagnéticas que conozcas y pon ejemplos de aplicaciones o usos cotidianos de estas ondas.

Las ondas electromagnéticas se pueden clasificar según su energía, frecuencia o longitud de onda. De menor a mayor longitud de onda, se cuentan:

- Rayos γ: son los de mayor energía. Se usan en la esterilización de equipos médicos y de alimentos.
- Rayos X: de gran poder penetrante. Se usan en medicina para obtener imágenes del interior de nuestro cuerpo y del de animales, especialmente las partes duras como los huesos.
- Rayos ultravioleta: es la parte de la luz solar que desencadena la pigmentación melanínica de nuestra piel. Por eso se utilizan en instalaciones artificiales de bronceado. Los de mayor energía se utilizan como germicidas.
- Luz visible: es la parte del espectro que usan nuestros ojos y también la que usan las plantas para realizar la fotosíntesis.
- Rayos infrarrojos: los emiten los objetos a temperatura superior a la ambiental y esto permite detectarlos. Se usan para determinar a distancia la temperatura de un objeto, también en aparatos de visión nocturna, en mandos a distancia de electrodomésticos y en comunicación inalámbrica entre ordenadores y entre estos y sus periféricos.

- Microondas: son la base de electrodomésticos que cuecen los alimentos no por calor radiante sino por la agitación que provocan estas ondas en sus moléculas, especialmente las de agua. También son usadas por los radares.
- Ondas de radio y televisión: se destinan a propagar las señales desde las emisoras a los aparatos de su nombre.

20 Responde a estas cuestiones:

a) ¿A qué velocidad se mueven todas las ondas electromagnéticas?

b) ¿Es esta velocidad válida para cualquier medio?

a) En el vacío, las ondas electromagnéticas viajan a la velocidad de $2{,}997925 \cdot 10^8$ m s^{-1}, comúnmente designada como $3 \cdot 10^8$ m s^{-1}.

b) Si el medio no es el vacío, la velocidad es inferior.

21 ¿Qué es longitud de onda para una onda electromagnética? Busca la longitud de onda de los colores visibles.

Es lo mismo que para cualquier otra onda. La longitud de onda es la mínima distancia entre dos puntos que se encuentran en el mismo estado de vibración. En el caso de una onda electromagnética esto significa que el valor de los vectores campo eléctrico y campo magnético son los mismos en los dos puntos entre los cuales se mide la longitud de onda.

22 ¿Qué es la frecuencia de una onda electromagnética? ¿Y el período?

Igual que en cualquier onda, la frecuencia es el número de veces por unidad de tiempo que la onda vibra. Y, el período es el tiempo que tarda en realizar una vibración.

23 Un rayo de luz violeta tiene una longitud de onda de 400 nm, mientras que otro de color amarillo tiene una longitud de onda de 580 nm. Calcula sus frecuencias respectivas.

- Para la luz violeta: λ = 400 nm. Esta luz debe cumplir: $c = \lambda \cdot \nu$.

  Sustituyendo: $3 \cdot 10^8$ m s^{-1} = $400 \cdot 10^{-9}$ m $\cdot\ \nu$. De donde: $\nu = 7{,}50 \cdot 10^{14}$ s^{-1}.
- Para la luz amarilla: λ = 580 nm. Esta luz debe cumplir: $c = \lambda \cdot \nu$.

  Sustituyendo: $3 \cdot 10^8$ m s^{-1} = $580 \cdot 10^{-9}$ m $\cdot\ \nu$. De donde: $\nu = 5{,}17 \cdot 10^{14}$ s^{-1}.

24 Calcula el período y la longitud de onda de una radiación de color azul cian que tiene una frecuencia de 550 THz, y de otra de color naranja que tiene una frecuencia de 490 THz.

- Para la luz cian: $\nu = 550 \cdot 10^{12}$ Hz. El período es: $T = \dfrac{1}{\nu}$. Con lo cual:

$$T = \frac{1}{550 \cdot 10^{12}\ \text{s}^{-1}} = 1{,}82 \cdot 10^{-15}\ \text{s}$$

  Por otra parte, esta radiación debe cumplir: $c = \lambda \cdot \nu$.

  Sustituyendo: $3 \cdot 10^8$ m $\cdot$ s^{-1} = $\lambda \cdot 550 \cdot 10^{12}$ Hz. De donde: $\lambda = 5{,}45 \cdot 10^{-7}$ m.

- Para la luz naranja: $\nu = 490 \cdot 10^{12}$ Hz. El período es: $T = \dfrac{1}{\nu}$. Con lo cual:

$$T = \frac{1}{490 \cdot 10^{12}\ \text{s}^{-1}} = 2{,}04 \cdot 10^{-15}\ \text{s}$$

  Igual que antes, esta radiación debe cumplir: $c = \lambda \cdot \nu$.

  Sustituyendo: $3 \cdot 10^8$ m $\cdot$ s^{-1} = $\lambda \cdot 490 \cdot 10^{12}$ Hz. De donde: $\lambda = 6{,}12 \cdot 10^{-7}$ m.

25 Calcula la energía de una onda electromagnética que tiene una frecuencia de $850 \cdot 10^{12}$ Hz.

La energía de una onda electromagnética viene dada por la ecuación de Planck: $E = h \cdot \nu$.
En este caso: $E = 6{,}625 \cdot 10^{-34}$ J s $\cdot\ 850 \cdot 10^{12}$ s^{-1} $= 5{,}631 \cdot 10^{-19}$ J.

26 Calcula la frecuencia de una luz que tiene una energía de $3{,}18 \cdot 10^{-19}$ J.

La energía de una onda electromagnética viene dada por la ecuación de Planck: $E = h \cdot \nu$.
Sustituyendo: $3{,}18 \cdot 10^{-19}$ J $= 6{,}625 \cdot 10^{-34}$ J s $\cdot\ \nu$. De donde: $\nu = 4{,}80 \cdot 10^{14}$ s^{-1}.

27 Una onda electromagnética tiene una frecuencia de 500 THz y otra onda electromagnética tiene una longitud de onda de 500 nm ¿Cuál de las dos tiene mayor energía?

La energía para la primera es: $E = h \cdot \nu = 6{,}625 \cdot 10^{-34}\ \text{J s} \cdot 500 \cdot 10^{12}\ \text{s}^{-1} = 3{,}3125 \cdot 10^{-19}$ J.

La energía para la segunda es: $E = h \cdot \nu = h \cdot \dfrac{c}{\lambda} = 6{,}625 \cdot 10^{-34}\ \text{J s} \cdot \dfrac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}{500 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} = 3{,}975 \cdot 10^{-19}$ J.

La energía de la segunda es ligeramente superior.

28 El electrón de un átomo de hidrógeno se ha excitado hasta el nivel $n = 3$ y luego cae al nivel $n = 2$. El de otro átomo se ha excitado hasta el nivel $n = 5$ y luego cae hasta el nivel $n = 2$. ¿En cuál de las dos caídas electrónicas se emitirá más energía? Razona tu respuesta aplicando el modelo de Böhr y su expresión para la energía del electrón en una órbita.

La energía del electrón en una órbita es, según el modelo de Böhr, igual a: $E = -\dfrac{K'}{n^2}$. Donde K' es una constante y n el número cuántico que corresponde a cada órbita: $n = 1, 2, 3$, etc.
Las energías correspondientes a los niveles 2, 3 y 5 son:

$$E_2 = -\frac{K'}{2^2} = -\frac{K'}{4};\ E_3 = -\frac{K'}{3^2} = -\frac{K'}{9};\ E_5 = -\frac{K'}{5^2} = -\frac{K'}{25}$$

Y las variaciones de energía implicadas en los dos tránsitos que se quieren comparar son:

$$\Delta E_{3\to2} = -\frac{K'}{4} - \left(-\frac{K'}{9}\right) = -\frac{5}{36}K'; \qquad \Delta E_{5\to2} = -\frac{K'}{4} - \left(-\frac{K'}{25}\right) = -\frac{21}{100}K'$$

Aún sin conocer el valor de K' se observa que: $\dfrac{5}{36}K' < \dfrac{21}{100}K'$.

O sea, se desprende más energía en el tránsito de la órbita 5 a la 3. Los signos negativos indican que la energía se desprende en ambos tránsitos.

29 Considera la distancia entre la primera y la tercera órbita, y la distancia entre la cuarta y la quinta órbita en un átomo de hidrógeno, según el modelo atómico de Böhr. ¿Qué separación entre órbitas es mayor?

El radio de las órbitas de Böhr viene dado por $r = n^2 \cdot K$. Donde K es una constante y n el número cuántico que corresponde a cada órbita: $n = 1, 2, 3$, etc.
Los radios correspondientes a las órbitas primera, tercera, cuarta y quinta se expresan como:

$$r_1 = 1^2 \cdot K = K;\ r_3 = 3^2 \cdot K = 9K;\ r_4 = 4^2 \cdot K = 16K;\ r_5 = 5^2 \cdot K = 25K$$

Las distancias entre órbitas pedidas en el enunciado serán:

$$r_3 - r_1 = 9K - K = 8K;\ r_5 - r_4 = 25K - 16K = 9K$$

O sea, existe menor separación entre la primera y la tercera órbitas, que entre la cuarta y la quinta orbita, a pesar de que estas son consecutivas. Esto es consecuencia de que el radio de las órbitas aumenta con el cuadrado del número cuántico, n.

30 Aplicando el modelo de Böhr y su expresión para el valor de la energía del electrón en una órbita, deduce el valor de la energía de ionización del hidrógeno. Considera que el electrón está en estado fundamental y que la ionización equivale a que el electrón se aleje infinitamente del núcleo.

La energía del electrón en una órbita es, según el modelo de Böhr, igual a: $E = -\dfrac{K'}{n^2}$. Donde K' es una constante y n el número cuántico que corresponde a cada órbita: $n = 1, 2, 3$, etc.
Para la primera órbita: $E = -K'$.
El electrón arrancado del átomo equivale a una órbita a distancia infinita, o sea, $n = \infty$.

Por tanto: $E_2 = -\dfrac{K'}{\infty^2} = 0$.

Por tanto: $\Delta E = E_\infty - E_1 = 0 - \left(-\dfrac{K'}{n^2}\right) = \dfrac{K'}{n^2}$

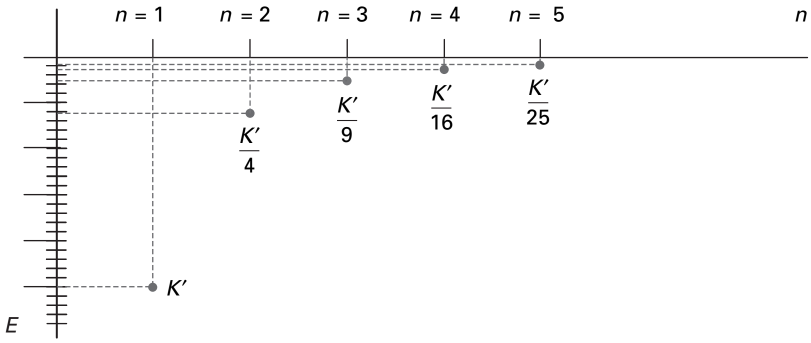
Su signo positivo indica que se trata de una energía a suministrar para arrancar el electrón.

31 Representa cualitativa y comparativamente los valores de las energías correspondientes a las cinco primeras órbitas electrónicas según el modelo de Böhr.

Según el modelo de Böhr, la energía del electrón en una órbita es igual a: $E = -\dfrac{K'}{n^2}$. Donde K' es una constante y n el número cuántico que corresponde a cada órbita: $n = 1, 2, 3$, etc.
Las energías correspondientes a las órbitas del 1 al 5 son:

$$E_2 = -\frac{K'}{1^2} = -K';\ E_2 = -\frac{K'}{2^2} = -\frac{K'}{4};\ E_3 = -\frac{K'}{3^2} = -\frac{K'}{9};\ E_4 = -\frac{K'}{4^2} = -\frac{K'}{16};\ E_5 = -\frac{K'}{5^2} = -\frac{K'}{25}$$

La representación gráfica de estos valores es:

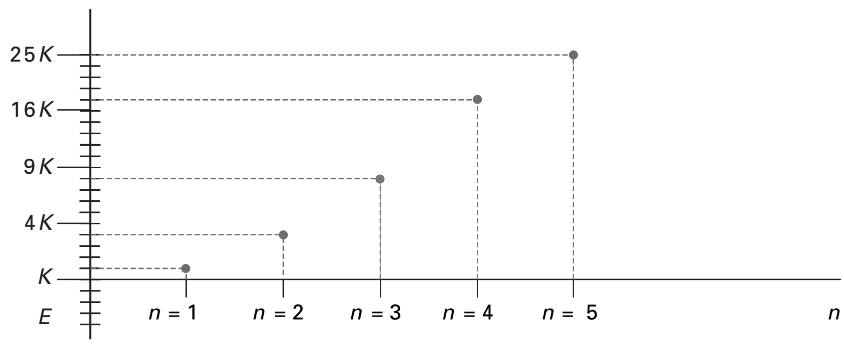


32 Representa comparativamente el radio de las cinco primeras órbitas electrónicas según el modelo de Böhr.

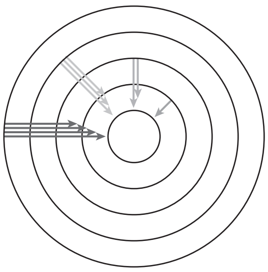
El radio de las órbitas de Böhr viene dado por $r = n^2 \cdot K$. Donde K es una constante y n el número cuántico que corresponde a cada órbita: $n = 1, 2, 3$, etc.
Los radios correspondientes a las órbitas primera, tercera, cuarta y quinta se expresan como:

$$r_1 = 1^2 \cdot K = K;\ r_2 = 2^2 \cdot K = 4K;\ r_3 = 3^2 \cdot K = 9K;\ r_4 = 4^2 \cdot K = 16K;\ r_5 = 5^2 \cdot K = 25K$$

La representación gráfica de estos valores es:



33 Para las cinco primeras órbitas del modelo de Böhr, representa todos los tránsitos electrónicos posibles entre ellas en los que se desprenda energía.



Los tránsitos que desprenden energía son todos de órbitas superiores a inferiores. En resumen, son:

- De la 5 a la 4, a la 3, a la 2 y a la 1.
- De la 4 a la 3, a la 2 y a la 1.
- De la 3 a la 2 y a la 1.
- De la 2 a la 1.

34 Explica los principales defectos del modelo de Böhr.

El modelo de Böhr fue desestimado porque:

- Solo es aplicable al átomo de hidrógeno y a los iones hidrogenoides (iones con un único electrón, como: He^{+} o Li^{2+}).
- La mejora de las técnicas espectroscópicas mostró nuevas líneas espectrales que el modelo de Böhr no conseguía explicar.

35 Contesta a estas cuestiones:

a) ¿En qué consiste el efecto Zeeman?

b) ¿Qué consecuencias tuvo su descubrimiento?

a) En el espectro de átomos sometidos a un campo magnético, las energías que sin este campo aparecen como únicas se convierten en múltiples.

b) Se interpretó como que un electrón moviéndose alrededor del núcleo genera un campo magnético que si se enfrenta a un campo magnético externo conlleva a que la energía de los electrones dependa de la inclinación de su órbita respecto al campo externo. Con ello aumenta el número de posibilidades energéticas para los electrones y el número de tránsitos entre ellas. Se concluyó, además, que la inclinación de las órbitas también estaba cuantizada, o sea, no podía variar continuamente, sino que solo podía tener unos valores concretos.

36 Indica en qué consiste el momento de *spin* de un electrón.

a) ¿Puede tener momento de *spin* un protón?

b) ¿Y un neutrón?

Consiste en un magnetismo adicional de los electrones que se suma al de efecto Zeeman. Este magnetismo muestra dos, y solo dos, posibilidades, sin estados intermedios. Se trata de otro caso de cuantización a nivel atómico. Aunque no queda claro a qué es debido, Uhlenbeck y Goudsmit propusieron que el electrón se comportaba como una esfera cargada eléctricamente que gira sobre si misma y genera un magnetismo propio al que se llamó *momento angular de spin*. Como está cuantizado, se le asoció un nuevo número cuántico que se conoce como *número cuántico de spin*.

a) Sí, todas las partículas cargadas pueden tener momento de *spin*, suponiendo que giran sobre si mismas, y así se ha encontrado para el protón.

b) Más particular es el hecho de que también se encontró un momento de *spin* en el neutrón, difícil de explicar si se atiende a su neutralidad eléctrica. Pero, de hecho, la existencia de este momento de *spin* neutrónico puso sobre la pista de una organización interna del protón que debería tener carga eléctrica aunque globalmente se anulara. Esto se ha comprobado al demostrar su formación a partir de tres quarks cada uno de los cuales tiene una carga eléctrica no nula.

37 Explica las diferencias entre el modelo de Böhr y el modelo vectorial del átomo.

Modelo de Bohr:

- Un solo número cuántico, *n*.
- No tiene en cuenta campos magnéticos externos.
- No explica totalmente el espectro

Modelo vectorial:

- Cuatro números cuánticos: *n*, *l*, *m* y s.
- Explica el efecto de campos magnéticos externos.
- Explica totalmente el espectro del átomo de hidrógeno.

38 ¿Qué son los números cuánticos?

Son variables de las ecuaciones de energía de los electrones con la particularidad de que solo pueden tomar unos determinados valores. En el modelo de Böhr la energía queda en función de un único número cuántico, en el modelo de Böhr-Sommerfeld, en función de dos y en el modelo vectorial, en función de cuatro.

39 En el modelo vectorial del átomo aparecen cuatro números cuánticos. Indica qué magnitudes cuantizan y cuáles son los valores que están permitidos para cada uno de ellos.

- Número cuántico principal, *n*. Cuantiza el llamado nivel energético principal. Determina la energía y el radio de la órbita o la distancia promedio a la que el electrón se sitúa del núcleo (en caso de órbitas elípticas). Puede tomar valores 1, 2, 3, 4, etc..
- Número cuántico secundario, *l*. Cuantiza la excentricidad de la órbita y, en parte, el valor de la energía. Toma valores desde 0 hasta $n - 1$.
- Número cuántico magnético, *m*. Cuantiza el ángulo de inclinación de la órbita. Su importancia en el valor de la energía del electrón es todavía menor que el número cuántico anterior y solo se nota en presencia de un campo magnético externo. Puede tomar valores desde $-l$ hasta $+l$.
- Número cuántico de *spin*, *s*. Cuantiza el momento magnético del electrón que se atribuyó al giro del electrón sobre sí mismo o rotación, que podría tener dos sentidos. Puede tomar solo dos valores: $-\frac{1}{2}$ y $+\frac{1}{2}$.

40 Indica si son posibles las siguientes combinaciones de números cuánticos:

a) $n = 0$ $l = 2$ $m = 1$ $s = -1/2$

b) $n = 1$ $l = 0$ $m = 0$ $s = -1/2$

c) $n = 3$ $l = -2$ $m = 1$ $s = +1/2$

d) $n = 3$ $l = 1$ $m = -1$ $s = -1/2$

a) No es posible, *n* no puede valer 0.

b) Sí es posible.

c) No es posible. Si $m = 1$, no puede ser $l = -2$.

d) Sí es posible.

41 Indica si son posibles las siguientes combinaciones de números cuánticos:

a) $n = 4$ $l = 1$ $m = -1$ $s = -1/2$

b) $n = 1$ $l = 0$ $m = 0$ $s = +1/2$

c) $n = 2$ $l = 1$ $m = 2$ $s = +1/2$

d) $n = 3$ $l = 0$ $m = 0$ $s = -1/2$

a) Sí es posible.

b) Sí es posible.

c) No es posible. Si $l = 1$, no puede ser $m = 2$.

d) Sí es posible.

42 Indica cuáles de las siguientes configuraciones electrónicas corresponden a un estado fundamental del átomo, cuáles a un estado excitado y cuáles no son permitidas. ¿De qué elemento se trata?

	1*s*	2*s*	2*p*	3*s*	
a)	↑↓	↑↓	↑ ↑ ↑		Estado fundamental.
b)	↑↓	↑	↑ ↑ ↑		Estado excitado.
c)	↑↓		↑ ↑ ↑	↑	Estado excitado.
d)	↑↓		↑↓ ↑ ↑		Estado excitado.

Suponiendo que correspondan a un átomo neutro y no a un ión, en todos los casos se trata del carbono, pues tiene 6 electrones.

43 En un átomo polielectrónico:

a) ¿Cuántos electrones pueden pertenecer al cuarto nivel?

b) ¿Y al tercero?

a) El número de electrones que caben en un nivel energético es $2n^2$. Así, en el nivel $n = 4$ caben: $2 \cdot 4^2$ electrones = 32 electrones.

b) En el nivel $n = 3$ caben: $2 \cdot 3^2$ electrones = 18 electrones.

44 Escribe las notaciones electrónicas de los siguientes elementos:

$$_{30}Zn \quad _{38}Sr \quad _{56}Ba \quad _{92}U \quad _{60}Nd$$

$_{30}$Zn: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}$.

$_{38}$Sr: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2$.

$_{56}$Ba: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 4d^{10}\ 5p^6\ 6s^2$.

$_{60}$Nd: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 4d^{10}\ 5p^6\ 6s^2\ 4f^4$.

$_{92}$U: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 4d^{10}\ 5p^6\ 6s^2\ 4f^{14}\ 5d^{10}\ 6p^6\ 7s^2\ 5f^4$.

45 Escribe la notaciones electrónicas de las siguientes especies iónicas:

$$_{13}Al^{3+} \quad _{16}S^{2-} \quad _{35}Br^{-} \quad _{37}Rb^{+}$$

$_{13}Al^{3+}$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6$.

$_{16}S^{2-}$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6 3s^2\ 3p^6$.

$_{35}Br^{-}$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6$.

$_{37}Rb^{+}$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6$.

46 Las siguientes especies tienen el mismo número de electrones y, en estado fundamental, también tienen la misma configuración electrónica.

$$^{23}_{11}Na^{+} \quad ^{19}_{9}F^{-} \quad ^{16}_{8}O^{2-} \quad ^{20}_{10}Ne \quad ^{24}_{12}Mg^{2+}$$

¿La fuerza de atracción sobre el último electrón es igual en todas ellas? Si opinas que no, ordénalas de mayor a menor fuerza de atracción.

No, la fuerza de atracción sobre el último electrón no es igual en todas ellas porque a pesar de que el último electrón responderá a la misma notación electrónica, el núcleo de cada una de las especies químicas es diferente y la fuerza que ejercerá sobre el último electrón también lo será.

Todas las especies del enunciado tienen 10 electrones y su notación electrónica es: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6$.

El número de protones en el núcleo decrece según:

$$^{24}_{12}Mg^{2+} > ^{23}_{11}Na^{+2} > ^{20}_{10}Ne > ^{19}_{9}F^{-} > ^{16}_{8}O^{2-}$$

Por tanto, el orden según el decrecimiento del número de protones en el núcleo será el orden para la fuerza que los núcleos respectivos ejerzan sobre el último electrón.

4 Ordenación de los elementos y enlace químico

1 Enumera cinco compuestos que sean claramente iónicos.

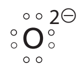
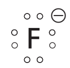
Cloruro sódico, NaCl; fluoruro de litio, LiF; bromuro potásico, KBr, yoduro de francio, FrI y óxido de cesio, Cs_2O.

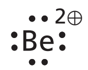
2 Escribe las estructuras de Lewis de los átomos neutros y de todos los compuestos iónicos que puedas formar con $_8O$, $_9F$, $_{11}Na$ y $_{12}Be$.

$_8O$: $1s^2\ \underline{2s}^2\ \underline{2p}^4$ 　　$_9F$: $1s^2\ \underline{2s}^2\ \underline{2p}^5$ 

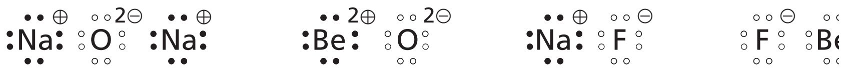
$_{11}Na$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ \underline{3s}^1$ 　　$_{12}Be$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ \underline{3s}^2$ 

A partir de estas configuraciones de los átomos neutros, los iones que podrán formarse de acuerdo con la regla de Lewis serán:

$_8O^{2-}$: $1s^2\ \underline{2s}^2\ \underline{2p}^6$ 　　$_9F^-$: $1s^2\ \underline{2s}^2\ \underline{2p}^6$ 

$_{11}Na^+$: $1s^2\ \underline{2s}^2\ \underline{2p}^6$ 　　$_{12}Be^{2+}$: $1s^2\ \underline{2s}^2\ \underline{2p}^6$ 

Los compuestos iónicos que se pueden formar por combinación de estos iones son:



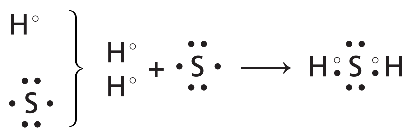
3 Enumera cinco sustancias que sean covalentes.

Entre los elementos: hidrógeno, H_2; oxígeno, O_2; nitrógeno, N_2; carbono, C y cloro, Cl_2.
Entre los compuestos: agua, H_2O; amoníaco, NH_3; metano, CH_4; ácido yodhídrico, HI y dióxido de carbono, CO_2.

4 Escribe las estructuras de Lewis de las moléculas H_2S, PH_3 y SiH_4.

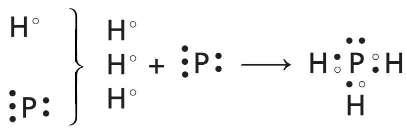
$_1H$: $1s^1$

$_{16}S$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ \underline{3s}^2\ \underline{3p}^4$



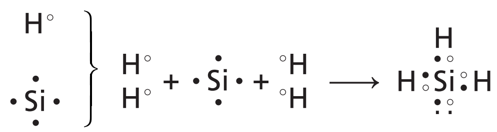
$_1H$: $1s^1$

$_{15}P$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ \underline{3s}^2\ \underline{3p}^3$



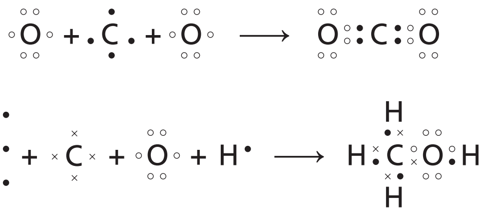
$_1H$: $1s^1$

$_{14}Si$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ \underline{3s}^2\ \underline{3p}^2$



5 Escribe las estructuras de Lewis de las moléculas CO_2 y CH_3OH.

${}_1H$: $1s^1$ H ${}_8O$: $1s^2\ \underline{2s^2}\ \underline{2p^4}$ O ${}_6C$: $1s^2\ \underline{2s^2}\ \underline{2p^2}$ C



6 Enumera:

a) Cinco metales.

b) Cinco aleaciones conocidas.

a) Hierro, cobre, oro, plata y cinc.

b) Acero inoxidable a partir de hierro, carbono y cromo, algunos con algo de níquel y molibdeno.

Bronce a partir de cobre, cinc y estaño.

Latón a partir de cobre y cinc.

Nicrom es una aleación de níquel y cromo resistente a la corrosión.

Vitalio es una aleación de cromo, cobalto y pequeñas cantidades de níquel que se usa en osteosíntesis e implantes ortopédicos.

7 A partir de su estructura de Lewis justifica los estados de oxidación +2 y +3 del hierro.

${}_{26}Fe$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ \underline{4s^2}\ 3d^6$

Su estructura de Lewis es: Fe:

Por eso, tiende a formar el ion Fe^{2+}: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ \underline{3s^2}\ \underline{3p^6}\ \underline{3d^6}$.

Aunque también tiende a perder adicionalmente un electrón del subnivel $3d$ quedando este subnivel semilleno como $3d^5$ y formando el ion: Fe^{3+}: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ \underline{3s^2}\ \underline{3p^6}\ \underline{3d^5}$.

8 ¿Qué significa que el oro es un metal considerado noble? ¿Por qué?

El adjetivo de noble se da a los metales que como el oro o la plata resisten bien la intemperie, el paso del tiempo, el contacto con agua e incluso con otras sustancias químicas.

El oro es un metal de transición de número atómico 79 (sexto período, grupo 11) situado el penúltimo de los elementos *d* de su período: [Xe] $4f^{14}5d^{10}6s^1$.

Debido a esta situación y a su configuración electrónica, la electronegatividad del oro, 2,54, es de las más altas de los metales. Por la misma razón es elevada su energía de ionización (890,1 kJ/mol). Todo ello propicia que el oro sea uno de los metales menos reactivos y por lo tanto más resistente a la acción química de otras sustancias.

9 Averigua qué elemento abunda más en el planeta Tierra y en qué tipo de sustancia se presenta.

El hierro con un porcentaje de un 34,63 % es el elemento más abundante de la Tierra. Su mayor abundancia se da en el núcleo del planeta (hasta un 80 % de hierro), que forma junto con el níquel. En el núcleo se diferencia una parte interna sólida y un núcleo externo fundido.

Los elementos más abundantes en la superficie terrestre son: oxígeno, silicio, magnesio, calcio, aluminio y hierro.

10 ¿Cuál es el elemento más abundante del universo? ¿Dónde se encuentra y en qué estado?

El hidrógeno es el elemento más simple y el más abundante del universo. Forma las estrellas, donde se encuentra en estado de plasma, y la reacción de fusión que lo convierte en helio es la que proporciona la gran energía de estos astros. En el universo, el hidrógeno y el helio constituyen más del 95 % de la materia total: 60,4 % de H y 36,56 % de He.

11 Busca dónde se encuentra en la naturaleza, la época de su descubrimiento y el significado de su nombre para los primeros diez elementos de la tabla periódica.

- Hidrógeno: se encuentra en estado de plasma en las estrellas como el Sol. En la Tierra, como compuesto en el agua. En 1766, Henry Cavendish descubrió el hidrógeno gaseoso como gas producido en la reacción entre un metal y un ácido. En 1783, Antoine Lavoisier le da el nombre de hidrógeno (del griego *hydros*, «agua», y *gennasin*, «generador»), pues comprobó que la combustión del gas generaba agua.
- Helio: se encuentra en las estrellas, en forma de plasma igual que el hidrógeno. En la Tierra se desprende en la desintegración de materiales radiactivos (partículas alfa). Su nombre proviene del dios griego del Sol (Helios) pues se descubrió en el espectro de la corona solar durante un eclipse en 1868.
- Litio: proviene del griego *lithos*, «roca». Descubierto por Johann Arfvedson en 1817 en los minerales espodumena y lepidolita, procedentes de la isla Utö (Suecia).
- Berilio: del griego *beryllos*. Descubierto por Louis Nicolas Vauquelin en 1798 en forma de óxido en el berilio y la maragda. Friedrich Wöhler y A. Bussy, de forma independiente, aislaron el metal en 1828 mediante reacción de potasio con cloruro de berilio.
- Boro: el nombre proviene del nombre de los compuestos de boro como el bórax (del árabe *buraq* y este del persa *burah*) que se usaban en la momificación. El boro en su forma elemental no se encuentra en la naturaleza. En 1808 Humphry Davy, Gay-Lussac y L. J. Thenard obtuvieron boro pero no lo identificaron como un nuevo elemento. Sí que lo hizo en 1824, Jöns Jacob Berzelius.
- Carbono: del latín *carbo*, carbón. Como elemento se encuentra en los diamantes y en el carbón. Ambas formas son conocidas por la humanidad desde la prehistoria. En 1777 Lavoisier demostró que los diamantes eran carbono puro al quemar muestras de ellos y de carbón y comprobar que producían la misma cantidad de dióxido de carbono por gramo de muestra de partida.
- Nitrógeno: del latín *nitrogenium*, o generador de nitro (del griego *nitron*, salnitre). Forma el 78 % en volumen de la atmósfera terrestre donde se encuentra en forma de moléculas diatómicas. Descubierto por Daniel Rutherford en 1772. Antoine Lavoisier lo llamó «azote», que en griego significa falto de vida, pues comprobó que era un componente del aire que no permite la respiración de los animales y la combustión.
- Oxígeno: constituye un 21% de la atmósfera en forma de moléculas diatómicas y una pequeña cantidad de triatómicas (ozono). Descubierto por Joseph Priestley en 1774 al descomponer óxido de mercurio por la acción de rayos y comprobar que se liberaba un gas al que llamó aire desflogistizado.
- Flúor: del latín *fluere*, fluir, en relación al uso de uno de sus compuestos, la fluorita, como fundente o facilitador de la fusión de metales o minerales. Aislado de la fluorita en 1886 por el químico francés Henri Moissan. Es el halógeno más abundante de la corteza terrestre. Se encuentra en el agua de mar en forma de fluoruro. Sus minerales más importantes son la fluorita, CaF_2; la fluorapatita, $Ca_5(PO_4)_3F$ y la criolita, Na_3AlF_6.
- Neón: del griego *neon*, el nuevo. Se encuentra en la atmósfera como gas monoatómico. Descubierto en 1898 (junto a otros componentes minoritarios del aire, kriptón y xenón) por el químico escocés William Ramsay al destilar aire líquido.

12 ¿Cuáles fueron los huecos dejados por Mendeléiev para elementos pendientes de descubrir cuando elaboró su tabla periódica?

Mendeléiev dejó lugares en la tabla para elementos que en aquel entonces no se habían descubierto. En concreto para el germanio al que llamó eka-silicio por estar debajo del silicio y que fue descubierto por el alemán Clemens Winkler en 1886; para el escandio al que dio el nombre de ekaboro por similar razón y fue descubierto por Lars Fredrick Nilson (que lo rebautizó en honor de su país Escandinavia) en 1879 y para eka-aluminio al que su descubridor, el francés Lecoq de Boisbaudran, en 1875, llamaría galio.

13 ¿Por qué los últimos elementos de la tabla periódica son todos de obtención artificial?

Porque se trata de elementos radiactivos de elevada inestabilidad. Si alguna vez hubieran existido sobre la Tierra ya se habrían extinguido por su elevada velocidad de desintegración.

14 ¿Pueden fabricarse artificialmente más y más elementos de la tabla periódica, de modo que esta nunca tenga fin?

Dada la elevada inestabilidad de los últimos elementos parece que la tabla periódica no pueda ir más allá de los que actualmente conocemos, incluidos los que desarrollan sus escasos instantes de vida en los laboratorios atómicos. A pesar de ello, hay científicos que pronostican unas llamadas «islas de estabilidad» en las que los elementos que a ellas pertenecen fueran más estables de lo normal. Así se ha postulado para el Ununquadio, número atómico 114, y Ununpentio, 115. Si se encontrara alguna otra isla de estabilidad más allá de estos números atómicos, quizás los elementos que a ellas pertenecieran podrían tener una estabilidad suficiente como para ser considerados aspirantes a la tabla de elementos. De todos modos, no parece posible en modo alguno que el número de elementos pueda crecer sin fin.

15 Explica la diferencia entre la llamada forma larga de la tabla periódica y la llamada forma corta.

La forma larga tiene los elementos situados por período s uno detrás de otro. En los períodos 6 y 7 los elementos que llenan orbitales 4*f* y 5*f* (lantánidos y actínidos respectivamente) están situados a continuación de los metales alcalinos.

En la forma corta, lantánidos y actínidos se sustraen de su sitio natural y se escriben debajo de la tabla que entonces en los períodos 6 y 7 pasa de los metales alcalinos directamente a los metales de transición. O sea, hay un salto de catorce números atómicos en los períodos 6 y 7. Esto permite imprimirla en un formato más manejable.

16 ¿Qué deben tener en común dos elementos para pertenecer a un mismo grupo?

Una configuración electrónica similar en su nivel más alto, o sea, el mismo número de electrones en el mismo tipo de orbitales, aunque estos sean de distinto nivel.

17 Enuncia la condición para que dos elementos pertenezcan al mismo período de la tabla.

Su nivel energético superior debe ser el mismo. O sea, el número cuántico principal más elevado en sus configuraciones electrónicas debe ser el mismo.

18 ¿Cuál es la diferencia entre la ordenación de la tabla presentada por Mendeléiev y la que quedó después de la aportación de Moseley?

Mendeléiev ordenó los elementos según sus masas atómicas. Moseley según sus números atómicos.

19 ¿Cuántos elementos son gaseosos, cuántos líquidos y cuántos sólidos a temperatura ambiente?

Once elementos son gaseosos: hidrógeno, helio, nitrógeno, oxígeno, flúor, neón, cloro, argón, criptón, xenón y radón.

Dos elementos son líquidos: bromo y mercurio.

Todos los demás son sólidos: más de cien contando los últimos obtenidos sintéticamente.

20 ¿Cuántos elementos se conocen hoy en día? ¿Cuántos elementos son metálicos y cuántos no?

Se conocen elementos hasta número atómico 118, que sería el gas noble que cerraría el período 7.

Aunque la tabla periódica de la IUPAC no incluye más allá del Roentgenium, que es el 111 y, de momento, el último con nombre y símbolo propios.

Son no metálicos veintidós: hidrógeno, helio, boro, carbono, nitrógeno, oxígeno, flúor, neón, silicio, fósforo, azufre cloro, argón, arsénico, selenio, bromo, criptón, telurio, yodo, xenón, astato y radón. El resto son metálicos.

21 ¿Cómo definirías inequívocamente a los metales alcalinos?

Son todos los metales cuya configuración electrónica acaba en ns^1, o sea que tienen un solo electrón en un subnivel *s* de su nivel más alto.

22 ¿Cómo definirías los elementos de transición?

Son todos los que tienen los últimos electrones de su configuración electrónica situados en subniveles tipo *d* (de transición simple) o *f* (de transición interna o doble).

23 Identifica y decide la situación en la tabla periódica (grupo y período) de los elementos que responden a las siguientes propiedades:

a) Gas que forma moléculas diatómicas y es el más ligero entre los gases que se conocen.

b) Elemento metálico, que es el de más baja electronegatividad conocido.

c) Gas que forma moléculas monoatómicas, es inerte y es el segundo gas más ligero conocido.

d) Metal líquido a temperatura ambiente.

a) Hidrógeno. Es el primer elemento de la tabla periódica: Grupo 1 (aunque a veces se sitúa aparte). Período 1.

b) Francio. Es el último de los metales alcalinos. Grupo 1. Período 7.

c) Helio. Es el primero de los gases nobles. Grupo 2. Período 1.

d) Mercurio. Junto con el bromo es el único elemento líquido a temperatura ambiente. Grupo 12. Período 6.

24 Escribe la notación electrónica y sitúa correctamente en la tabla (indicando grupo y período) los siguientes elementos: ${}_{3}X$, ${}_{15}X'$, ${}_{18}X''$, ${}_{30}X'''$.

${}_{3}X$: $1s^2\ 2s^1 \rightarrow$ Grupo 1. Período 2.

${}_{15}X'$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^3 \rightarrow$ Grupo 15. Período 3.

${}_{18}X''$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6 \rightarrow$ Grupo 18. Período 3.

${}_{30}X'''$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10} \rightarrow$ Grupo 12. Período 4.

25 Indica su situación en la tabla periódica y describe las propiedades previsibles para el elemento ${}_{36}X$.

Su notación electrónica es: ${}_{36}X$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6$

Pertenece al período 4, grupo 18. Se trata del grupo de los gases nobles. Por tanto, será un gas formado por moléculas monoatómicas y será muy poco reactivo, tanto que prácticamente no existen compuestos suyos. Se trata del criptón.

26 ¿Qué elementos de la tabla periódica son líquidos a temperatura ambiente?

Solo dos de ellos, el mercurio que es un metal (temperatura de fusión igual a –38,83 °C) y el bromo que es un no metal y forma moléculas diatómicas (temperatura de fusión igual a –7,3 °C).

27 ¿Qué elementos de la tabla periódica son gases a temperatura ambiente?

Son gaseosos 11 elementos: hidrógeno, helio, nitrógeno, oxígeno, flúor, neón, cloro, argón, criptón, xenón y radón.

28 Busca en la tabla periódica los elementos que tienen su nombre dedicado a científicos.

- Curio: en honor de Pierre y Marie Curie descubridores del radio y otros elementos radiactivos.
- Einstenio: Albert Einstein (Alemania - EEUU). Creador de la teoría de la relatividad.
- Fermio: Enrico Fermi (Italia). Construyó el primer reactor nuclear y contribuyó al desarrollo de la teoría cuántica.
- Mendelevio: Dimitri Ivanovich Mendeléiev (Rusia). Creador de la tabla periódica de los elementos.
- Nobelio: Alfred Nobel (Suecia). Inventor de la dinamita. Fundador de los premios que llevan su nombre.
- Lawrencio: Ernest O. Lawrence (EEUU). Inventor del ciclotrón.
- Rutherfordio: Ernst Rutherford (Nueva Zelanda). Descubridor de la radiación alfa y beta, del núcleo atómico y creador del modelo atómico que lleva su nombre.
- Samario: derivado del mineral samarskita que lleva el nombre de Vasili Samarsky-Bykhovets.
- Gadolinio: del mineral gadolinita, nombrado así en honor al químico y geólogo Johan Gadolin.
- Seaborgio: Glenn Theodore Seaborg (EEUU). Descubridor de varios elementos transuránicos y creador del concepto de serie de los actínidos. Con su obra la tabla periódica adoptó la configuración definitiva.
- Bohrio: Niels Henrik David Bohr (Dinamarca). Realizó importantes contribuciones a la teoría cuántica y al modelo del átomo.
- Meitnerio: Lise Meitner (Austria). Matemática y física. Descubridora del punto de fisión nuclear y de la reacción en cadena.
- Roentgenio: Wilhelm Conrad Röntgen (Alemania). Descubridor de los rayos X.

29 Busca en la tabla los elementos con nombres dedicados a países o ciudades.

Escandio (de Escandinavia); galio (de Galia, Francia); germanio (de Germania, Alemania); itrio (de Ytterby, una aldea sueca cerca de Vaxholm); rutenio (del latín medieval *Ruthenia*, Rusia); indio (de India); hafnio (del nombre de Copenhague en latín, *Hafnia*); renio (del latin *Rhenus*, Rhin); polonio (de Polonia); europio (de Europa); terbio (de la villa Ytterby en Suecia); holmio (de *Holmia*, el nombre latino de Estocolmo); erbio (igual que el iterbio de Ytterby una villa de Suecia); tulio (de Thule, Escandinavia); iterbio (igual que el erbio y el terbio de Ytterby una villa de Suecia); lutecio (del latín *Lutetia* antiguo nombre de París); francio (de Francia); americio (de América); berkelio (de Berkeley, California); californio (de California); dubnio (de la ciudad rusa de Dubna); hassio (del nombre latino del estado alemán de Hessen) y darmstadtio (de la ciudad alemana de Darmstadt).

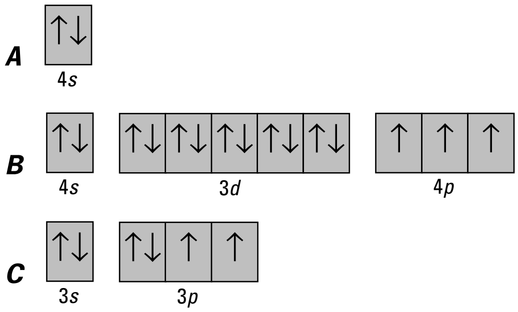
30 ¿Por qué los lantánidos y los actínidos se consideran como grupos o familias si no corresponden a columnas de la tabla periódica sino a filas?

Porque sus propiedades físicas y químicas son muy parecidas. Glenn Theodore Seaborg creó el concepto de serie para estos elementos basándose en la configuración de llenado de orbitales *f* de dos niveles anteriores al período correspondiente.

31 ¿Qué relación crees que hay entre la clasificación de los elementos en octavas que propugnó Newlands con los actuales grupos de la tabla periódica?

En la tabla actual, los elementos normales (elementos *s* y elementos *p*) siguen formando conjuntos de ocho elementos en cada período, excepto en el primero. Para una tabla que no fuera más allá del tercer período, los períodos *s* serían de 8 grupos.

32 Sitúa en la tabla periódica los elementos con las siguientes configuraciones:



El primero es un elemento del cuarto período (n = 4) y del segundo grupo (ns^2) o grupo de los metales alcalinotérreos. Se trata del calcio, Ca.

El segundo es también un elemento del cuarto período (n = 4) y del grupo 16 o grupo de los nitrogenoides ($ns^2\ np^3$). Se trata del arsénico, As.

El tercero es un elemento del tercer período (n = 3) y del grupo de los oxigenoides ($ns^2\ np^4$). Se trata del azufre, S.

33 Justifica las posibles valencias de los elementos de la actividad anterior.

El calcio actuará con valencia dos, tendiendo a perder sus dos electrones del último nivel y quedando con número de oxidación +2.

Al arsénico le faltan solo tres electrones para completar el octeto de valencia. Tenderá a ganarlos o a compartirlos formando pares electrónicos (enlaces covalentes) con sus tres electrones desapareados. Tendrá valencia 3.

Al azufre le faltan solo dos electrones para completar el octeto de valencia. Por la misma razón que el arsénico, tenderá a ganarlos netamente o a compartirlos formando dos pares electrónicos (enlaces covalentes), con sus dos electrones desapareados. Tendrá valencia 2.

34 ¿Es posible que la configuración de un elemento sea: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^4\ 4s^1$? Explica tu respuesta.

Sí es posible. No viola ninguna de las reglas de distribución electrónica. Se trata de un estado excitado pues hay un electrón en un subnivel 4s sin que se haya completado el subnivel 3p, que es de menor energía. La configuración fundamental de este elemento sería: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^5$. Se trata del cloro.

35 ¿A qué período pertenece el elemento de configuración electrónica: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 4d^{10}\ 5p^6\ 6s^2\ 4f^{14}\ 5d^4$? Indica si se trata de un metal o de un no metal, y a qué familia pertenece.

Se trata de un elemento del sexto período. La configuración electrónica corresponde a la de un metal de transición pues el electrón diferenciador está situado en un subnivel 5d.

36 A veces, se habla de metales pesados, sobre todo para relacionar un grupo de sustancias que pueden ser contaminantes para el medio ambiente. ¿Sabes de qué tipo de metales se trata?

Se refiere principalmente a metales de transición y de transición interna, aunque también se cuentan metales como el estaño o el plomo que son elementos normales. En general, solo los metales alcalinos y alcalinotérreos no se consideran entre los llamados pesados, pues acostumbran a ser mucho más solubles que el resto.

37 ¿Conoces algún uso de los gases nobles?

Su escasa reactividad los ha hecho ideales para el hinchado de dirigibles y globos aerostáticos. También se usan para sellar productos en atmósferas inertes y sirven para la producción de tubos fluorescentes, especialmente el neón por su característica luz roja.

38 ¿Conoces algún uso de los elementos halógenos?

Formando parte de compuestos, especialmente en derivados orgánicos y en sales, tienen un amplio espectro de utilidades desde la salazón de alimentos hasta la intervención en especialidades farmacéuticas. Por ejemplo, los derivados organofluorados tienen aplicación como gases refrigerantes, y los fluoruros participan en los dentífricos para la prevención de las caries. Los derivados dell cloro se usan como blanqueantes de papel y tejidos. Como elementos, se usan en las bombillas rellenas de estos gases que se conocen precisamente como focos halógenos.

39 Cita tres propiedades de los no metales que nunca presenten los metales.

Forman iones monoatómicos negativos. Forman moléculas. Reaccionan con los metales actuando con número de oxidación negativo (los gases nobles no reaccionan prácticamente).

40 Cita tres propiedades exclusivas de los metales.

Forman iones monoatómicos positivos. Reaccionan con los no metales actuando con número de oxidación positivo. En estado sólido son conductores de la electricidad y del calor. Forman un tipo de enlace que les permite deformarse sin romperse (plasticidad).

41 Define el concepto de propiedad periódica. ¿Con qué deben estar relacionadas las propiedades de los elementos para que manifiesten este carácter de periodicidad?

Una propiedad periódica es aquella cuyas variaciones de un elemento a otro se pueden relacionar con la posición de los elementos en la tabla periódica o, dicho de otro modo, que varía siguiendo los grupos y períodos de la tabla. Las propiedades periódicas están relacionadas con la configuración electrónica de los elementos y, en última instancia, con el número atómico.

42 ¿Qué es la energía de ionización? ¿Por qué a veces se le llama potencial de ionización?

Es la energía necesaria para arrancar un electrón de un átomo en estado vapor (separado de otros átomos) y en su estado energético fundamental. También puede referirse a un mol de átomos. El nombre de potencial de ionización se debe a que los electrones se arrancan de los átomos sometiéndolos a un potencial eléctrico, y el valor de dicha energía de ionización muchas veces se facilita en electronvoltios (eV), que es la energía que adquiere un electrón ($1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C) cuando se acelera con una diferencia de potencial de 1 V.

43 La energía de ionización del magnesio es 737,7 kJ mol^{-1}. ¿El signo de esta energía es positivo o negativo? ¿Se absorbe o se desprende? Calcula la energía de ionización para un solo átomo de magnesio.

El signo de las energías de ionización siempre es positivo porque se trata de una energía que siempre se debe suministrar para arrancar un electrón. No existe ningún átomo que se desprenda de sus electrones espontáneamente. Para un solo átomo de magnesio el valor de la energía de ionización se halla dividiendo el valor del enunciado por el número de Avogadro:

$$737{,}7\ \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \cdot \frac{1\,000\ \text{J}}{1\ \text{kJ}} \cdot \frac{1\ \text{mol Mg}}{6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{átomos Mg}} = 1{,}225 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$$

44 La primera energía de ionización del magnesio, $_{12}Mg$, es igual a 737,7 kJ mol^{-1}, la segunda es 1 450,7 kJ mol^{-1} y la tercera es 7 732,7 kJ mol^{-1}. Explica qué electrones se arrancan cada vez (escribe antes su notación electrónica). Explica también por qué la diferencia entre la tercera y segunda energías es mucho mayor que la diferencia entre la segunda y la primera.

La notación electrónica del magnesio, $_{12}Mg$, es: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2$.

$Mg \rightarrow Mg^{+}$: EI_1 = 737,7 kJ mol^{-1} $\rightarrow 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2 \rightarrow 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^1$.

$Mg^{+} \rightarrow Mg^{2+}$: EI_2 = 1 450,7 kJ mol^{-1} $\rightarrow 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^1 \rightarrow 1s^2\ 2s^2\ 2p^6$.

$Mg^{2+} \rightarrow Mg^{3+}$: EI_3 = 7 732,7 kJ mol^{-1} $\rightarrow 1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2 \rightarrow 1s^2\ 2s^2\ 2p^5$.

La tercera energía de ionización es mucho mayor porque en esta tercera ionización se arranca un electrón de un nivel inferior, el segundo, mientras que en la primera y segunda ionizaciones se arrancaban electrones del último nivel, el tercero, que está más alejado del núcleo y sus electrones son retenidos con menos fuerza.

45 ¿Qué es la afinidad electrónica?

Es la energía involucrada cuando un átomo en estado de vapor (separado de otros átomos) y en su estado energético fundamental captura un electrón.

46 La afinidad electrónica del flúor es –328 kJ mol^{-1}. ¿Qué significa el signo negativo de esta energía? Calcula la afinidad electrónica de un átomo de flúor.

El signo negativo indica que se trata de una energía desprendida. Para un solo átomo de flúor, la energía involucrada se calcula dividiendo el valor facilitado en el enunciado por el número de Avogadro:

$$-328\ \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \cdot \frac{1\,000\ \text{J}}{1\ \text{kJ}} \cdot \frac{1\ \text{mol F}}{6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{átomos F}} = -5{,}45 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

Hay que tener en cuenta que la energía del enunciado se refiere a un mol de átomos de flúor y no a un mol de moléculas del mismo elemento, puesto que si así fuera debería dividirse por dos, además de tener en cuenta la energía de ruptura del enlace entre los dos átomos.

47 Cuando un átomo de bromo captura un electrón, se desprende una energía de 3,36 eV. Calcula la afinidad electrónica del bromo referida a un mol y en unidades del sistema internacional (1 eV = 1,6 · 10^{-19} J).

$$\text{Br} + e^- \longrightarrow \text{Br}^-$$

AE = –3,36 eV, por tanto:

$$-3{,}36\ \frac{\text{eV}}{\text{átomo Br}} \cdot \frac{1{,}6 \times 10^{-19}\ \text{J}}{1\ \text{ev}} \cdot \frac{6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{átomos Br}}{1\ \text{mol átomos Br}} = -3.24 \cdot 10^{5}\ \text{J mol}^{-1}$$

48 La afinidad electrónica del silicio es –1,63 eV. La del fósforo es –0,7 eV. ¿Por qué una es mayor que otra?

Si: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^2$. Por tanto: $\text{Si} + e^- \longrightarrow \text{Si}^-$; AE = –1,63 eV.

P: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^3$. Por tanto: $\text{P} + e^- \longrightarrow \text{P}^-$; AE = –0,7 eV.

Ambos son elementos del tercer período. El P tiene un electrón más que el Si, con la particularidad de que este electrón adicional sirve para llenar justo hasta la mitad los orbitales del subnivel 3*p* del P. Las configuraciones electrónicas con subniveles semillenos poseen una estabilidad adicional respecto a las demás. Esta estabilidad no es tan elevada como la que proporciona el llenado completo de subniveles y de niveles, pero es suficiente para que el fósforo manifieste una menos tendencia que el Si a capturar un electrón. En cambio, la afinidad electrónica del Si manifiesta la estabilidad que consigue al añadir el electrón que semicompleta el subnivel 3*p*.

49 La energía de ionización de un átomo de sodio es 5,14 eV. Calcula (en kJ) la energía necesaria para ionizar 5 gramos de sodio vaporizado. La masa atómica del sodio es 22,9898.

$$\text{Na} \longrightarrow \text{Na}^+ + e^-;\quad \text{EI} = -5{,}14\ \text{eV}$$

$$5\ \text{g Na} \cdot \frac{1\ \text{mol Na}}{22{,}9898\ \text{g Na}} \cdot \frac{6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{átomos Na}}{1\ \text{mol Na}} \cdot \frac{5{,}14\ \text{eV}}{\text{átomo Na}} \cdot \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1\ \text{ev}} \cdot \frac{1\ \text{kJ}}{1\,000\ \text{J}} = 107{,}71\ \text{kJ}$$

50 Sin consultar los valores de electronegatividad, ordena de mayor a menor electronegatividad los siguientes elementos: francio, yodo, oxígeno, litio y oro.

Los no metales tienen mayor electronegatividad que los metales. Comparando oxígeno y yodo, la mayor electronegatividad corresponderá al oxígeno, que está más a la derecha de la tabla y más arriba. Entre los metales, el oro que es un metal de transición y que se conoce como noble por su escasa oxidabilidad, por tanto, tendrá mayor electronegatividad que los dos metales alcalinos. Entre estos dos, tiene mayor electronegatividad el litio que encabeza el grupo, y menor el francio que lo cierra.

El orden será pues: oxígeno, yodo, oro, litio y francio.

51 ¿En qué unidades se mide la electronegatividad en la escala de Pauling?

No tiene unidades. La escala de Pauling se basa en las energías de enlace entre los átomos pero no se calcula directamente a partir de ninguna magnitud física. Se adjudican valores entre 0 y 4, dándose el valor de referencia de 4 al flúor que es el elemento más electronegativo.

52 ¿Por qué el carbono es un no metal, mientras que el estaño es un metal, si ambos pertenecen al mismo grupo y tienen similares configuraciones electrónicas?

El carácter metálico depende del tipo de configuración electrónica, que es igual para todos los elementos de un grupo, pero también depende del nivel de los electrones más externos. Por ello, el carácter metálico crece a medida que se desciende por un grupo, pues la electronegatividad disminuye en este mismo sentido. El carbono es el primer elemento de su grupo y pertenece al período 2. En cambio, el estaño es el cuarto elemento del grupo 14 y pertenece al período 5.

53 La densidad del mercurio es 13,6 g/cm^3. La masa atómica del mercurio es 200,6. Calcula su volumen atómico.

$$\frac{1\ \text{cm}^3}{13{,}6\ \text{g Hg}} \cdot \frac{200{,}6\ \text{g Hg}}{1\ \text{mol Hg}} \cdot \frac{1\ \text{mol Hg}}{6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{átomos Hg}} = 2{,}45 \cdot 10^{-23}\ \frac{\text{cm}^3}{\text{átomo}} = 2{,}45 \cdot 10^{-29}\ \frac{\text{m}^3}{\text{átomo}}$$

54 La densidad del oro es 19,3 g/cm^3. La masa atómica del oro es 196,97. Calcula su volumen atómico.

$$\frac{1\ \text{cm}^3}{19{,}3\ \text{g Au}} \cdot \frac{196{,}97\ \text{g Au}}{1\ \text{mol Au}} \cdot \frac{1\ \text{mol Hg}}{6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{átomos Au}} = 1{,}69 \cdot 10^{-23}\ \frac{\text{cm}^3}{\text{átomo}} = 1{,}69 \cdot 10^{-29}\ \frac{\text{m}^3}{\text{átomo}}$$

55 ¿Por qué el hidrógeno se sitúa encabezando el grupo de los metales alcalinos si es un no metal?

Por su configuración electrónica, $1s^1$, que es la típica de los metales alcalinos. El hidrógeno tiende a formar iones positivos H^+ en disolución acuosa y forma con los halógenos compuestos con enlaces covalentes muy polarizados, que casi son iónicos. Además, se ha descubierto que a presiones extremadamente altas, el hidrógeno adopta la estructura de un metal líquido. Así parece encontrarse en el núcleo del planeta gigante Júpiter.

56 Ordena de menor a mayor volumen atómico los elementos de número atómico 3, 13, 19, 20, 31, 32, 71 y 80. ¿Crees que se pueden comparar los volúmenes atómicos de estos elementos sin incurrir en ninguna falta de objetividad? ¿Por qué? ¿Qué tienen en común estos elementos?

${}_{3}X$: $1s^2\ 2s^1$.
${}_{13}X$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^1$.
${}_{19}X$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^1$.
${}_{20}X$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2$.
${}_{31}X$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^1$.
${}_{32}X$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^2$.
${}_{71}X$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 4d^{10}\ 5p^6\ 6s^2\ 4f^{14}\ 5d^1$.
${}_{80}X$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 4d^{10}\ 5p^6\ 6\ s^2\ 4f^{14}\ 5d^{10}$.

El menor es el ${}_{3}X$ y luego el ${}_{13}X$ pues pertenecen a los período s más bajos.

Entre los que pertenecen al cuarto período, el orden es: ${}_{9}X > {}_{20}X > {}_{31}X > {}_{32}X$ porque el tamaño decrece a medida que se avanza por un período debido a que los últimos electrones pertenecen todos al mismo nivel pero la carga positiva del núcleo es progresivamente creciente.

Lo mismo ocurre entre los dos últimos que pertenecen al período 6. ${}_{80}X$ es menor que ${}_{71}X$ pues además este es el primer elemento *d* del período 6, mientras que ${}_{80}X$ es el último.

La ordenación de todos ellos es: ${}_{71}X > {}_{80}X > {}_{19}X > {}_{20}X > {}_{31}X > {}_{32}X > {}_{13}X > {}_{3}X$.

Todos estos elementos son metales por lo que comparten el tipo de enlace que forman con ellos mismos (enlace metálico). Si no fuera así, resultaría más difícil de comparar el volumen atómico entre átomos que forman enlaces metálicos con los que los forman covalentes, por ejemplo.

57 Las siguientes configuraciones electrónicas corresponden a átomos neutros:

A $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^5$

B $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6$

C $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^3$

D $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2$

E $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^1$

F $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^1$

a) Ordena los átomos correspondientes de mayor a menor primer potencial de ionización.

b) Indica el elemento que tiene el segundo potencial de ionización mayor.

c) Señala el elemento con mayor afinidad electrónica.

d) Clasifícalos en elementos metálicos y no metálicos.

a) Todos son elementos del período 3. Por tanto, el último electrón estará a una distancia del núcleo parecida en todos ellos. Siguiendo el orden del número atómico, los núcleos de estos elementos tendrán más carga positiva (mayor número de protones) de modo que el último electrón será más y más difícil de arrancar. Por tanto, el orden de mayor a menor energía de ionización es: B > A > C > F > D > E.

b) A: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^5$. Por tanto, se trata del halógeno del tercer período, el cloro, ${}_{17}Cl$.

c) Es el mismo elemento. Porque el siguiente es un gas noble que no tiene ninguna tendencia a capturar electrones.

d) Son metales: D, E y F. No metales: A, B y C.

58 Se consideran las especies químicas: ${}_{2}He$, ${}_{3}Li^{+}$ y ${}_{4}Be^{2+}$. Escribe la notación electrónica de cada una de ellas. ¿Se necesita la misma energía para arrancar un electrón a cada una de ellas? ¿Por qué?

$${}_{2}He{:}\ 1s^2;\ {}_{3}Li^{+}{:}\ 1s^2;\ {}_{4}Be^{2+}{:}\ 1s^2$$

Todas tienen la misma notación electrónica porque todas tienen el mismo número de electrones. A pesar de ello, la energía necesaria para arrancarles un electrón a cada una de ellas no es la misma porque el número de protones en el núcleo no es el mismo: 2 para ${}_{2}He$, 3 para ${}_{3}Li^{+}$, y 4 para ${}_{4}Be^{2+}$. Dicha energía aumenta en el mismo orden anterior.

59 ¿Qué es la configuración electrónica de un átomo?

La configuración electrónica es la indicación detallada de cuántos electrones posee un átomo en cada subnivel.

60 Se consideran las especies químicas: ${}_{10}Ne$, ${}_{9}F^{-}$, ${}_{11}Na^{+}$ y ${}_{12}Mg^{2+}$. Escribe la notación electrónica de cada una de ellas. ¿Tienen todas el último electrón en el mismo nivel y subnivel energético? ¿Tienen todas el mismo radio atómico? ¿Por qué? Si opinas que no, ordénalas de menor a mayor. Si opinas que sí, justifica tu respuesta.

$${}_{10}Ne{:}\ 1s^2\ 2s^2\ 2p^6;\ {}_{9}F^{-}{:}\ 1s^2\ 2s^2\ 2p^6;\ {}_{11}Na^{+}{:}\ 1s^2\ 2s^2\ 2p^6;\ {}_{12}Mg^{2+}{:}\ 1s^2\ 2s^2\ 2p^6$$

Tienen la misma notación electrónica porque todas ellas tienen 10 electrones. Naturalmente tienen el último electrón en el mismo nivel y subnivel energéticos.

No tienen el mismo radio atómico porque el último electrón está bajo la atracción de distintos núcleos con 10 protones en el ${}_{10}Ne$, 9 en el ${}_{9}F$, 11 en el ${}_{11}Na^{+}$ y 12 en el ${}_{12}Mg^{2+}$.

De menor a mayor radio: ${}_{12}Mg^{2+} < {}_{11}Na^{+} < {}_{10}Ne < {}_{9}F^{-}$.

61 Cuándo un átomo neutro de flúor gana un electrón y se convierte en el ion negativo fluoruro, ¿aumenta o disminuye su radio atómico? ¿Por qué?

Prácticamente no varía de tamaño porque el nuevo electrón no se sitúa a una mayor distancia del núcleo sino en un nivel y subnivel igual al que ya estaba ocupado por los últimos electrones del átomo neutro.

62 Cuando un átomo neutro de potasio pierde un electrón y se convierte en el catión potasio, ¿aumenta o disminuye su radio atómico? ¿Por qué?

Disminuye porque el último electrón del ion K^+ ($1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6$) pertenece a un nivel inferior al último electrón del átomo neutro K ($1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^1$).

63 Explica por qué, en el tercer y cuarto períodos, en los que hay elementos que llenan los orbitales *d*, aumenta ligeramente el volumen atómico respecto a los elementos anteriores del mismo período cuando estos orbitales *d* se acaban de llenar, todo ello en contra del descenso general del volumen atómico a través de un período.

Porque los orbitales *d* pertenecen a un nivel energético anterior al característico del período. Por ello, estos electrones situados en orbitales $(n - 1)d$ se sitúan más cercanos al núcleo que los siguientes electrones *np* y actúan apantallando a estos últimos respecto a la atracción del núcleo. Todo ello conduce a que los electrones *np* no sufran tan intensamente el efecto de «contracción» por el aumento de carga sucesiva del núcleo, e incluso se note un ligero aumento de tamaño del átomo.

64 ¿Qué es un enlace químico? ¿Qué tipo de fuerzas universales sustentan todos los tipos de enlaces químicos entre átomos? ¿Y entre moléculas?

Un enlace químico es la unión entre dos o más átomos debido a las atracciones eléctricas.

El enlace químico por excelencia es el enlace covalente que se lleva a cabo por la atracción de los núcleos por los electrones que comparten en un espacio intermedio.

El enlace iónico se produce por la atracción eléctrica entre un átomo que ha perdido electrones (y se ha convertido en un ion positivo) y otro que ha ganado electrones (y se ha convertido en un ion negativo).

Finalmente, el enlace metálico es un enlace comunitario en el que los electrones de valencia son compartidos entre todos los átomos del metal.

Entre moléculas existen dos tipos de interacciones: el puente de hidrógeno, en aquellas que posean átomos de hidrógeno unidos a otros átomos muy electronegativos (F, O, N) por lo que se produce una gran polarización del enlace y aparece un H con una carga parcial positiva que puede atraer a átomos electronegativos (con una carga parcial negativa) de otras moléculas; y el basado en las interacciones dipolo-dipolo que existen de modo permanente en algunas moléculas o que se puedan formar eventualmente.

65 Acaba el enunciado correctamente: «En un enlace químico la energía de los átomos enlazados es...».

a) Mayor, porque para hacer reacciones hay que calentar, y esta energía la ganan los átomos.

b) Menor, porque los átomos pasan a una situación energéticamente más estable.

c) Igual que la que tenían los átomos por separado, porque la energía no se crea ni se destruye.

d) Las tres opciones anteriores son ciertas; depende de cómo se mida.

La opción correcta es la b). Si no fuera así, los átomos no tendrían tendencia a unirse. Es lo que ocurre con los átomos de los gases nobles.

66 ¿Qué es la estructura de Lewis de un átomo? ¿Y de un ion? ¿Y de una molécula?

La estructura de Lewis de un átomo es la representación (mediante signos como puntos o círculos) de los electrones del último nivel, del llamado nivel de valencia. Estos electrones son los que intervienen en la formación de los enlaces con otros átomos. Lo mismo para un ion monoatómico.

Para un ion poliatómico o una molécula, la estructura de Lewis incluye también los electrones del último nivel de cada átomo, tanto los que pertenecen exclusivamente a un átomo, como los que están compartidos con otros átomos formando los enlaces.

67 ¿Qué afirma la teoría de Lewis? ¿Se cumple siempre? Tanto si opinas que sí como si opinas que no, propón ejemplos.

La teoría de Lewis afirma que los átomos pierden, ganan o comparten electrones en una cantidad tal que les permita adquirir la configuración del gas noble más cercano en su situación en la tabla periódica que, excepto para los que se acercan al helio, consiste en los niveles *s* y *p* completos, ns^2 np^6, que se conoce como octeto completo.

No se cumple siempre. Lo cumplen bastante bien los elementos normales en las valencias características del grupo pero no acostumbra a cumplirse en los elementos de transición ni en algunas valencias elevadas de los mismos elementos normales. Por ejemplo:

$_{11}Na$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^1$; por tanto, pierde un electrón para adquirir la configuración del Ne: $_{11}Na^+$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6$.

$_9F$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^5$; por tanto, gana un electrón para adquirir la misma configuración del Ne: $_9F^-$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6$.

En cambio el $_{16}S$, cuya configuración electrónica es $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^4$, tiene valencia 2 y puede ganar o compartir dos electrones cumpliendo la teoría de Lewis, pero también manifiesta tener valencias 4 y 6 en compuestos como: H_2SO_3 y H_2SO_4, que, evidentemente, no cumplen la teoría de Lewis.

68 Escribe las estructuras de Lewis de los siguientes átomos: $_3Li$, $_6C$, $_9F$, $_{12}Mg$, $_{15}P$ y $_{18}Ar$.

$_3Li$: $1s^2\ \underline{2s^1} \rightarrow :Li$

$_6C$: $1s^2\ \underline{2s^2}\ \underline{2p^2} \rightarrow \cdot\overset{\cdot}{\underset{\cdot}{C}}\cdot$

$_9F$: $1s^2\ \underline{2s^2}\ \underline{2p^5} \rightarrow \cdot\overset{\cdot\cdot}{\underset{\cdot\cdot}{F}}:$

$_{12}Mg$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ \underline{3s^2} \rightarrow :Mg$

$_{15}P$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ \underline{3s^2}\ \underline{3p^3} \rightarrow \vdots P:$

$_{18}Ar$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ \underline{3s^2}\ \underline{3p^6} \rightarrow :\overset{\cdot\cdot}{\underset{\cdot\cdot}{Ar}}:$

69 Escribe las estructuras de Lewis de los siguientes iones: $_4Be^{2+}$, $_{11}Na^+$, $_{20}Ca^{2+}$ y $_{13}Al^{3+}$.

$_4Be^{2+}$: $\underline{1s^2} \rightarrow :Be^{2\oplus}$

$_{11}Na^+$: $1s^2\ \underline{2s^2}\ \underline{2p^6} \rightarrow :\overset{\cdot\cdot}{\underset{\cdot\cdot}{Na}}:^{\oplus}$

$_{20}Ca^{2+}$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ \underline{3s^2}\ \underline{3p^6} \rightarrow :\overset{\cdot\cdot}{\underset{\cdot\cdot}{Ca}}:^{2\oplus}$

$_{13}Al^{3+}$: $1s^2\ \underline{2s^2}\ \underline{2p^6} \rightarrow :\overset{\cdot\cdot}{\underset{\cdot\cdot}{Al}}:^{3\oplus}$

70 Escribe las estructuras de Lewis de los siguientes iones: $_8O^{2-}$, $_9F^-$, $_{14}N^{3-}$, $_{16}S^{2-}$ y $_{35}Br^-$.

$_8O^{2-}$: $1s^2\ \underline{2s^2}\ \underline{2p^6} \rightarrow :\overset{\cdot\cdot}{\underset{\cdot\cdot}{O}}:^{2\ominus}$

$_9F^-$: $1s^2\ \underline{2s^2}\ \underline{2p^6} \rightarrow :\overset{\cdot\cdot}{\underset{\cdot\cdot}{F}}:^{\ominus}$

$_{14}N^{3-}$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ \underline{3s^2}\ \underline{3p^6} \rightarrow :\overset{\cdot\cdot}{\underset{\cdot\cdot}{N}}:^{3\ominus}$

$_{16}S^{2-}$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ \underline{3s^2}\ \underline{3p^6} \rightarrow :\overset{\cdot\cdot}{\underset{\cdot\cdot}{S}}:^{2\ominus}$

$_{35}Br^-$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ \underline{4s^2}\ 3d^{10}\ \underline{4p^6} \rightarrow :\overset{\cdot\cdot}{\underset{\cdot\cdot}{Br}}:^{\ominus}$

71 Dados los siguientes elementos: yodo, $_{53}I$, y litio, $_{3}Li$, escribe sus estructuras de Lewis. ¿Pueden reaccionar para formar un compuesto? ¿Qué tipo de enlace tendrá? Escribe la estructura de Lewis del compuesto. Enumera algunas de sus propiedades previsibles.

$_{3}Li$: $1s^2\ \underline{2s^1} \rightarrow Li\bullet$

$_{53}I$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ \underline{5s^2}\ 4d^{10}\ \underline{5p^5} \rightarrow I$

Por las características de cada uno, tenderán a formar un ion Li^+ y un ion I^-, de manera que ambos tendrán configuración electrónica de gas noble. El compuesto formado, yoduro de litio, LiI, será:

$$:Li^{\oplus}\ I^{\ominus}$$

72 Dados los siguientes elementos: $_{9}F$ y $_{20}Ca$, escribe sus estructuras de Lewis. ¿Pueden reaccionar para formar un compuesto? ¿Qué tipo de enlace tendrá? Escribe la estructura de Lewis del compuesto. Enumera algunas de sus propiedades previsibles.

$_{9}F$: $1s^2\ \underline{2s^2}\ \underline{2p^5} \rightarrow F$ $_{20}Ca$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ \underline{4s^2} \rightarrow :Ca$

El F tenderá a completar su notación electrónica capturando un electrón y formando el ion F^-, mientras que el Ca tenderá a perder sus dos últimos electrones para quedar con la configuración electrónica completa del nivel anterior formando el ion Ca^{2+}. El compuesto formado será iónico. Se trata del cloruro de calcio, CaF_2:

$$F^{\ominus}\ :Ca:^{2\oplus}\ F^{\ominus}$$

Tendrá las propiedades características de los compuestos iónicos: solubilidad en agua y disolventes polares, formación de cristales, conductividad eléctrica de las disoluciones acuosas, elevado punto de fusión, fragilidad y dureza, etc.

73 Dados los siguientes elementos: oxígeno ($_{8}O$) y francio ($_{87}Fr$), escribe sus estructuras de Lewis. ¿Pueden reaccionar para formar un compuesto? ¿Qué tipo de enlace tendrá? Escribe la estructura de Lewis del compuesto. Enumera algunas de sus propiedades previsibles.

$_{8}O$: $1s^2\ \underline{2s^2}\ \underline{2p^4} \rightarrow O$ $_{87}Fr$: (Rn) $\underline{7s^1} \rightarrow Fr\bullet$

El oxígeno tenderá a completar su notación electrónica capturando dos electrones y formando el ion O^{2-}, mientras que el Fr tenderá a perder su último electrón para quedar con la configuración electrónica completa del nivel anterior (la del radón) formando el ion Fr^+. El compuesto formado será iónico. Es el óxido de francio, Fr_2O:

$$:Fr:^{\oplus}\ O^{2\ominus}\ :Fr:^{\oplus}$$

También tendrá las propiedades características de los compuestos iónicos: solubilidad en agua y disolventes polares, formación de cristales, conductividad eléctrica de las disoluciones acuosas, elevado punto de fusión, fragilidad y dureza, etc.

74 Define enlace covalente según la teoría de Lewis.

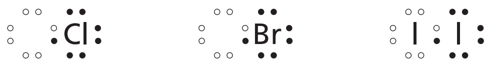
Según la teoría de Lewis un enlace covalente se forma por compartición de un par, de electrones de manera que los átomos que los comparten adquieren estructura electrónica de gas noble.

75 Escribe la estructura de Lewis de las siguientes moléculas: cloro ($_{17}Cl$), bromo ($_{35}Br$) e yodo ($_{53}I$) en las que se cumple la teoría de Lewis.

$_{17}$Cl: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ \underline{3s^2}\ \underline{3p^5} \rightarrow$ Cl $\quad$ $_{35}$Br: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ \underline{4s^2}\ 3d^{10}\ \underline{4p^5} \rightarrow$ Br

$_{53}$I: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ \underline{5s^2}\ 4d^{10}\ \underline{5p^5} \rightarrow$ I

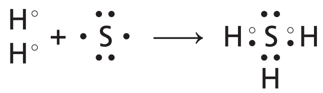
Todos estos átomos completarían la estructura de octeto compartiendo un electrón con otro átomo por lo que las moléculas que forman son biatómicas:



76 Escribe la estructura de Lewis de la molécula de ácido sulfhídrico formada a partir de los elementos hidrógeno ($_1H$) y azufre ($_{16}S$). ¿Con qué molécula muy común la podrías comparar?

$_1$H: $\underline{1s^1} \rightarrow$ H $\quad$ $_{16}$S: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ \underline{3s^2}\ \underline{3p^4} \rightarrow$ S

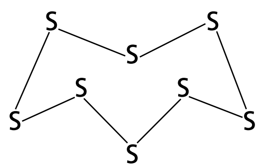
La molécula que se formará es ácido sulfhídrico, H_2S.



Es un compuesto comparable a la molécula de agua, H_2O.

77 El azufre forma moléculas cíclicas de 8 átomos de azufre. Dibuja una de ellas.

El anillo de ocho átomos de azufre no tiene forma plana sino que se dobla en el espacio siguiendo un patrón parecido al de la figura siguiente:



78 Explica por qué es tan duro el diamante y tan blando el azufre, si ambos están formados por enlaces covalentes.

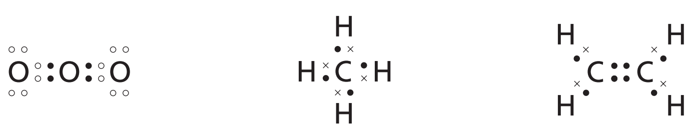
Porque el diamante está formado por una red tridimensional de átomos de carbono y para romper esta estructura hay que romper enlaces covalentes. En cambio, el azufre está formado por moléculas S_8 que luego se unen entre si por fuerzas de van der Waals.

79 Escribe las estructuras de Lewis de las moléculas de dióxido de carbono (CO_2), metano (CH_4) y eteno ($CH_2{=}CH_2$). (Datos: $_6C$, $_8O$, $_1H$).

Las notaciones electrónicas y las estructuras de Lewis de los átomos individuales son:

$_1$H: $\underline{1s^1} \rightarrow$ H $\quad$ $_6$C: $1s^2\ \underline{2s^2}\ \underline{2p^2} \rightarrow$ C $\quad$ $_8$O: $1s^2\ \underline{2s^2}\ \underline{2p^4} \rightarrow$ O

Las estructuras de las moléculas pedidas son:



80 El agua oxigenada o peróxido de hidrógeno está formado por moléculas de fórmula H_2O_2. Dibuja la estructura de Lewis de una de estas moléculas y de una molécula de agua ordinaria.

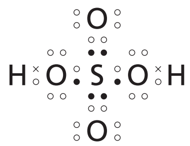
$_1H$: $\underline{1s^1} \rightarrow H^{\times}$ $\qquad$ $_8O$: $1s^2\ \underline{2s^2}\ \underline{2p^4} \rightarrow$ O

Las estructuras de Lewis del agua oxigenada, H—O—O—H, y del agua ordinaria, H—O—H, son:

81 Escribe la estructura de Lewis de la molécula de ácido sulfúrico, H_2SO_4. (Datos: $_{16}S$, $_8O$, $_1H$). Indica si se cumple para cada átomo la teoría de Lewis.

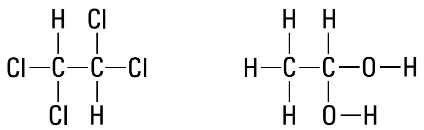
$_1H$: $\underline{1s^1} \rightarrow H^{\times}$ $\qquad$ $_8O$: $1s^2\ \underline{2s^2}\ \underline{2p^4} \rightarrow$ O $\qquad$ $_{16}S$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ \underline{3s^2}\ \underline{3p^4} \rightarrow$ S

La estructura de Lewis para el H_2SO_4 es:



En ella se puede comprobar que el hidrógeno (con 2 electrones en el nivel de valencia) y oxígeno (con 8 electrones) cumplen la regla de Lewis, pero el azufre no, pues dispone de 12 electrones de valencia, en lugar de los 8 que predice la teoría.

82 Escribe la estructura de Lewis de las moléculas siguientes:

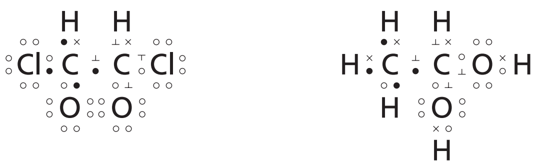


1,1,2,2-tetracloroetano $\qquad$ 1,1-etanodiol

$_1H$: $\underline{1s^1} \rightarrow H^{\times}$ $\qquad$ $_8O$: $1s^2\ \underline{2s^2}\ \underline{2p^4} \rightarrow$ O

$_6C$: $1s^2\ \underline{2s^2}\ \underline{2p^2} \rightarrow$ C $\qquad$ $_{17}Cl$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ \underline{3s^2}\ \underline{3p^5} \rightarrow$ Cl

Las estructuras de Lewis de las moléculas son:



83 ¿Qué es un enlace covalente polar? ¿Qué se necesita para que un enlace covalente sea polar?

Es un enlace covalente en el que los átomos que se unen adquieren cargas eléctricas parciales, uno de ellos positiva y el otro negativa, de modo que se forma un dipolo eléctrico. Ello se debe a que el par de electrones que forma el enlace no es compartido equitativamente sino que se desplaza preferentemente hacia uno de los dos átomos. Se precisa que tengan electronegatividades suficientemente diferentes.

84 Las electronegatividades de los átomos de hidrógeno (H), oxígeno (O) y azufre *(s)* son 2,1; 3,5 y 2,5 respectivamente. Compara la polaridad de los enlaces formados en las moléculas de ácido sulfhídrico (H_2S) con los formados en las moléculas de agua (H_2O). ¿Qué consecuencias tiene esta diferencia? ¿Conoces alguna propiedad en la que difieran notablemente ambos compuestos y que sea explicable a partir de la diferencia de polaridades de sus enlaces?

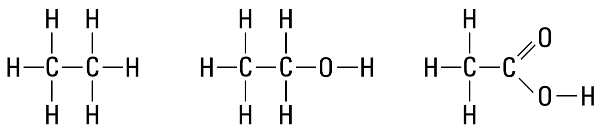
En la molécula H_2O, la diferencia de polaridades entre el O y cada uno de los H es: 3,5 – 2,1 = 1,4. En cambio, en la molécula de H_2S, la diferencia de polaridades entre el S y cada uno de los H es: 2,5 – 2,1 = 0,4. Por tanto, el enlace O—H es mucho más polar que el enlace S—H. En el caso del agua, esta acusada polaridad provoca la existencia de enlaces por puente de hidrógeno entre los H de una molécula (que adquieren carga eléctrica parcial positiva, δ^+) y los O de otra molécula (con carga eléctrica parcial negativa, δ^-). La existencia de estos puentes de hidrógeno aumenta mucho la cohesión entre las moléculas y conduce a una reducción importante de las temperaturas de fusión y de ebullición esperadas para el agua. Por ello, el ácido sulfhídrico, H_2S, es un gas a temperatura ambiente, mientras que el agua es un líquido a pesar de estar formada por moléculas más ligeras que las del H_2S.

85 ¿Cuál de las siguientes sustancias tendrá en sus moléculas enlaces covalentes polares: HCl, HF, Cl_2, H_2, H_2O? ¿Por qué?

Cl_2 y H_2 no tendrán enlaces polarizados porque son moléculas homonucleares, o sea, los átomos que forman el enlace son exactamente iguales.

En cambio, HCl, HF y H_2O tendrán enlaces polarizados porque las electronegatividades del Cl, F y O son muy distintas y superiores a la del H con el que se unen.

86 Cuál de las siguientes moléculas tendrá un enlace C—C más polarizado:



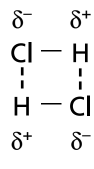
Etano Etanol Ácido etanoico

En el etano, el enlace C—C no estará en absoluto polarizado pues la molécula es simétrica y en entorno de ambos carbonos es idéntico.

Tanto en el etanol como en el ácido etanoico el primer carbono está a unido a átomos de oxígeno que son más electronegativos que él y que desplazan los electrones de sus enlaces hacia ellos. Con ello este primer carbono soportará una carga parcial positiva que lo hará distinto del segundo carbono y polarizará el enlace entre ellos. Este efecto es superior en el ácido etanoico pues el primer carbono está unido a dos átomos de oxígeno y en el etanol solo lo está a uno. Por tanto el enlace C—C del ácido etanoico estará más polarizado que el del etanol.

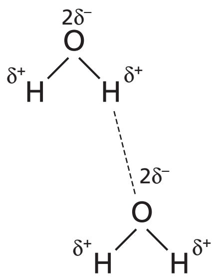
87 El ácido fluorhídrico a veces se formula como un dímero H_2F_2. Explícalo teniendo en cuenta las electronegatividades de sus átomos formantes (2,1 para el H y 4,0 para el F). Dibuja el dímero y explica los enlaces que existen en él.

Las electronegatividades de H y F son muy distintas. Esto produce una fuerte polarización del enlace H-F que deriva en la existencia de enlaces por puente de hidrógeno muy fuertes entre moléculas. Tanto que la unión por puente de hidrógeno entre dos moléculas puede considerarse casi permanente:



88 Dibuja la interacción entre moléculas de agua y explica de qué tipo es.

Se trata de una interacción por puente de hidrógeno debido a la polarización del enlace H—O. Se forma un dipolo y el hidrógeno con una carga parcial positiva de una molécula es atraído por el oxígeno con una carga parcial negativa de otra molécula:



89 En las moléculas orgánicas, el enlace entre átomos de carbono puede ser simple, doble o triple. Las energías de estos enlaces son: 348 kJ mol^{-1} para un enlace simple C—C, 612 kJ mol^{-1} para un enlace doble C=C y 837 kJ mol^{-1} para un enlace triple C≡C. Explica por qué los valores de la energía para el enlace doble y triple no son exactamente el doble y el triple, respectivamente, del valor correspondiente al enlace simple.

Un enlace se forma por compartición de un par de electrones. Este par de electrones se sitúa preferentemente en la zona espacial entre los núcleos de los átomos unidos. Esta es la mejor ubicación para que la atracción de ambos núcleos por los electrones los mantenga unidos entre sí. Cuando se forma un segundo y un tercer enlace entre los mismos átomos, los nuevos pares de electrones a compartir no pueden situarse en la zona donde mejor colaborarían a la estabilidad de la unión porque la zona internuclear está ocupada por el par de electrones del primer enlace y podría violarse el principio de exclusión de Pauli. Por tanto, este segundo y, en su caso, tercer par de electrones, ha de situarse en la periferia del eje internuclear; y su colaboración a la unión no es tan efectiva como la del primer par. Por ello, la contribución a la energía de enlace de este segundo y tercer par de electrones es menor que la del primer par y, lógicamente, la energía de un doble enlace no puede ser dos veces la del enlace simple, ni la del triple enlace puede ser tres veces la del enlace simple.

90 Se sabe que una sustancia forma moléculas triatómicas de fórmula YX_3, donde X e Y son átomos de electronegatividades muy parecidas y unidos por enlaces covalentes. Haz una lista de propiedades previsibles para esta sustancia.

Si X e Y forman enlaces covalentes, X e Y son no metales. Ningún no metal forma compuestos binarios con valencia 6. Por tanto, Y actúa con valencia 3 y, consecuentemente, X actúa con valencia 1. Los elementos con valencia 3 son los nitrogenoides y el no metal de electronegatividad parecida a ellos con valencia 1 es el hidrógeno. Por tanto, YX_3 será NH_3, PH_3 o AsH_3. Probablemente alguno de estos dos últimos compuestos pues la electronegatividad de P y As es 2,1 la misma que para el H, mientras que la electronegatividad del N es 3,0.

La escasa polaridad de los enlaces de sus moléculas se traducirá en escasa fuerza de atracción de una moléculas con otras pues no existirán enlaces por puente de hidrógeno y las fuerzas de van der Waals serán débiles al no existir dipolos permanentes. Por ello, la sustancia será un gas a temperatura ambiente. Su densidad será mayor que la del aire pues sus moléculas tienen masas mayores (tanto PH_3 como AsH_3) que las de O_2 y N_2 que forman mayoritariamente el aire. Será algo soluble en agua y probablemente incolora. Tanto si se trata de AsH_3, como de PH_3, será combustible en presencia de oxígeno pues este elemento de mayor electronegatividad tenderá a oxidar tanto al As como al P.

91 Dos elementos del mismo período tienen configuraciones electrónicas como las siguientes:

a) ¿Qué tipo de enlaces pueden formar entre ellos?

b) Determina la fórmula empírica del compuesto

c) Escribe la estructura de Lewis de este compuesto.

d) ¿Qué propiedades son previsibles para el compuesto?

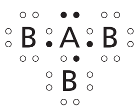
a) El segundo elemento, al que designaremos como B, pertenece al grupo de los halógenos. Se trata de un no metal al que solo le falta un electrón para completar la configuración electrónica de gas noble. Tenderá a adquirir esta configuración capturando el electrón faltante o compartiendo un par electrónico con otro átomo.

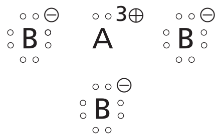
Al primer elemento, al que designaremos como A, le faltan tres electrones para completar el último nivel. Si es un elemento de los períodos segundo, tercero o cuarto, se tratará de un no metal al que su electronegatividad le impedirá perder electrones y actuar con número de oxidación positivo frente al segundo elemento B. Así, formará tres enlaces covalentes con el elemento B.

Si se trata de un elemento de los períodos quinto o sexto, su electronegatividad es suficientemente menor como para perder electrones actuando con naturaleza metálica. En este caso, formará un enlace iónico con elemento B.

b) Tanto para compuestos iónicos como covalentes, la fórmula empírica será AB_3.

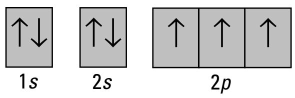
c) Para el compuesto covalente será: Y para el iónico:





d) En el caso de los compuestos covalentes, estos estarán formado por moléculas con lo que es probable que a temperatura ambiente sean un gas o un líquido con bajo punto de ebullición. Probablemente sea soluble en agua por la polaridad de sus enlaces y tendrá propiedades básicas debido al par de electrones no compartidos que le permitirán formar enlaces covalentes dativos. En el caso de los compuestos iónicos es más probable que se trate de sólidos también solubles en agua.

92 Un elemento del segundo período tiene esta configuración electrónica:



a) ¿Qué tipo de enlaces se pueden formar?

b) Determina la fórmula de la molécula.

c) Escribe la estructura de Lewis de esta molécula.

d) ¿Qué propiedades son previsibles para este elemento?

a) A sus átomos les faltan tres electrones para completar el octeto de valencia y tiene, a su vez, tres electrones desapareados en su capa de valencia. Puede adquirir configuración completa compartiendo estos tres electrones con otro átomo, o sea, formando un enlace covalente triple.

b) La fórmula de la molécula será: X_2.

c) La estructura de Lewis molecular será: $:X\vdots\vdots X:$.

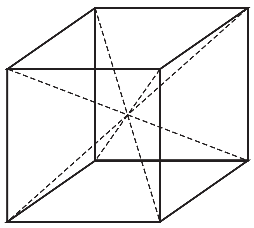
d) Dada la formación de moléculas diatómicas y la baja masa de sus átomos será un gas a temperatura ambiente. Químicamente será muy poco reactivo porque el triple enlace entre sus átomos da una gran estabilidad a la molécula que tenderá poco a reaccionar con otras sustancias. Se trata del nitrógeno, N_2.

93 ¿Por qué los metales no pueden establecer enlaces covalentes entre sus átomos?

Porque no poseen suficientes electrones en su nivel de valencia como para formar todos los enlaces covalentes que se necesitan para unirse al elevado número de átomos vecinos que poseen en sus estructuras cristalinas.

94 Una estructura cristalina muy común en los metales (por ejemplo en los alcalinos) es la llamada cúbica centrada en el cuerpo. Esto equivale a una disposición de átomos como la que se obtiene disponiendo un átomo en cada vértice de un cubo regular más uno en el centro del cubo. Suponiendo que el átomo central tuviera que unirse por un enlace químico a cada uno de los otros del cubo, ¿cuántos enlaces debería formar si fuesen del tipo covalente? ¿Cuántos electrones entrarían en juego? ¿Cuántos debería aportar cada átomo? ¿Es eso posible?

El átomo del centro del cubo debería enlazarse con los 8 átomos de cada uno de los vértices más los 6 átomos situados en los centros de los cubos colindantes. En total esto supone unos 28 electrones de enlace de los que cada átomo debería aportar 14. Naturalmente, ningún elemento dispone de estos electrones por lo que la formación de 14 enlaces covalentes es inviable y los metales deben unir sus átomos mediante otro tipo de enlace, el enlace metálico, donde los pocos electrones de valencia disponibles son compartidos por la comunidad atómica.



95 Busca en una enciclopedia o en Internet la composición de las siguientes aleaciones: bronce, latón y alpaca.

- Bronce: son aleaciones básicamente de cobre (70 %-95 %), cinc (1 %-25 %) y estaño (1 %-18 %); aunque a veces presenten fósforo, plata, plomo y otros elementos como impurezas o como adiciones intencionadas para mejorar sus propiedades.
- Latón: se fabrica exclusivamente con cobre (67 %-90 %) y cinc (10 %-33%).
- Alpaca: es una aleación de zinc (55 %-65 %), cobre (15 %-20 %) y níquel (15 %-20 %), con un color y brillo parecido a la plata. También se llama plata alemana.

96 ¿Por qué crees que pueden formar aleación metales distintos que tienen distinta valencia?

Porque el enlace metálico no se basa en la unión átomo a átomo, sino que es una unión global de todos los átomos que forman el metal a partir de la acción comunitaria de sus electrones de valencia.

97 Enumera tres características de los metales que se deriven del tipo de enlace que tienen.

Alta conductividad eléctrica, conductividad térmica, plasticidad, tenacidad, brillo metálico…

98 Tradicionalmente, se ha considerado que el oro, la plata y el cobre son metales nobles. Explica qué significa este concepto.

Una característica de los metales es que resultan fácilmente oxidables, o sea, que tienden a perder electrones y pasar a estados de oxidación positivos. El oro, la plata y el cobre son de los que tienen menos facilidad para esta oxidación. Por ello se les pueden encontrar en estado nativo en la naturaleza y los objetos fabricados con ellos resisten mejor el paso del tiempo y las condiciones ambientales o de funcionamiento sin que se deterioren. Por ello se les conoce como metales nobles y se han usado tradicionalmente en joyería, prótesis médicas como piezas dentales y en usos diversos donde otros metales no hubieran resistido tan bien a las condiciones químicas.

99 A parte del oro, la plata y el cobre, ¿conoces otros metales que tengan un comportamiento similar?

El cobre, la plata, el oro y sus aleaciones son metales que tradicionalmente se han usado por su resistencia química. En tiempos más recientes se han incorporado a usos basados en la resistencia química otros metales de transición como el platino, el iridio, el paladio y también sus aleaciones.

100 Cuando los metales funden, ¿qué tipo de fuerza o enlace mantiene en contacto los átomos metálicos entre sí? ¿Crees que los metales fundidos no conducen la corriente eléctrica en absoluto, o que la conducen igual, mejor o peor que los metales sólidos? Razona tu respuesta.

Aunque los metales fundan, el enlace metálico puede seguir actuando porque los electrones libres siguen moviéndose entre la red atómica aunque esté desmoronada y se parezca más a un amontonamiento que a una red ordenada. Simplemente sucede que la agitación térmica de los átomos les permite moverse unos respecto a otros. Por tanto, también pueden conducir la corriente eléctrica, pero la conductividad es menor porque la agitación provocada por el calor contribuye al desorden y dificulta el movimiento direccional de los electrones que es el soporte de toda corriente eléctrica.

101 ¿Por qué son metálicas las ollas, sartenes y otros cacharros de cocina para calentar directamente a la llama?

Porque los metales son buenos conductores del calor, de modo que el calor de la llama se transmite rápidamente al interior del recipiente y calienta con facilidad los alimentos.

102 Cuando pasa corriente eléctrica a través de un metal, ¿este se calienta o se enfría? ¿Conoces alguna aplicación que puedas poner como prueba o ejemplo?

El paso de corriente eléctrica produce calor. El valor de este calor es proporcional a la resistencia eléctrica y al cuadrado de la intensidad, además de al tiempo que dura su paso: $Q = I^2 \cdot R \cdot t$. Este fenómeno es el que usan las estufas eléctricas basadas en resistencias.

103 Explica las siguientes cualidades: tenacidad, ductilidad y maleabilidad. ¿Qué sustancias las poseen en mayor grado? ¿Con qué tipo de enlace químico están relacionadas? ¿Por qué?

- Tenacidad es la capacidad de resistir una fuerza sin romperse. Todos los metales son tenaces, por eso se han usado tradicionalmente en la producción de herramientas. Así, cuando un martillo de hierro golpea un pedazo de mármol o de cristal, se rompen estos en lugar del martillo.
- Ductilidad es la propiedad que permite a un material ser estirado en forma de hilo sin romperse. Los metales son muy dúctiles, el cobre y la plata los que más.
- Maleabilidad es la capacidad de un material para convertirse en láminas muy finas cuando es presionado o golpeado. También es una cualidad típica de los metales y el oro es el que la posee en mayor grado. Los llamados panes de oro son láminas tan finas que tienen un grosor inferior a la décima parte de un papel ordinario.

104 ¿Se pueden evaporar los metales? ¿Conoces algún ejemplo que pueda probar o refutar tal posibilidad?

Sí, calentando suficientemente se forma un vapor de átomos individuales. Este vapor existe, por ejemplo, en las lámparas de sodio o de mercurio donde la luz se produce a partir de los átomos excitados del vapor de estos elementos.

105 ¿Se puede disolver un metal? ¿En qué tipo de disolventes se disolverá mejor? ¿Conoces algún ejemplo para esta cuestión?

Sí, aunque no todos se disuelven igual de bien. En líquidos polares como el agua, los átomos metálicos se disuelven por oxidación, pues dejan sus electrones de valencia en el metal sólido y pasan al disolvente líquido como iones positivos. Esto es la causa de la corrosión de metales como el hierro en contacto con el agua. Algunos, como el oro, manifiestan en grado muy bajo este fenómeno, mientras que otros, como el sodio, lo experimentan con gran intensidad de modo que debe impedirse a toda costa su contacto con el agua.

106 Si todos los metales tienen el mismo tipo de enlace ¿por qué unos tienen una temperatura de fusión más alta que otros? ¿De qué crees que depende este hecho? Cita un metal con una temperatura de fusión baja y otro con una temperatura de fusión alta.

Todos tienen el mismo tipo de enlace pero no todos los enlaces metálicos disponen del mismo número de electrones en juego. Así, mientras los átomos de litio tienen un solo electrón de valencia, los átomos de berilio tienen dos. Consecuentemente, la nube electrónica de valencia en un cristal de berilio tendrá el doble de electrones que la correspondiente a un cristal de litio, y la cohesión entre sus átomos será mayor, cosa que se reflejará en un mayor punto de fusión. En este caso, la temperatura de fusión del litio es 180,53 °C y la del berilio es 1 277,99 °C. En general, cuanto mayor sea el número de electrones de valencia implicados en la formación de la nube electrónica del enlace metálico, mayor será la temperatura de fusión. Otra influencia también vendrá dada por la masa atómica del metal en cuestión. Entre los metales con temperatura de fusión más baja está el mercurio, que es líquido a temperatura ambiente (–38,68 °C); y entre los de temperatura de fusión más elevada está el wolframio (3 422 °C)

107 Una de las ventajas de las aleaciones es que permiten obtener una sustancia que tenga distinto punto de fusión que los metales de partida, y generalmente, se busca que sea mayor. ¿A qué puede ser debida esta mayor temperatura de fusión?

Una aleación no es más que una mezcla homogénea sólida. Del mismo modo que la adición de sal al agua altera las temperaturas de fusión y de ebullición de esta, la mezcla de dos o más metales conduce a una mezcla cuyas temperaturas de fusión no coinciden con las de los metales puros. La explicación microscópica de este comportamiento hay que buscarla en un fortalecimiento de la estructura del metal sólido debido a la presencia de átomos de diferentes tamaños que evitan la formación de huecos debidos a una ordenación deficiente durante el proceso de enfriado del metal y que serían puntos de debilidad estructural. No se debe olvidar que, excepto para unas determinadas composiciones llamadas eutécticas, la mayoría de las aleaciones no poseen una temperatura puntual, sino, más bien, un intervalo de fusión en el que la fase sólida coexiste con la líquida.

108 ¿Has oído alguna vez que los objetos de oro no deben tocar el mercurio? ¿Sabes qué significa? ¿Por qué? ¿Puedes explicarlo químicamente?

Porque el mercurio disuelve el oro formando aleación con él. De hecho, el mercurio se ha usado tradicionalmente para la extracción de oro de los yacimientos auríferos.

109 Los antiguos alquimistas pretendían encontrar la llamada «piedra filosofal», que les permitiría transformar todos los metales en oro. ¿Crees que tenía sentido este deseo? ¿Crees que es posible hoy en día encontrarla? Si acaso fuera posible, ¿se trataría de una aleación?

No tenía sentido en cuanto que la naturaleza de los átomos de los elementos es inalterable bajo todo tipo de reacciones químicas. La única posibilidad de transmutar un elemento en otro consiste en alterar el número de protones de su núcleo atómico. A este proceso corresponden elevadas energías y, en la naturaleza, se realiza en las reacciones de fusión nucleares que tienen lugar en las estrellas. No se trata en absoluto de una aleación sino de un proceso físico de fusión nuclear que hoy en día los científicos solo han podido realizar con algunos elementos y en muy pequeña escala. Se trata de la fusión de átomos de hidrógeno para producir helio que es la reacción fundamental que produce la energía del Sol y del resto de estrellas.

La producción de oro por fusión de elementos de menor número atómico es, hoy por hoy, inalcanzable artificialmente, aparte del coste económico, del todo desmesurado, que supondría.

110 Sabes que la humanidad ha usado los metales desde antiguo. Busca información y fecha de manera aproximada los grandes hitos de esta cultura humana de los metales.

El primer uso de los metales marcó la llamada Edad del cobre, que si bien no existió en todos los lugares, sirve para distinguir algunas culturas del neolítico y la Edad del bronce en el período entre el 3500 y el 1800 a.C.

La Edad del bronce se inicia en Oriente medio hacia el IV milenio a.C., sustituyendo al cobre. La fecha de adopción del bronce varía según las culturas. En Asia Central, el bronce llega alrededor del 2000 a.C.

La Edad del hierro se inicia durante el siglo XII a.C. en el Oriente Próximo, en la India, en Europa y en Grecia. En otras regiones, el inicio de la Edad de hierro fue muy posterior.

Aunque los artesanos produjeron acero inconscientemente desde las primeras manipulaciones del hierro, la verdadera Edad del acero no se inicia sino en 1740, cuando Benjamin Huntsman desarrolló un procedimiento para fabricar acero en grandes cantidades, los llamados aceros de crisol. Su procedimiento fue sustituido en 1857 por el de William Siemens que es el que ha perdurado hasta la actualidad.

La era del aluminio comenzó en 1 886 al descubrirse el proceso Hall-Héroult que abarató el proceso de extracción del aluminio a partir del mineral. Antes el aluminio se consideraba un metal precioso más caro que el oro. Pasó a ser un metal común y su uso se extendió como material de construcción.

Actualmente, la tecnología de los metales está desarrollándose en el campo de aleaciones con propiedades especiales como aleaciones con memoria, aleaciones superconductoras, superligeras, o con otras propiedades físicas especiales.

111 Cita, al menos, un uso para cada uno de los metales que siguen: aluminio, sodio, mercurio, hierro, plomo, calcio, oro y cobre.

- Aluminio: estructuras metálicas, construcción de vehículos, envases de alimentos, calderería y conducción eléctrica.
- Sodio: luces de sodio, pilas alcalinas, células fotoeléctricas, aleaciones antifricción y purificación de metales.
- Mercurio: termómetros, extracción de oro y plata, fabricación de espejos y lámparas de vapor de mercurio. El vapor de mercurio se utiliza también en los motores de turbinas, reemplazando al vapor de agua de las calderas.
- Hierro: construcción, todo tipo de estructuras metálicas, vehículos, herramientas, etc.
- Plomo: antiguamente, tuberías de agua y tipos para la imprenta. Hoy en día, pinturas como carbonatos, sulfatos y cromatos. También en la fabricación de vidrio y cerámica y en forma de nitruros para fabricar detonantes y explosivos.
- Calcio: en la extracción de metales como el uranio, circonio y torio, y en aleaciones con metales como aluminio, berilio, cobre, plomo y magnesio.
- Oro: en joyería, en computación por su elevada conductividad y en aeronáutica.
- Cobre: cables de conducción eléctrica, acuñación de monedas, calderería y tuberías de conducción de agua y calefacción, motores eléctricos, etc.

112 Relaciona cada nombre de metal con una de la cualidades que le son características:

- Mercurio → líquido
- Oro → dorado
- Estaño → el frío lo pulveriza
- Cobre → dúctil
- Uranio → radiactivo

5 Reacciones químicas

1 Escribe e iguala las reacciones de formación de N_2O_3 y N_2O_5 a partir de N_2 y O_2.

$$2\ N_2 + 3\ O_2 \longrightarrow 2\ N_2O_3$$
$$2\ N_2 + 5\ O_2 \longrightarrow 2\ N_2O_5$$

2 Escribe e iguala una reacción de doble sustitución distinta a las propuestas en el texto.

$$2\ FeCl_3\ (aq) + 3\ Na_2S\ (aq) \longrightarrow Fe_2S_3\ (s) + 6\ NaCl\ (aq)$$

3 Escribe e iguala una reacción de síntesis y otra de descomposición distintas a las propuestas en el texto.

$$S\ (s) + H_2\ (g) \longrightarrow H_2S\ (g)$$
$$N_2O_4\ (g) \longrightarrow 2\ NO_2\ (g)$$

4 Escribe e iguala la reacción de combustión del etino, C_2H_2, y del benceno, C_6H_6.

$$2\ C_2H_2 + 5\ O_2 \longrightarrow 4\ CO_2 + 2\ H_2O$$
$$2\ C_6H_6 + 15\ O_2 \longrightarrow 12\ CO_2 + 6\ H_2O$$

5 Escribe e iguala la reacción de combustión del etanol, C_2H_6O, y del ácido butanoico, $C_4H_8O_2$.

$$C_2H_6O + 3\ O_2 \longrightarrow 2\ CO_2 + 3\ H_2O$$
$$C_4H_8O_2 + 5\ O_2 \longrightarrow 4\ CO_2 + 4\ H_2O$$

6 Calcula las cantidades de sustancias (en moles) al reaccionar 10 g de H_2 con 20 g de O_2.

$$10\ g\ H_2 \cdot \frac{1\ mol\ H_2}{2 \cdot 1{,}00797\ g\ H_2} = 4{,}960\ mol\ H_2; \quad 20\ g\ O_2 \cdot \frac{1\ mol\ O_2}{2 \cdot 15{,}9994\ g\ O_2} = 0{,}625\ mol\ O_2$$

$$2\ H_2 + O_2 \longrightarrow 2\ H_2O$$

Antes de la reacción:

- moles de H_2 = 4,960 mol.
- moles de O_2 = 0,625 mol.
- moles de H_2O formada = 0 mol.

El reactivo limitante es el oxígeno. De hidrógeno quedará la cantidad inicial menos el doble de moles de los que existían de oxígeno pues, por cada mol de oxígeno se consumen dos de hidrógeno. Al final de la reacción:

- moles de H_2 = 4,96 – 2 · 0,625 mol = 3,71 mol.
- moles de O_2 = 0.
- moles de H_2O formada = 2 · 0,625 = 1,25 mol.

7 Explica en qué consiste una reacción química. ¿Cómo la distinguirías de un fenómeno físico?

Microscópicamente, una reacción química es un proceso de reordenamiento de átomos acompañado de cambios energéticos. Unos átomos que estaban unidos con otros de un determinado modo se separan y se unen con otros, o con los mismos pero de distinta manera, de modo que se produce un proceso de ruptura de enlaces químicos y formación de otros nuevos. Desde el punto de vista macroscópico, una reacción química es un proceso de transformación de unas sustancias en otras. En un proceso físico, las sustancias no se transforman, cambian de forma, de estado de división o de energía, pero siguen siendo las mismas sustancias.

8 Pon tres ejemplos de reacciones químicas que puedan observarse cotidianamente.

La combustión de gas butano o de gas ciudad en las calderas de calefacción o en los fogones de las cocinas. La fotosíntesis de las plantas. La digestión de los alimentos por nuestro organismo. El fraguado del cemento. El blanqueo de la ropa con lejía.

9 ¿Por qué algunas reacciones químicas liberan energía? ¿Cómo se llaman? Pon tres ejemplos de este tipo de reacciones.

Una reacción química libera energía cuando la energía de las sustancias finales es menor que la de las sustancias presentes al inicio de la reacción. Las reacciones que liberan energía se conocen como exotérmicas. Los mejores ejemplos son las reacciones que utilizamos precisamente para obtener energía. Así, las combustiones de la gasolina, de la madera, del carbón o del butano. Y también las reacciones que se producen en las pilas y baterías eléctricas y que nos dan corriente eléctrica.

10 Pon un ejemplo de reacción química e indica qué sustancias son los reactivos y cuáles los productos.

Sea la combustión del gas butano:

$$2\ C_4H_{10} + 13\ O_2 \longrightarrow 8\ CO_2 + 10\ H_2O$$

Butano, C_4H_{10}, y oxígeno, O_2, son los reactivos. Dióxido de carbono, CO_2, y agua, H_2O, son los productos.

11 ¿Puede una misma sustancia ser reactivo y producto en la misma reacción? ¿Y en distintas reacciones? Argumenta tus respuestas con ejemplos.

Siempre es posible que una sustancia sea a la vez reactivo y producto, siempre que se trate de reacciones diferentes. Por ejemplo, el dióxido de carbono es un producto de muchas reacciones de combustión y puede ser reactivo en una reacción con óxido de calcio para dar carbonato cálcico:

$$CH_4 + 2\ O_2 \longrightarrow CO_2 + 2\ H_2O$$

$$CO_2 + CaO \longrightarrow CaCO_3$$

En una misma reacción solo puede interpretarse como posible si se da el caso de una reacción que coexiste con su reacción inversa. Por ejemplo:

$$PCl_3 + Cl \rightleftarrows PCl_5$$

Así, aunque en realidad se trata de dos reacciones en lugar de una, puede decirse que una sustancia como el pentacloruro de fósforo, PCl_5, es producto para la reacción directa y, reactivo para la reacción inversa, con la particularidad de que está en el mismo recipiente de reacción.

12 Escribe la ecuación de combustión del butano y encuentra, por el método matemático, sus coeficientes estequiométricos.

$$C_4H_{10} + O_2 \longrightarrow CO_2 + H_2O$$

Pueden plantearse unos coeficientes incógnita:

$$x\ C_4H_{10} + y\ O_2 \longrightarrow z\ CO_2 + w\ H_2O$$

Ahora, se escribe para cada elemento una ecuación que afirme que hay los mismos átomos de ese elemento a uno y otro lado. En el caso del carbono, en cada molécula de C_4H_{10} hay 4 átomos y como su coeficiente es x, habrá $4x$ átomos de carbono.

A la derecha, en cada molécula de CO_2 hay un solo carbono, y como se propone z de número estequiométrico, habrá z. Las ecuaciones a plantear son:

- Para el C: $4\,x = z$.
- Para el H: $10\ \ = 2\,w$.
- Para el O: $2\,y = 2\,z + w$ (se cuentan los O del CO_2 y del H_2O).

Esto es un sistema de tres ecuaciones con cuatro incógnitas. Para poder solucionarlo se da arbitrariamente a una de estas incógnitas el valor de uno. Así, si $x = 1$, resulta:

$$\left.\begin{array}{l} 4\,x = z \\ \\ 10\,x = 2\,w \\ \\ 2\,y = 2\,z + w \end{array}\right\} \left\{\begin{array}{l} 4 = z \\ \\ \text{De: } 10 = 2\,w\text{, se deduce: } w = \dfrac{10}{2} = 5. \\ \\ \text{De: } 2\,y = 2\,z + w\text{, siendo } z = 4 \text{ y } w = 5\text{, se deduce: } y = \dfrac{13}{2}\cdot \end{array}\right.$$

Con ello ($x = 1$ se omite), la ecuación igualada es:

$$C_4H_{10} + \frac{13}{2}\,O_2 \longrightarrow 4\,CO_2 + 5\,H_2O$$

O, multiplicando toda ella por 2 para eliminar el coeficiente fraccionario:

$$2\,C_4H_{10} + 13\,O_2 \longrightarrow 8\,CO_2 + 10\,H_2O$$

13 Escribe e iguala estequiométricamente la ecuación de combustión del pentano.

$$C_5H_{12} + O_2 \longrightarrow CO_2 + H_2O$$

Igualando los C e H correspondientes al C_5H_{12}:

$$C_5H_{12} + O_2 \longrightarrow 5\,CO_2 + 6\,H_2O$$

Como hay $5 \cdot 2 + 6 \cdot 1 = 16$ oxígenos a la derecha de la ecuación, obtenemos:

$$C_5H_{12} + 8\,O_2 \longrightarrow 5\,CO_2 + 6\,H_2O$$

14 Escribe e iguala estequiométricamente la ecuación de combustión del etanol o alcohol etílico.

El etanol es CH_3CH_2OH, o en su fórmula molecular: C_2H_6O. Su reacción de combustión es:

$$C_2H_6O + O_2 \longrightarrow CO_2 + H_2O$$

Igualando los C e H correspondientes al C_2H_6O:

$$C_2H_6O + O_2 \longrightarrow 2\,CO_2 + 3\,H_2O$$

Ahora, a la derecha de la ecuación, hay: $2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 7$ átomos de O. A la izquierda hay, contenido en el C_2H_6O. Por tanto, deberán añadirse seis más en forma de tres moléculas de O_2.

$$C_2H_6O + 3\,O_2 \longrightarrow 2\,CO_2 + 3\,H_2O$$

15 Escribe e iguala estequiométricamente la ecuación de combustión del éter etílico (CH_3OCH_3).

El éter etílico CH_3OCH_3 tiene por fórmula molecular: C_2H_6O. Es un isómero funcional del etanol cuya reacción de combustión se ha ajustado en la actividad anterior. Por tanto, la reacción de combustión es la misma y su estequiometría también:

$$C_2H_6O + 3\,O_2 \longrightarrow 2\,CO_2 + 3\,H_2O$$

16 El azufre sólido arde en presencia de oxígeno, siendo oxidado hasta trióxido de azufre. Escribe e iguala estequiométricamente esta reacción.

$$2\,S\,(s) + 3\,O_2\,(g) \longrightarrow 2\,SO_3\,(g)$$

17 Sustituye los triángulos e iguala las ecuaciones siguientes:

a) $S + \square \longrightarrow SO_3$

b) $\square + Fe \longrightarrow Fe_2S_3$

c) $CH_4 + \square \longrightarrow CO_2 + H_2O$

d) $Cu + \square \longrightarrow CuCl_2$

a) $2\ S\ (s) + 3\ O_2\ (g) \longrightarrow 2\ SO_3\ (g)$

b) $2\ S\ (s) + 3\ Fe\ (s) \longrightarrow Fe_2S_3\ (s)$

c) $CH_4\ (g) + 2\ O_2\ (g) \longrightarrow CO_2\ (g) + 2\ H_2O\ (l)$

d) $Cu\ (s) + Cl_2\ (g) \longrightarrow CuCl_2\ (s)$

18 Define las reacciones de descomposición y pon algún ejemplo.

Una reacción de descomposición es aquella en la que una sustancia se convierte en otras más simples:

$$AB \longrightarrow A + B$$

Por ejemplo, la descomposición del pentacloruro de fósforo:

$$PCl_5\ (g) \longrightarrow PCl_3\ (g) + Cl_2\ (g)$$

O también la descomposición del carbonato cálcico (mármol) en oxido de calcio (cal) y dióxido de carbono:

$$CaCO_3\ (s) \longrightarrow CaO\ (s) + CO_2\ (g)$$

19 Explica las diferencias entre reacciones de sustitución y de doble sustitución y pon un ejemplo de cada una de ellas.

En las reacciones de sustitución simple, un elemento sustituye a otro elemento que forma parte de un compuesto. El elemento sustituido queda libre.

$$AB + C \longrightarrow AC + B$$

En las reacciones de doble sustitución, dos elementos grupos se sustituyen mutuamente, o sea, intercambian su posición:

$$AB + CD \longrightarrow AC + BD$$

Un ejemplo de reacción de desplazamiento es la que ocurre entre el cinc y el oro o la plata. El metal menos noble, en este caso el cinc, desplaza al más noble (oro o plata) de sus sales quedando estos en forma elemental, con grado de oxidación cero, mientras que el cinc pasa a forma iónica:

$$2\ AuNO_3\ (aq) + Zn\ (s) \longrightarrow 2\ Au\ (s)\downarrow + Zn(NO_3)_2\ (aq)$$

Entre las reacciones de doble sustitución están las de precipitación, en las que dos sustancias solubles intercambian algunos componentes dando, cuando menos, una sustancia insoluble. Por ejemplo, tanto el nitrato de plata como el cloruro potásico son solubles en agua pero, al mezclar sus disoluciones, precipita cloruro de plata:

$$AgNO_3\ (aq) + KCl\ (aq) \longrightarrow AgCl\ (s)\downarrow + KNO_3\ (aq)$$

20 Pon un ejemplo de reacción directa y reacción inversa.

En la síntesis del amoníaco a partir de nitrógeno e hidrógeno, o en la producción de pentacloruro de fósforo a partir de tricloruro de fósforo y cloro, las reacciones directas coexisten con las correspondientes reacciones inversas. Otro ejemplo es la descomposición del tetraóxido de dinitrógeno en dióxido de nitrógeno.

$$N_2O_4\ (g) \rightleftarrows 2\ NO_2\ (g)$$

21 ¿Las reacciones encadenadas pueden tener reacciones inversas? ¿Pueden calcularse productos intermedios? Escribe un ejemplo de reacciones encadenadas.

Cada una de las reacciones encadenadas puede coexistir con su reacción inversa. El desplazamiento del equilibrio hacia la reacción directa, o hacia la inversa, dependerá de la velocidad de la siguiente reacción. Cuando hay dos o más reacciones encadenadas, la cantidad de productos intermedios, o sea, de sustancias que son producto de una reacción y reactivo de la siguiente, no puede ser cero, pues esto pararía la segunda reacción. Así, siempre se produce una acumulación de productos intermedios. La importancia de esta acumulación depende de las velocidades de las dos reacciones que intervienen sobre él. Un ejemplo de reacciones encadenadas es la formación de dióxido de carbono a partir de carbono y oxígeno pasando por la formación del monóxido:

$$2\ C\ (s) + O_2\ (g) \longrightarrow 2\ CO\ (g)$$

$$2\ CO\ (g) + O_2\ (g) \longrightarrow 2\ CO_2\ (g)$$

22 ¿Qué son los coeficientes estequiométricos? ¿Han de ser números naturales forzosamente? ¿Puede variar el coeficiente estequiométrico de una sustancia según la reacción en la que participe? Arguméntalo con un ejemplo.

Los coeficientes estequiométricos son números que indican en qué proporciones participan unas sustancias respecto a otras en la reacción. No han de ser necesariamente números naturales pero se acostumbran a escoger así para mayor comodidad de cálculo. Naturalmente, el coeficiente estequiométrico de una sustancia es fijo para una misma reacción, pero puede cambiar según la reacción en la que participe. Por ejemplo, el ácido clorhídrico puede reaccionar con una base como hidróxido sódico, o con otra como hidróxido cálcico. El coeficiente estequiométrico varía de una a otra reacción:

$$HCl\ (aq) + NaOH\ (aq) \longrightarrow NaCl\ (aq) + H_2O\ (l)$$

$$2\ HCl\ (aq) + Ca(OH)_2\ (aq) \longrightarrow CaCl_2\ (aq) + 2\ H_2O\ (l)$$

23 Iguala las ecuaciones siguientes y decide a qué tipo de reacción corresponde cada una de ellas:

a) $Pb(NO_3)_2\ (aq) + KI\ (aq) \longrightarrow PbI_2\ (s) + KNO_3\ (aq)$
b) $N_2\ (g) + O_2\ (g) \longrightarrow N_2O_5\ (g)$
c) $AgNO_3\ (aq) + Fe\ (s) \longrightarrow Ag\ (s) + Fe(NO_3)_3\ (aq)$
d) $N_2O_4\ (g) \longrightarrow NO_2\ (g)$

a) $Pb(NO_3)_2\ (aq) + 2\ KI\ (aq) \longrightarrow PbI_2\ (s) + 2\ KNO_3\ (aq)$. Es una reacción de doble sustitución.
b) $2\ N_2\ (g) + 5\ O_2\ (g) \longrightarrow 2\ N_2O_5\ (g)$. Es una reacción de síntesis.
c) $3\ AgNO_3\ (aq) + Fe\ (s) \longrightarrow 3\ Ag\ (s) + Fe(NO_3)_3\ (aq)$. Es una reacción de desplazamiento.
d) $N_2O_4\ (g) \longrightarrow 2\ NO_2\ (g)$. Es una reacción de descomposición.

24 Cita tres sustancias conocidas que tengan propiedades ácidas.

El vinagre, el zumo de limón y el salfumán.

25 Menciona tres sustancias conocidas que tengan propiedades básicas.

La sosa cáustica, el amoníaco y el hidróxido magnésico.

26 Explica tres propiedades generales de los ácidos.

Reaccionan con las bases neutralizándose, sus disoluciones tienen el característico sabor ácido, desprenden efervescencia (debido al CO_2) cuando actúan sobre rocas calcáreas, son corrosivos y desprenden hidrógeno al atacar a los metales.

27 Explica tres propiedades generales de las bases.

Reaccionan con los ácidos neutralizándose, sus soluciones tienen un característico sabor a lejía y un tacto jabonoso, desencadenan una reacción de saponificación con los lípidos y precipitan con las sales de magnesio.

28 ¿Conoces alguna prueba que confirme la validez de la teoría de Arrhenius sobre la disociación iónica?

La teoría de Arrhenius se confirma por la conductividad eléctrica de las disoluciones de electrolitos.

29 Decide si son verdaderos o falsos estos enunciados:

a) Todas las sustancias que se disuelven lo hacen separándose en iones.

b) Todas las sustancias que se disuelven en agua lo hacen separándose en iones.

c) Todas las sustancias que se disocian lo hacen en iones positivos y negativos.

d) No existe ninguna sustancia formada solo por iones negativos o solo por iones positivos.

e) Las sustancias que se ionizan producen el mismo número de iones negativos que de iones positivos.

a) Falso. Por ejemplo, las sustancias como la parafina o el azufre, solubles en disolventes apolares como el benceno o el tolueno, no son iónicas.

b) Falso. Existen sustancias, como la glucosa o el alcohol etílico, que no son iónicas y son solubles en agua.

c) Verdadero. Solo se pueden formar iones positivos o negativos por la propia naturaleza de la carga eléctrica.

d) Verdadero. Las sustancias son neutras, y si contienen iones positivos deben contener la cantidad equivalente de iones negativos para alcanzar la neutralidad eléctrica.

e) Falso. La que debe ser igual es la carga total positiva y la carga total negativa de todos los iones. Pero solo serán iguales en número si se trata de iones con el mismo valor absoluto de carga. Por ejemplo, NaCl se disocia en el mismo número de iones Na^+ y Cl^-, pero Na_2S se disocia en el doble de iones Na^+ que de iones S^{2-}, aunque está claro que la carga total positiva de los iones Na^+ y la carga total negativa de los iones S^{2-} son de igual magnitud.

30 Define ácido según la teoría de Arrhenius. Pon tres ejemplos con sus ecuaciones de disociación.

Según Arrhenius, los ácidos son compuestos eléctricamente neutros que cuando se disuelven en agua, se disocian en iones H^+ y en iones negativos de distinta clase según el ácido.

$$HA \longrightarrow H^+ + A^-$$

Por ejemplo:

$$HI \longrightarrow H^+ + I^-$$

$$HNO_3 \longrightarrow H^+ + NO_3^-$$

$$H_2SO_4 \longrightarrow 2\ H^+ + SO_4^{2-}$$

31 Define base según la teoría de Arrhenius. Pon tres ejemplos con sus ecuaciones de disociación.

Las bases son compuestos eléctricamente neutros que cuando se disuelven en agua, se disocian en iones hidroxilo, OH^-, e iones positivos de distinta clase según sea la base:

$$BOH \longrightarrow B^+ + OH^-$$

Por ejemplo:

$$NaOH \longrightarrow Na^+ + OH^-$$

$$Ca(OH)_2 \longrightarrow Ca^{2+} + 2\ OH^-$$

$$Al(OH)_3 \longrightarrow Al^{3+} + 3\ OH^-$$

32 Cita tres ácidos fuertes. Escribe las ecuaciones de sus disociaciones iónicas e indica las concentraciones de sus iones si se parte de una disolución 0,05 M del ácido.

Son ácidos fuertes el ácido clorhídrico, el ácido nítrico y el ácido sulfúrico:

	HCl	$\longrightarrow$	H^+	+	Cl^-
Antes de la disociación:	0,05 M		0 M		0 M
Después de la disociación:	0 M		0,05 M		0,05 M

	HNO_3	$\longrightarrow$	H^+	+	NO_3
Antes de la disociación:	0,05 M		0 M		0 M
Después de la disociación:	0 M		0,05 M		0,05 M

	H_2SO_4	$\longrightarrow$	$2\ H^+$	+	SO_4^{2-}
Antes de la disociación:	0,05 M		0 M		0 M
Después de la disociación:	0 M		0,1 M		0,05 M

En el caso del ácido sulfúrico, la concentración de iones H^+ es el doble que la originada por los otros ácidos al ser un ácido diprótico.

33 Cita tres bases fuertes. Escribe las ecuaciones de sus disociaciones iónicas e indica las concentraciones de sus iones si se parte de una disolución 0,05 M de la base.

Son bases fuertes el hidróxido sódico (sosa cáustica), el hidróxido potásico (potasa cáustica) y el hidróxido cálcico (cal):

	$NaOH$	$\longrightarrow$	Na^+	+	OH^-
Antes de la disociación:	0,05 M		0 M		0 M
Después de la disociación:	0 M		0,05 M		0,05 M

	KOH	$\longrightarrow$	K^+	+	OH^-
Antes de la disociación:	0,05 M		0 M		0 M
Después de la disociación:	0 M		0,05 M		0,05 M

	$Ca(OH)_2$	$\longrightarrow$	Ca^{2+}	+	$2\ OH^-$
Antes de la disociación:	0,05 M		0 M		0 M
Después de la disociación:	0 M		0,05 M		0,1 M

En el caso del hidróxido cálcico, la concentración originada de iones OH^- es el doble que en las otras bases debido a que es una base dihidroxílica.

34 Define pH. ¿Cuál es la principal utilidad de la escala de pH establecida por Sörensen?

El pH es un valor numérico para medir la acidez de las disoluciones. Se define como menos el logaritmo en base decimal de la concentración de iones H^+ de la disolución. El uso de logaritmos resulta útil porque permite manejar los valores de concentración de iones H^+ en forma de números más sencillos y fáciles de recordar que si se expresan en notación exponencial o en forma de decimales de muchas cifras.

35 ¿Se puede aplicar la definición de pH a ácidos fuertes concentrados? ¿Por qué?

No se puede aplicar porque en el caso de ácidos concentrados la concentración de iones H^+ supera el valor de 1 M que es la concentración más elevada para la que está pensada la escala (a ella corresponde el pH = 0).

36 ¿Qué son sustancias indicadoras? ¿Conoces alguna?

Son sustancias cuyo color cambia según sea la acidez del medio en el que se encuentran. Generalmente tienen dos colores y pasan de uno a otro a partir de un determinado pH aunque, a veces, pueden presentar más de dos colores y realizar dos o más cambios de color a dos o más pH distintos. Muchas de ellas son sustancias orgánicas de origen natural, aunque también se ha sintetizado con propiedades semejantes. Son ejemplos conocidos el rojo y el naranja de metilo, la fenolftaleína, el rojo Congo, el violeta de metilo, etcétera.

37 ¿Qué es un pHmetro? ¿Cómo funciona? ¿Cómo se calibra?

Se trata de un aparato capaz de medir el pH de una disolución. Actúa midiendo la diferencia de potencial eléctrico que se produce entre la disolución a medir y una disolución de referencia contenida en un electrodo de vidrio y que se sumerge en la disolución a medir. Naturalmente, se calibra midiendo disoluciones de pH conocido y ajustando el aparato hasta que indica el valor que se sabe de cierto que posee la disolución patrón.

38 Define el concepto de neutralidad. ¿Depende de la temperatura? ¿Por qué?

Una disolución es neutra cuando en ella la concentración de iones H^+ es igual a la concentración de iones OH^-. Esta definición no depende de la temperatura porque no indica cual debe ser la concentración de los iones H^+ y OH^-. Simplemente afirma que debe ser igual.

39 Define medio ácido, neutro y básico.

Un medio es ácido cuando la concentración de iones H^+ supera la de iones OH^-. O sea: $[H^+] > [OH^-]$.

Un medio es neutro cuando la concentración de iones H^+ iguala la de iones OH^-. O sea: $[H^+] = [OH^-]$.

Un medio es básico cuando la concentración de iones OH^- supera la de iones H^+. O sea: $[H^+] < [OH^-]$.

40 ¿Existe alguna relación matemática constante entre los iones H^+ y los iones OH^- presentes en una misma disolución?

En cualquier disolución se cumple que el producto de las concentraciones de dichos iones es constante. O sea: $[H^+] \cdot [OH^-] = K_w$. Esta constante lo es mientras no cambia la temperatura. O sea, el valor de K_w a una temperatura no es el mismo que a otra temperatura. A pesar de todo, para cálculos ordinarios acostumbra a tomarse el valor correspondiente a 25 °C, sea cual sea la temperatura. A 25 °C el valor de K_w es igual a 10^{-14}.

41 Calcula el pH de las siguientes disoluciones de ácidos fuertes:

a) Una disolución de ácido clorhídrico 0,05 M.

b) Una disolución de ácido sulfúrico 0,02 M.

c) Una disolución de ácido nítrico 0,15 M.

a)	HCl	$\longrightarrow H^+$	$+ Cl^-$
Antes de la disociación	0,05 M	0 M	0 M
Después de la disociación:	0 M	0,05 M	0,05 M

El valor del pH = $-\log [H^+] = -\log (0,05) = 1,3$.

b)	H_2SO_4	$\longrightarrow 2\,H^+$	$+ SO_4^{2-}$
Antes de la disociación:	0,02 M	0 M	0 M
Después de la disociación:	0 M	0,04 M	0,02 M

El valor del pH = $-\log [H^+] = -\log (0,04) = 1,4$.

c)	HNO_3	$\longrightarrow H^+$	$+ NO_3$
Antes de la disociación:	0,15 M	0 M	0 M
Después de la disociación:	0 M	0,15 M	0,15 M

El valor del pH = $-\log [H^+] = -\log (0,15) = 0,8$.

42 Calcula el pH de las siguientes disoluciones de bases fuertes:

a) Una disolución de hidróxido sódico 0,05 M.

b) Una disolución de hidróxido de bario 0,02 M.

c) Una disolución de hidróxido de litio 0,15 M.

a)	$NaOH \longrightarrow$	Na^+ +	OH^-
Antes de la disociación:	0,05 M	0 M	0 M
Después de la disociación:	0 M	0,05 M	0,05 M

Si $[OH^-] = 0,05$ M, al ser $[H^+] \cdot [OH^-] = 10^{-14}$, resulta: $[H^+] \cdot 0,05\ M = 10^{-14}$. Con lo que: $[H^+] = 2 \cdot 10^{-13}$. Y el valor del pH = $-\log [H^+] = -\log (2 \cdot 10^{-13}) = 12,7$.

b)	$Ba(OH)_2 \longrightarrow$	Ba^{2+} +	$2\ OH^-$
Antes de la disociación:	0,02 M	0 M	0 M
Después de la disociación:	0 M	0,02 M	0,04 M

Si $[OH^-] = 0,04$ M, al ser $[H^+] \cdot [OH^-] = 10^{-1,}$ resulta: $[H^+] \cdot 0,04\ M = 10^{-14}$. Con lo que: $[H^+] = 2,5 \cdot 10^{-13}$. Y el valor del pH = $-\log [H^+] = -\log (2,5 \cdot 10^{-13}) = 12,6$.

c)	$LiOH \longrightarrow$	Li^+ +	OH^-
Antes de la disociación:	0,15 M	0 M	0 M
Después de la disociación:	0 M	0,15 M	0,15 M

Si $[OH^-] = 0,15$ M, al ser $[H^+] \cdot [OH^-] = 10^{-14}$, resulta: $[H^+] \cdot 0,15\ M = 10^{-14}$. Con lo que: $[H^+] = 6,7 \cdot 10^{-14}$. Y el valor del pH = $-\log [H^+] = -\log (6,7 \cdot 10^{-14}) = 13,2$.

43 Se disuelven 5 g de ácido clorhídrico en agua hasta un volumen de 250 mL. Calcula la concentración de sus especies iónicas y el pH. (Datos: M (H) = 1,00797; M (Cl) = 35,453).

$$5\ g\ HCl \cdot \frac{1\ mol\ HCl}{(35,3453 + 1,00797)\ g\ HCl} = 0,1371\ mol\ HCl; \quad [HCl] = \frac{0,1371\ mol\ HCl}{0,250\ L} = 0,5485\ M$$

Esta es la concentración de HCl antes de que se disocie en sus iones. Como es un ácido fuerte, esta disociación será total y al final, la concentración de HCl será cero y la de sus iones, 0,5485 M:

	$HCl \longrightarrow$	H^+ +	Cl^-
Inicio:	0,5485 M	0 M	OM
Final:	0 M	0,5485 M	0,5485 M

Así, el pH se calculará a partir de la concentración de iones H^+:

$$pH = -\log [H^+] = -\log [0,5485] = 0,26$$

44 Se disuelven 2,5 g de ácido sulfúrico en agua hasta un volumen de 500 mL. Calcula la concentración de sus especies iónicas y el pH. (Datos: M (H) = 1,00797; M (O) = 15,9994; M (S) = 32,065).

$$M\ (H_2SO_4) = M\ (S) + 4 \cdot M\ (O) + 2 \cdot M\ (H) = 32,065 + 4 \cdot 15,9994 + 2 \cdot 1,00797 = 98,0785$$

$$2,5\ g\ HCl \cdot \frac{1\ mol\ H_2SO_4}{98,0785\ g\ H_2SO_4} = 0,0255\ mol\ H_2SO_4 \rightarrow [H_2SO_4] = \frac{0,0255\ mol\ H_2SO_4}{0,500\ L} = 0,051\ M$$

Esta es la concentración de H_2SO_4 antes de que se disocie en sus iones. Como es un ácido fuerte, esta disociación será total y al final, la concentración de H_2SO_4 será cero y la de sus iones:

	$H_2SO_4 \longrightarrow$	$2\ H^+$ +	SO_4^{2-}
Inicio:	0,051 M	0 M	0 M
Final:	0 M	$2 \cdot 0,051$ M	0,051 M

Así, el pH se calculará a partir de la concentración de iones H^+:

$$[H^+] = 2 \cdot 0{,}051\ M = 0{,}102\ M \rightarrow pH = -\log [H^+] = -\log [2 \cdot 0{,}051] = 0{,}99$$

45 Calcula la concentración de las especies iónicas y el pH de una disolución preparada disolviendo 2,5 g de hidróxido sódico en agua hasta obtener 750 mL de disolución. (Datos: M (H) = 1,00797; M (O) = 15,9994; M (Na) = 22,9898).

$$M\ (NaOH) = M\ (Na) + M\ (O) + M\ (H) = 22{,}9898 + 15{,}9994 + 1{,}00797 = 39{,}9972$$

$$2{,}5\ g\ NaOH \cdot \frac{1\ mol\ NaOH}{39{,}9972\ g\ NaOH} = 0{,}0625\ mol\ NaOH \rightarrow [NaOH] = \frac{0{,}0625\ mol\ NaOH}{0{,}750\ L} = 0{,}083\ M$$

Esta concentración de NaOH es la inicial, antes de que se disocie en sus iones. Al ser una base fuerte, la disociación será total y al final, la concentración de NaOH será cero y la de sus iones:

	$NaOH \longrightarrow$	Na^+ +	OH^-
Inicio:	0,083 M	0 M	0 M
Final:	0 M	0,083 M	0,083 M

Por tanto: $[OH^-] = 0{,}083$ M. Y como se cumple que: $[H^+] \cdot [OH^-] = 10^{-14}$. Obtenemos:

$$[H^+] \cdot 0{,}083\ M = 10^{-14} \rightarrow [H^+] = 1{,}2 \cdot 10^{-13}\ M$$

$$pH = -\log [H^+] = -\log (1{,}2 \cdot 10^{-13}\ M) = 12{,}92$$

46 Calcula la concentración de las especies iónicas y el pH de una disolución preparada disolviendo 1,5 g de hidróxido cálcico en agua hasta obtener 1 000 mL de disolución. (Datos: M (H) = 1,00797; M (O) = 15,9994; M (Ca) = 40,078).

$$M\ (Ca(OH)_2) = M\ (Ca) + 2 \cdot M\ (O) + 2 \cdot M\ (H) = 40{,}078 + 2 \cdot 15{,}9994 + 2 \cdot 1{,}00797 = 74{,}0927$$

$$1{,}5\ g\ Ca(OH)_2 \cdot \frac{1\ mol\ Ca(OH_2)}{74{,}0927\ g\ Ca(OH_2)} = 0{,}02\ mol\ Ca(OH)_2 \rightarrow [Ca(OH)_2] = \frac{0{,}02\ mol\ Ca(OH_2)}{1\ L} = 0{,}02\ M$$

Esta concentración de $Ca(OH)_2$ es la inicial, antes de que se disocie en sus iones. Al ser una base fuerte, la disociación será total y al final, la concentración de $Ca(OH)_2$ será cero y la de sus iones:

	$Ca(OH)_2 \longrightarrow$	Ca^{2+} +	$2\ OH^-$
Inicio:	0,02 M	0 M	0 M
Final:	0 M	0,02 M	2 · 0,02 M

Por tanto: $[Ca^{2+}] = 0{,}02$ M; $[OH^-] = 2 \cdot 0{,}02\ M = 0{,}04$ M.

Como: $[H^+] \cdot [OH^-] = 10^{-14}$. Sustituyendo obtenemos:

$$[H^+] \cdot 0{,}04\ M = 10^{-14} \rightarrow [H^+] = 2{,}5 \cdot 10^{-13}\ M$$

$$pH = -\log [H^+] = -\log (2{,}5 \cdot 10^{-13}\ M) = 12{,}60$$

47 Escribe e iguala las reacciones entre:

a) Hidróxido sódico y ácido nítrico.

b) Hidróxido cálcico y ácido perclórico.

c) Hidróxido magnésico y ácido sulfúrico.

d) Hidróxido de litio y ácido sulfúrico.

a) $NaOH + HNO_3 \rightarrow NaNO_3 + H_2O$.

b) $Ca(OH)_2 + 2\ HClO_4 \rightarrow Ca(ClO_4)_2 + 2\ H_2O$.

c) $Mg(OH)_2 + H_2SO_4 \rightarrow MgSO_4 + 2\ H_2O$.

d) $2\ LiOH + H_2SO_4 \rightarrow Li_2SO_4 + 2\ H_2O$.

48 Define reacciones de combustión y pon un ejemplo. Iguala la reacción de tu ejemplo. ¿Qué uso tienen la mayoría de reacciones de combustión?

Son reacción de oxidación mediante el oxígeno, O_2, con gran desprendimiento de energía en forma de calor. Es precisamente la obtención de este calor lo que se busca en la mayoría de estas reacciones que son fuente de energía tanto para calefacción como para el movimiento de motores. Por ejemplo, la combustión del metano:

$$CH_4 + 2\ O_2 \longrightarrow CO_2 + 2\ H_2O$$

49 ¿Qué dos productos dan siempre las combustiones de sustancias orgánicas? ¿Por qué?

Dióxido de carbono, CO_2, y agua, H_2O. Porque son las sustancias resultantes de la oxidación de los átomos de C y de los átomos de H que forman parte de todas las sustancias orgánicas.

50 Pon dos ejemplos de combustiones que no afecten a una sustancia orgánica. Iguala sus reacciones.

$$2\ CO + O_2 \longrightarrow 2\ CO_2$$

$$2\ SO_2 + O_2 \longrightarrow SO_3$$

51 Escribe e iguala la reacción de combustión de las siguientes sustancias:

a) Ácido etanoico.

b) Propeno.

c) Propino.

a) $CH_3{-}COOH + 2\ O_2 \longrightarrow 2\ CO_2 + 2\ H_2O$.

b) $CH_3{-}CH{=}CH_2 + 9/2\ O_2 \longrightarrow 3\ CO_2 + 3\ H_2O$.

c) $CH_3{-}C{\equiv}CH + 4\ O_2 \longrightarrow 3\ CO_2 + 2\ H_2O$.

52 Escribe e iguala la ecuación de combustión de la glucosa, $C_6H_{12}O_6$.

$$C_6H_{12}O_6 + 6\ O_2 \longrightarrow 6\ CO_2 + 6\ H_2O$$

53 Calcula cuántos gramos de agua se liberarán en la combustión de 12 g de glucosa. (Datos: M (H) = 1,00797; M (C) = 12,0107; M (O) = 15,9994).

$$M\ (C_6H_{12}O_6) = 6 \cdot M\ (C) + 12 \cdot M\ (H) + 6 \cdot M\ (O) = 6 \cdot 12{,}0107 + 12 \cdot 1{,}00797 + 6 \cdot 15{,}9994 = 180{,}1562$$

$$M\ (H_2O) = 2 \cdot M\ (H) + M\ (O) = 2 \cdot 1{,}00797 + 15{,}9994 = 18{,}0153$$

$$C_6H_{12}O_6 + 6\ O_2 \longrightarrow 6\ CO_2 + 6\ H_2O$$

$$12\ g\ C_6H_{12}O_6 \cdot \frac{1\ mol\ C_6H_{12}O_6}{180{,}1562\ g\ C_6H_{12}O_6} \cdot \frac{6\ mol\ H_2O}{1\ mol\ C_6H_{12}O_6} \cdot \frac{18{,}0153\ g\ H_2O}{1\ mol\ H_2O} = 7{,}2\ g$$

54 Escribe e iguala la reacción de combustión de:

a) Butano.

b) Buteno.

c) Butino.

a) $2\ C_4H_{10} + 13\ O_2 \longrightarrow 8\ CO_2 + 10\ H_2O$.

b) $C_4H_8 + 6\ O_2 \longrightarrow 4\ CO_2 + 4\ H_2O$.

c) $2\ C_4H_6 + 11\ O_2 \longrightarrow 8\ CO_2 + 6\ H_2O$.

55 ¿Qué productos, además de dióxido de carbono y agua, dan las sustancias orgánicas que poseen átomos de azufre y de nitrógeno en sus moléculas?

Dan óxidos de azufre y de nitrógeno:

$$S + O_2 \longrightarrow SO_2 + SO_3\ ;\ N + O_2 \longrightarrow NO + NO_2 + N_2O_3 + N_2O_5$$

56 Calcula los moles de dióxido de carbono que se liberarán cuando se quemen 100 moles de butano, 100 moles de propano y 100 moles de metano.

$$C_4H_{10}\,(g) + \frac{13}{2}\,O_2\,(g) \longrightarrow 4\,CO_2\,(g) + 5\,H_2O\,(l)$$

$$100 \text{ mol } CH_4 \cdot \frac{4 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } CH_4} = 400 \text{ mol } CO_2.$$

$$C_3H_8\,(g) + 5\,O_2\,(g) \longrightarrow 3\,CO_2\,(g) + 4\,H_2O\,(l)$$

$$100 \text{ mol } CH_4 \cdot \frac{3 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_3H_8} = 300 \text{ mol } CO_2.$$

$$CH_4\,(g) + 2\,O_2\,(g) \longrightarrow CO_2\,(g) + 2\,H_2O\,(l)$$

$$100 \text{ mol } CH_4 \cdot \frac{1 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } CH_4} = 100 \text{ mol } CO_2.$$

57 Calcula los gramos de dióxido de carbono que se liberarán cuando se queme 1 g de metano. (Datos: M (H) = 1,00797; M (C) = 12,0107; M (O) = 15,9994).

La reacción de combustión igualada es:

$$CH_4\,(g) + 2\,O_2\,(g) \longrightarrow CO_2\,(g) + 2\,H_2O\,(l)$$

Las masas moleculares de CH_4 y de CO_2 son:

$$M\,(CH_4) = M\,(C) + 4 \cdot M\,(H) = 12{,}0107 + 4 \cdot 1{,}00797 = 16{,}0426$$

$$M\,(CO_2) = M\,(C) + 2 \cdot M\,(O) = 12{,}0107 + 2 \cdot 15{,}9994 = 44{,}0095$$

Ahora calculamos los moles:

$$1 \text{ g } CH_4 \cdot \frac{1 \text{ mol } CH_4}{16{,}0426 \text{ g } CH_4} \cdot \frac{1 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } CH_4} \cdot \frac{44{,}0095 \text{ g } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 2{,}74 \text{ g } CO_2$$

58 La calefacción de un edificio quema diariamente en su sistema 1 500 kg de propano. Calcula la masa de las emisiones de dióxido de carbono de las que es responsable. (Datos: M (H) = 1,00797; M (C) = 12,0107).

Las masas moleculares de C_3H_8 y de CO_2 son:

$$M\,(C_3H_8) = 3 \cdot M\,(C) + 8 \cdot M\,(H) = 3 \cdot 12{,}0107 + 8 \cdot 1{,}00797 = 44{,}0959$$

$$M\,(CO_2) = M\,(C) + 2 \cdot M\,(O) = 12{,}0107 + 2 \cdot 15{,}9994 = 44{,}0095$$

$$C_3H_8\,(g) + 5\,O_2\,(g) \longrightarrow 3\,CO_2\,(g) + 4\,H_2O\,(l)$$

$$1\,500 \text{ kg } C_3H_8 \cdot \frac{1\,000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \cdot \frac{1 \text{ mol } C_3H_8}{44{,}0959 \text{ g } C_3H_8} \cdot \frac{3 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_3H_8} \cdot \frac{44{,}0095 \text{ g } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} \cdot \frac{1 \text{ kg}}{1\,000 \text{ g}} = 4\,491{,}18 \text{ kg } CO_2$$

59 Escribe e iguala la reacción de combustión del benceno, C_6H_6.

$$2\,C_6H_6\,(l) + 15\,O_2\,(g) \longrightarrow 12\,CO_2\,(g) + 6\,H_2O\,(l)$$

60 Escribe e iguala la reacción de combustión de:

a) Etanol.

b) Ácido etanoico.

c) Éter etílico.

a) $CH_3—CH_2OH + 3\ O_2 \longrightarrow 2\ CO_2 + 3\ H_2O$.

b) $CH_3—COOH + 2\ O_2 \longrightarrow 2\ CO_2 + 2\ H_2O$.

c) $CH_3—CH_2—O—CH_2—CH_3 + 6\ O_2 \longrightarrow 4\ CO_2 + 5\ H_2O$.

61 Partiendo de que existe un peligro en las emisiones de CO_2, comenta cómo debería ser un combustible que ayudase a no aumentar los niveles atmosféricos de este gas.

Debería tener la mínima proporción de átomos de C posible. El combustible ideal es el hidrógeno:

$$2\ H_2 + O_2 \longrightarrow 2\ H_2O$$

62 Define y pon un ejemplo de reacción endotérmica,

Una reacción endotérmica es aquella que absorbe energía, *E*, debido a que la energía de las sustancias producto es mayor que la energía de las sustancias reactivos de partida. Por ejemplo, la producción fotosintética de glucosa:

$$E + 6\ CO_2\ (g) + 6\ H_2O\ (l) \longrightarrow C_6H_{12}O_6\ (s) + 6\ O_2\ (g)$$

63 Define y pon un ejemplo de reacción exotérmica.

Una reacción exotérmica es aquella que desprende energía, *E*, debido a que la energía de las sustancias producto es menor que la energía de las sustancias reactivos de partida. Por ejemplo, la combustión del butano:

$$C_4H_{10}\ (g) + \frac{13}{2}\ O_2\ (g) \longrightarrow 4\ CO_2\ (g) + 5\ H_2O\ (l) + E$$

64 Explica cómo debe escribirse una reacción termoquímica. Pon un ejemplo escribiendo una de ellas.

Una ecuación termoquímica debe escribirse indicando las condiciones de presión y temperatura a las que se realiza la reacción, el estado físico de los reactivos, los coeficientes estequiométricos de cada sustancia y el valor del cambio energético asociado a la reacción. Por ejemplo, en la formación del dióxido de carbono:

$$C\ (s) + O_2\ (g) \longrightarrow CO_2\ (g);\ \Delta H^0_{CO_2\,(g)} = -393{,}50\ \text{kJ/mol}$$

La indicación supracero en el valor de la variación de entalpía ($\Delta H^0_{CO_2\,(g)}$) se refiere a condiciones estándar (25 °C y 1 atm).

65 Define variación de energía interna y variación de entalpía de una reacción química. Explica cómo se pueden medir.

La variación de energía interna es la variación de la suma de todas las energías de los componentes de un sistema desde las energías de traslación y rotación de las moléculas hasta las de vibración de sus enlaces.

Se puede conocer midiendo el valor del calor absorbido o desprendido en una reacción realizada a volumen constante.

La variación de entalpía es igual a la variación de energía interna más el valor del trabajo de expansión o de compresión de gases que pueda existir en la reacción.

Se conoce midiendo el valor del calor absorbido o desprendido en una reacción realizada a presión constante.

66 ¿Puede existir una reacción cuya variación de energía interna y variación de entalpía tengan el mismo valor? Arguméntalo con ejemplos.

La variación de energía interna y la variación de entalpía tendrán el mismo valor cuando en una reacción el trabajo de expansión de gases sea cero. Esto es general cuando no intervienen sustancias gaseosas en la reacción. Por ejemplo, en la neutralización de un ácido y una base en disolución:

$$Ca(OH)_2\ (aq) + 2\ HClO_4\ (aq) \longrightarrow Ca(ClO_4)_2\ (aq) + 2\ H_2O\ (l)$$

67 ¿Qué se entiende por forma estándar de una sustancia química? ¿Cuánto vale la entalpía de una sustancia química en forma estándar si es un elemento? ¿Y si es un compuesto?

El estado estándar de una sustancia es su forma pura a 1 atm de presión. Se define como cero el valor de la entalpía de un elemento en su estado estándar. Si se trata de un compuesto, el valor se halla a partir de la energía de su reacción de formación en condiciones estándar (obtención de una sustancia a partir de sus elementos en estado estándar).

68 La entalpía estándar de combustión del octano es del –5 471 kJ/mol. La densidad del octano es de 0,70 g/cm^3. Calcula el calor obtenido al quemar 5 L de octano. (Datos: M (H) =1,00797; M (C) = 12,0107).

Las masas moleculares de C_8H_{18} y de CO_2 son:

$$M\ (C_8H_{18}) = 8 \cdot M\ (C) + 18 \cdot M\ (H) = 8 \cdot 12{,}0107 + 18 \cdot 1{,}00797 = 114{,}2291$$

$$C_8H_{18}\ (g) + \frac{25}{2}\ O_2\ (g) \longrightarrow 8\ CO_2\ (g) + 9\ H_2O\ (l)$$

$$5\ L\ C_8H_{18} \cdot \frac{1\ 000\ cm^3}{1\ L} \cdot \frac{0{,}7\ g\ C_8H_{18}}{cm^3\ C_8H_{18}} \cdot \frac{1\ mol\ C_8H_{18}}{114{,}2291\ g\ C_8H_{18}} \cdot \frac{-5\ 471\ kJ}{1\ mol\ C_8H_{18}} = -167\ 632\ kJ$$

69 Las entalpías estándares de formación del etino y del etano son, respectivamente, +226,73 kJ/mol y –84,68 kJ/mol. Escribe la reacción de hidrogenación del etino hasta etano. Calcula la entalpía estándar de esta reacción.

A) $2\ C\ (s) + H_2\ (g) \longrightarrow HC{\equiv}CH\ (g);\quad \Delta H^0_A = +226{,}73$ kJ/mol.

B) $2\ C\ (s) + 3\ H_2\ (g) \longrightarrow CH_3CH_3\ (g);\quad \Delta H^0_B = -84{,}68$kJ/mol.

C) $HC{\equiv}CH\ (g) + 2\ H_2\ (g) \longrightarrow C_2H_6\ (g);\quad \Delta H^0_C = ?$

La reacción C puede escribirse como la suma de B con la inversa de A. O sea, como B – A.

Por tanto: $\Delta H^0_C = \Delta H^0_B - \Delta H^0_A = -84{,}68$kJ/mol – 226,73 kJ/mol = –311,41 kJ/mol.

70 El metanol puede obtenerse por oxidación moderada del metano. Es difícil medir la entalpía de esta reacción porque en la práctica es inevitable que aparezcan reacciones de oxidación total hasta CO_2. Calcula teóricamente la entalpía estándar de oxidación del metano a metanol aprovechando los valores de las entalpías estándares de formación del metano y del metanol que son: –74,81 kJ mol^{-1} y –238,66 kJ mol^{-1}.

A) $C\ (s) + 2\ H_2\ (g) \longrightarrow CH_4\ (g);\ \Delta H^0_A = -74{,}81\ kJ\ mol^{-1}$.

B) $C\ (s) + 2\ H_2\ (g) + \frac{1}{2}\ O_2\ (g) \longrightarrow CH_3OH\ (g);\ \Delta H^0_B = -238{,}66\ kJ\ mol^{-1}$.

C) $CH_4\ (g) + \frac{1}{2}\ O_2\ (g) \longrightarrow CH_3OH\ (g);\ \Delta H^0_C = ?$

Si se invierte la reacción A y se suma con la B, resulta C. O sea, la reacción C puede escribirse como B – A.

Por tanto: $\Delta H^0_C = \Delta H^0_B - \Delta H^0_A = -238{,}66\ kJ\ mol^{-1} - (-74{,}81\ kJ\ mol^{-1}) = -163{,}85\ kJ\ mol^{-1}$.

71 Las entalpías estándares de formación del dióxido de nitrógeno (gas) y del tetraóxido de dinitrógeno (gas) son +33,18 kJ/mol y 9,16 kJ/mol, respectivamente. Calcula la entalpía estándar de la reacción de descomposición del tetraóx ido de dinitrógeno en dióxido de nitrógeno.

A) $\frac{1}{2}$ N_2 *(g)* + O_2 *(g)* $\longrightarrow$ NO_2 *(g)*; $\Delta H^0_A = +33{,}18$ kJ/mol.

B) N_2 *(g)* + 2 O_2 *(g* $\longrightarrow$ N_2O_4 *(g)*; $\Delta H^0_B = +\ 9{,}16$ kJ/mol.

C) N_2O_4 *(g)* $\longrightarrow$ 2 NO_2 *(g)*; $\Delta H^0_C = ?$

La reacción C se puede escribir como la inversa de B más dos veces la A. O sea: C = 2 A – B.

Por tanto:

$$\Delta H^0_C = 2 \cdot \Delta H^0_A - \Delta H^0_B = 2 \cdot (+33{,}18 \text{ kJ/mol}) - 9{,}16 \text{ kJ/mol} = +57{,}20 \text{ kJ/mol}.$$

72 Calcula el calor producido en la combustión de 50 g de metanol. (Datos: M (H) = 1,00797; M (C) = 12,0107; M (O) = 15,9994; $\Delta H^0_{CO_2\,(g)} = -393{,}50$ kJ/mol; $\Delta H^0_{H_2O\,(l)} = -284{,}67$ kJ/mol; $\Delta H^0_{CH_3OH\,(l)} = -238{,}60$ kJ/mol).

$$M\ (CH_3OH) = M\ (C) + 4 \cdot M\ (H) + M\ (O) = 12{,}0107 + 4 \cdot 1{,}00797 + 15{,}9994 = 32{,}0420$$

$$CH_3OH\ (l) + \frac{3}{2}\ O_2\ (g) \longrightarrow 2\ H_2O\ (l) + CO_2\ (g)$$

La variación de entalpía correspondiente a esta reacción de combustión, se puede calcular a partir de las entalpías de formación de productos y reactivos facilitadas en el enunciado. Se debe recordar que la entalpía estándar de formación de un elemento como el O_2 es cero. Así:

$$\Delta H^0_{\text{comb } CH_3OH} = \Delta H^0_{CO_2\,(g)} + 2 \cdot \Delta H^0_{H_2O\,(l)} - \Delta H^0_{CH_3OH\,(l)} - \frac{3}{2}\,\Delta H^0_{CO_2\,(g)} =$$

$$= -393{,}50 \text{ kJ/mol} + 2 \cdot (-284{,}67 \text{ kJ/mol}) - 238{,}60 \text{ kJ/mol} - \frac{3}{2} \cdot 0 \text{ kJ/mol} = -724{,}24 \text{ kJ/mol}$$

$$50 \text{ g } CH_3OH \cdot \frac{1 \text{ mol } CH_3OH}{32{,}0420 \text{ g } CH_3OH} \cdot \frac{-724{,}24 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } CH_3OH} = -1\ 130{,}14 \text{ kJ/mol}$$

73 Calcula el calor producido por la combustión, en condiciones estándares, de 500 L de metano medidos en condiciones normales. (Datos: $\Delta H^0_{CO_2\,(g)} = -393{,}50$ kJ/mol; $\Delta H^0_{H_2O\,(l)} = -284{,}67$ kJ/mol; $\Delta H^0_{CH_4\,(g)} = -74{,}90$ kJ/mol).

$$CH_4\ (g) + 2\ O_2\ (g) \longrightarrow 2\ H_2O\ (l) + CO_2\ (g)$$

La variación de entalpía de esta combustión, se calcula por diferencia entre las entalpías de formación de productos y reactivos facilitadas en el enunciado. La entalpía estándar de formación del O_2 es cero pues es un elemento. Así:

$$\Delta H^0_{\text{comb } CH_4} = \Delta H^0_{CO_2\,(g)} + 2 \cdot \Delta H^0_{H_2O\,(l)} - \Delta H^0_{CH_4\,(g)} - 2 \cdot \Delta H^0_{O_2\,(g)} =$$

$$= -393{,}50 \text{ kJ/mol} + 2 \cdot (-284{,}67 \text{ kJ/mol}) - 74{,}90 \text{ kJ/mol}) - 2 \cdot 0 \text{ kJ/mol} = -887{,}94 \text{ kJ/mol}$$

$$500 \text{ L } CH_4 \cdot \frac{1 \text{ mol } CH_4 \text{ c.n.}}{22{,}4 \text{ L}} \cdot \frac{887{,}94 \text{ kJ mol}^{-1}}{1 \text{ mol } CH_4} = -19\ 820{,}10 \text{ kJ/mol}$$

74 Calcula la entalpía estándar de combustión del benceno y el calor que se desprenderá por la combustión de 50 g de esta sustancia. (Datos: M (H) = 1,00797; M (C) = 12,0107; $\Delta H^0_{C_6H_6\,(g)} = +49{,}0$ kJ/mol; $\Delta H^0_{CO_2\,(g)} = -393{,}50$ kJ/mol; $\Delta H^0_{H_2O\,(l)} = -284{,}67$ kJ/mol).

$$M\ (C_6H_6) = 6 \cdot M\ (C) + 6 \cdot M\ (H) = 6 \cdot 12{,}0107 + 6 \cdot 1{,}00797 = 78{,}112$$

$$C_6H_6\ (l) + \frac{15}{2}\ O_2\ (g) \longrightarrow 3\ H_2O\ (l) + 6\ CO_2\ (g)$$

La variación de entalpía de esta combustión se calcula por diferencia entre las entalpías de formación de productos y reactivos facilitadas en el enunciado. La entalpía estándar de formación del O_2 es cero pues es un elemento. Así:

$$\Delta H^0_{\text{comb } C_4H_4} = 6 \cdot \Delta H^0_{CO_2\,(g)} + 2 \cdot \Delta H^0_{H_2O\,(l)} - \Delta H^0_{C_6H_6\,(l)} - \frac{15}{2} \cdot \Delta H^0_{O_2\,(g)} =$$

$$= 6 \cdot (-393{,}50 \text{ kJ/mol}) + 3 \cdot (-284{,}67 \text{ kJ/mol}) - 49{,}0 \text{ kJ/mol}) - \frac{15}{2} \cdot 0 \text{ kJ/mol} = -3\,264 \text{ kJ/mol}$$

$$50 \text{ g } C_6H_6 \cdot \frac{1 \text{ mol } CH_4 \text{ c.n.}}{78{,}112 \text{ g } C_6H_6} \cdot \frac{-3\,264 \text{ kJ mol}^{-1}}{1 \text{ mol } C_6H_6} = -2\,089{,}31 \text{ kJ/mol}$$

75 Las entalpías estándares de combustión del hidrógeno, el metano y el octano son –286 kJ/mol, –890 kJ/mol y –5 471 kJ/mol. ¿Cuál crees que tiene un rendimiento energético mayor por kilogramo de combustible? (Datos: M (H) =1,00797; M (C)= 12,0107).

$$M\,(H_2) = 2 \cdot 1{,}00797 = 2{,}01594 \rightarrow -286 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \cdot \frac{1 \text{ mol } H_2}{2{,}01594 \text{ g}} \cdot \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} = -141\,869{,}3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$M\,(CH_4) = 12{,}0107 + 4 \cdot 1{,}00797 = 16{,}04258 \rightarrow -890 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \cdot \frac{1 \text{ mol } CH_4}{16{,}04258 \text{ g}} \cdot \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} = -55\,477{,}4$$

$$M\,(C_4H_{10}) = 4 \cdot 12{,}0107 + 10 \cdot 1{,}00797 = 58{,}12250 \rightarrow 5\,471 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \cdot \frac{1 \text{ mol } C_4H_{10}}{58{,}12250 \text{ g}} \cdot \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} = -94\,128{,}8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

El mayor rendimiento energético por kg corresponde al hidrógeno.

76 Los calores de formación estándares del monóxido de carbono y del dióxido de carbono (ambos, gases) son 90,3 kJ/mol y 33,2 kJ/mol. Calcula la entalpía estándar de oxidación del monóxido de carbono a dióxido de carbono.

A) $C\,(s) + \frac{1}{2} O_2\,(g) \longrightarrow CO\,(g)$; $\Delta H^0_A = 90{,}3$ kJ/mol.

B) $C\,(s) + O_2\,(g) \longrightarrow CO_2\,(g)$; $\Delta H^0_B = 33{,}2$ kJ/mol.

C) $CO\,(g) + \frac{1}{2} O_2\,(g) \longrightarrow CO_2\,(g)$; $\Delta H^0_C = ?$

La reacción C que corresponde a la oxidación del CO a CO_2, puede escribirse como la suma de B con la inversa de A. Por ello, será también:

$$\Delta H^0_C = \Delta H^0_B - \Delta H^0_A = 33{,}2 \text{ kJ/mol} - 90{,}3 \text{ kJ/mol} = -57{,}1 \text{ kJ/mol}$$

77 Las entalpías estándares de formación del dióxido de azufre y del trióxido de azufre son –296,8 kJ/mol y –395,7 kJ/mol. Calcula la entalpía estándar de reacción para la oxidación del dióxido de azufre a trióxido de azufre.

A) $S\,(s) + O_2\,(g) \longrightarrow SO_2\,(g)$; $\Delta H^0_A = -296{,}8$ kJ/mol.

B) $S\,(s) + \frac{3}{2} O_2\,(g) \longrightarrow SO_3\,(g)$; $\Delta H^0_B = -395{,}7$ kJ/mol.

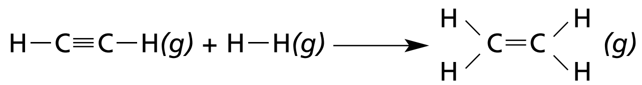
C) $SO_2\,(g) + \frac{1}{2} O_2\,(g) \longrightarrow SO_3\,(g)$; $\Delta H^0_C = ?$

La reacción C correspondiente a la oxidación del SO_2 a SO_3, puede escribirse como la suma de B con la inversa de A. Por ello, será:

$$\Delta H^0_C = \Delta H^0_B - \Delta H^0_A = -395{,}7 \text{ kJ/mol} - (-296{,}8 \text{ kJ/mol}) = -98{,}9 \text{ kJ/mol}$$

78 A partir de las entalpías de enlace, calcula la entalpía estándar de la reacción de hidrogenación del etino a eteno. (Datos: $\Delta H^0_{C\equiv C}$ = 898,43 kJ/mol; $\Delta H^0_{C=C}$ = 612,90 kJ/mol; ΔH^0_{C-H} = 415,32 kJ/mol; ΔH^0_{H-H} = 436,40 kJ/mol).

La reacción solicitada es:



La variación de entalpía de la reacción se puede calcular a partir de las entalpías de enlaces formados y rotos. En efecto, tomando la entalpía de enlace como la energía necesaria para romper un enlace (o sea energías de signo positivo), se puede expresar:

$$\Delta H^0_{\text{reacción}} = \Delta H^0_{\text{enlaces rotos}} - \Delta H^0_{\text{enlaces formados}}$$

Si la energía de enlace se considera como la energía desprendida en la formación de un enlace, serian energías de signo negativo y la expresión anterior invertiría sus signos.

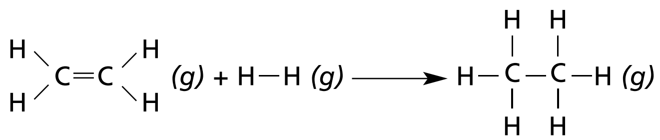
$\Delta H^0_{\text{enlaces rotos}} = \Delta H^0_{C-C} + \Delta H^0_{H-H}$ = 898,43 kJ/mol + 436,40 kJ/mol = 1 334,83 kJ/mol.

$\Delta H^0_{\text{enlaces formados}} = 2 \cdot \Delta H^0_{C-H} + \Delta H^0_{C-C}$ = 2 · 415,32 kJ/mol + 612,90 kJ/mol = 1 443,54 kJ/mol.

$\Delta H^0_{\text{reacción}} = \Delta H^0_{\text{enlaces rotos}} - \Delta H^0_{\text{enlaces formados}}$ = 1 334,83 kJ/mol – 1 443,54 kJ/mol = –108,71 kJ/mol.

79 A partir de las entalpías de enlace, calcula la entalpía estándar de la reacción de hidrogenación del eteno a etano. (Datos: $\Delta H^0_{C=C}$ = 612,90 kJ/mol; ΔH^0_{C-C} = 348,15 kJ/mol; ΔH^0_{C-H} = 415,32 kJ/mol; ΔH^0_{H-H} = 436,40 kJ/mol).

La reacción solicitada es:



La variación de entalpía de la reacción se puede calcular a partir de las entalpías de enlaces formados y rotos. En efecto, tomando la entalpía de enlace como la energía necesaria para romper un enlace, se puede expresar:

$$\Delta H^0_{\text{reacción}} = \Delta H^0_{\text{enlaces rotos}} - \Delta H^0_{\text{enlaces formados}}$$

$\Delta H^0_{\text{enlaces rotos}} = \Delta H^0_{C-C} + \Delta H^0_{H-H}$ = 612,90 kJ/mol + 436,40 kJ/mol = 1 049,3 kJ/mol.

$H^0_{\text{enlaces formados}} = 2 \cdot \Delta H^0_{C-H} + \Delta H^0_{C-C}$ = 2 · 415,32 kJ/mol + 348,15 kJ/mol = 1 178,79 kJ/mol.

$\Delta H^0_{\text{reacción}} = \Delta H^0_{\text{enlaces rotos}} - \Delta H^0_{\text{enlaces formados}}$ = 1 049,3 kJ/mol – 1 178,79 kJ/mol = –129,49 kJ/mol.

80 Calcula la entalpía estándar de formación del propano, sabiendo que las entalpías estándares de combustión del carbono, del hidrógeno y del propio propano son –394 kJ/mol, –286 kJ/mol y –2 220 kJ/mol.

A) $C\,(s) + O_2\,(g) \longrightarrow CO_2\,(g)$; ΔH^0_A = –394 kJ/mol.

B) $H_2\,(g) + \frac{1}{2}\,O_2\,(g) \longrightarrow H_2O\,(l)$; ΔH^0_B = –286 kJ/mol.

C) $C_3H_8\,(g) + \frac{1}{2}\,O_2\,(g) \longrightarrow 3\,CO_2\,(g) + 4\,H_2O\,(l)$; ΔH^0_C = –2 220 kJ/mol.

D) $3\,C\,(s) + 4\,H_2\,(g) \longrightarrow C_3H_8\,(g)$; ΔH^0_D = ?

La reacción D de formación del propano, puede escribirse como la suma de tres veces la reacción A con cuatro veces la reacción B más la inversa de la reacción C. O sea: D = 3 A + 4 B – C.

Por tanto:

$\Delta H^0_D = 3 \cdot \Delta H^0_A + 4 \cdot \Delta H^0_B - \Delta H^0_C$ = 3 · (–394 kJ/mol) + 4 · (–286 kJ/mol) – (–2 220 kJ/mol) = –106 kJ/mol

81 Se hacen reaccionar 125 g de cinc con ácido sulfúrico en exceso. Se produce una reacción de desplazamiento. Escribe la ecuación y calcula el volumen de hidrógeno medido en condiciones normales que se generará. (Dato: M (Zn) = 65,409).

$$Zn\ (s) + H_2SO_4\ (l) \longrightarrow ZnSO_4\ (aq) + H_2\ (g)$$

$$125\text{ g Zn} \cdot \frac{1\text{ mol Zn}}{65{,}409\text{ g}} \cdot \frac{1\text{ mol }H_2}{1\text{ mol Zn}} \cdot \frac{22{,}4\text{ L}}{1\text{ mol c.n.}} = 42{,}81\text{ L}$$

82 El sulfuro ferroso con ácido sulfúrico da sulfato ferroso y se libera ácido sulfhídrico. Calcula el volumen de ácido sulfhídrico medido a 20 °C y 1,15 atm que se obtendrá al atacar 100 kg de un mineral con una riqueza del 85 % en sulfuro ferroso (Datos: M (Fe) = 55,845; M (S) = 32,065).

$$FeS\ (s) + H_2SO_4\ (aq) \longrightarrow FeSO_4\ (aq) + H_2S\ (g)$$

$$10^5\text{ g mineral} \cdot \frac{85\text{ g FeS}}{100\text{ g mineral}} \cdot \frac{1\text{ mol FeS}}{(55{,}845 + 32{,}065)\text{ g FeS}} \cdot \frac{1\text{ mol }H_2S}{1\text{ mol FeS}} = 966{,}90\text{ mol}$$

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \rightarrow 1{,}15\text{ atm} \cdot V = 966{,}90\text{ mol} \cdot 0{,}082\text{ atm L K}^{-1}\text{ mol}^{-1} \cdot (20 + 273{,}15)\text{ K}$$

De donde se halla: V = 20 211 L.

83 Calcula el volumen de aire (de una riqueza en oxígeno del 21 % en volumen) para quemar 15 L de hidrógeno.

La combustión es:

$$2\ H_2\ (g) + O_2\ (g) \longrightarrow 2\ H_2O\ (l)$$

En gases con las mismas condiciones, las relaciones entre moles son iguales a las relaciones entre volúmenes. Por tanto, será:

$$15\text{ L }H_2 \cdot \frac{1\text{ L }O_2}{2\text{ L }H_2} \cdot \frac{100\text{ L aire}}{21\text{ L }O_2} = 35{,}71\text{ L de aire}$$

84 Para obtener 50 L de dióxido de carbono medidos en condiciones normales, se ataca con exceso de ácido sulfúrico una roca caliza del 85,3 % en carbonato cálcico. Calcula la cantidad de esta roca que se necesitará. (Datos: M (C) = 12,0107; M (O) = 15,9994; M (Ca) = 40,078).

$$CaCO_3\ (s) + H_2SO_4\ (aq) \longrightarrow CaSO_4\ (aq) + H_2O\ (l) + CO_2\ (g)$$

$$M\ (CaCO_3) = M\ (Ca) + M\ (C) + 3 \cdot M\ (O) = 40{,}078 + 12{,}0107 + 3 \cdot 15{,}9994 = 100{,}0869$$

$$50\text{ L }CO_2 \cdot \frac{1\text{ mol }CO_2}{22{,}4\text{ L (c.n.)}} \cdot \frac{1\text{ mol }CaCO_3}{1\text{ mol }CO_2} \cdot \frac{100{,}0869\text{ g }CaCO_3}{1\text{ mol }CaCO_3} \cdot \frac{100\text{ g mineral}}{1\text{ mol }CaCO_3} = 261{,}9\text{ g}$$

85 Un exceso de hidróxido potásico sobre 12,82 g de sulfato amónico desprende 4,525 L de amoníaco medidos a 745 mm Hg y 18 °C. Calcula la pureza del sulfato amónico. (Datos: M (N) = 14,0067; M (S) = 32,065; M (H) = 1,00797; M (O) = 15,9994).

$$2\ KOH\ (aq) + (NH_4)_2SO_4\ (s) \longrightarrow K_2SO_4\ (aq) + 2\ NH_3\ (aq) + 2\ H_2O\ (l)$$

$$M\ ((NH_4)_2SO_4) = 2 \cdot M\ (N) + 8 \cdot M\ (H) + M\ (S) + 4 \cdot M\ (O) = 2 \cdot 14{,}0067 + 8 \cdot 1{,}00797 + 32{,}065 + \\ + 4 \cdot 15{,}9994 = 132{,}1394$$

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \rightarrow \frac{745\text{ mm Hg}}{760} \cdot 4{,}525\text{ L} = n \cdot 0{,}082\ \frac{\text{atm L}}{\text{K mol}} \cdot (18 + 273{,}15)\text{ K}$$

Por tanto: n = 0,1858 mol.

$$n = 0{,}1858\text{ mol }NH_3 \cdot \frac{1\text{ mol }(NH_4)_2SO_4}{2\text{ mol }NH_3} \cdot \frac{132{,}1394\text{ g }(NH_4)_2SO_4}{1\text{ mol }(NH_4)_2SO_4} = 12{,}28\text{ g }(NH_4)_2SO_4$$

El porcentaje de pureza se calcula como:

$$\frac{12{,}28\text{ g }(NH_4)_2SO_4}{12{,}82\text{ g mineral}} \cdot 100 = 95{,}75\ \%$$

86 Calcula el volumen de aire (medido en condiciones normales) para quemar completamente 100 g de octano. (Datos: *M* (H) = 1,00797; *M* (C) = 12,0107; riqueza en oxígeno del aire: 20,99 % en volumen).

$$C_8H_{18}\ (g) +\ O_2\ (g) \longrightarrow 9\ H_2O\ (l) + 8\ CO_2\ (g)$$

$$M\ (C_8H_{18}) = 8 \cdot M\ (C) + 18 \cdot M\ (H) = 8 \cdot 12{,}0107 + 18 \cdot 1{,}00797 = 114{,}2291$$

$$100\text{ g }C_8H_{10} \cdot \frac{1\text{ mol }C_8H_{18}}{114{,}2291\text{ g }C_8H_{18}} \cdot \frac{\frac{25}{2}\text{ mol }O_2}{1\text{ mol }C_8H_{18}} \cdot \frac{100\text{ mol aire}}{20{,}99\text{ mol }O_2} \cdot \frac{22{,}4\text{ L}}{1\text{ mol aire c.n.}} = 1\ 167{,}8\text{ L}$$

87 En un recipiente hermético, se introducen 45 cm^3 de una mezcla de etano y acetileno, y 180 cm^3 de oxígeno medidos en las mismas condiciones de presión y temperatura. Se cierra el recipiente y se hace estallar la mezcla mediante una chispa eléctrica. Al recuperar las condiciones iniciales y condensar el vapor de agua, queda un residuo gaseoso de 121,5 cm^3, de dióxido de carbono y oxígeno en exceso. Calcula la composición de la mezcla.

$$C_2H_6\ (g) + \frac{7}{2}\ O_2\ (g) \longrightarrow 3\ H_2O\ (l) + 2\ CO_2\ (g)$$

$$C_2H_2\ (g) + \frac{5}{2}\ O_2\ (g) \longrightarrow H_2O\ (l) + 2\ CO_2\ (g)$$

Las combustiones del etano y del etino son completas porque sobra oxígeno.

Por cada cm^3 de etano se forman dos de CO_2 y también por cada cm^3 de etino. Supongamos x cm^3 de C_2H_6 e y cm^3 de C_2H_2.

Los cm^3 de CO_2 formados a partir de ambos son: $2\,x + 2\,y$.

Los cm^3 de O_2 consumidos por cada cm^3 de etano y de etino son: $\frac{7}{2}\,x + \frac{5}{2}\,y$.

Los cm^3 de O_2 sobrantes serán: $180\text{ cm}^3 - \frac{7}{2}\,x - \frac{5}{2}\,y$.

La composición de la mezcla final es: cm^3 de O_2 sobrantes + cm^3 de CO_2 formados. O sea:

$$121{,}5\text{ cm}^3 = (180\text{ cm}^3 - \frac{7}{2}\,x - \frac{5}{2}\,y) + (2\,x + 2\,y)$$

Por otro lado, inicialmente tenemos: $x + y = 45\text{ cm}^3$.

Del sistema formado por estas dos ecuaciones en x e y, se deduce: $x = 36\text{ cm}^3$; $y = 9\text{ cm}^3$.

Con lo cual, los porcentajes son:

$$\frac{36}{45} \cdot 100 = 80\ \%\ C_2H_6; \quad \frac{9}{45} \cdot 100 = 20\ \%\ C_2H_2$$

88 Mediante procesos adecuados, el amoníaco puede oxidarse por el oxígeno hasta dar monóxido de nitrógeno y agua. Calcula el volumen de aire (de una riqueza en oxígeno del 21 % en volumen) necesario para oxidar 50 L de amoníaco medidos en las mismas condiciones.

La reacción del proceso igualada es:

$$2\ NH_3\ (g)\ + \frac{5}{2}\ O_2\ (g) \longrightarrow 2\ NO\ (g) + 3\ H_2O\ (l)$$

$$5O\text{ L }NH_3 \cdot \frac{\frac{5}{2}\text{ L }O_2}{2\text{ L }NH_3} \cdot \frac{100\text{ L aire}}{21\text{ L }O_2} = 297{,}62\text{ L aire}$$

89 ¿Qué volumen de ácido sulfúrico 0,4 M se debe medir para asegurar que se toman 2,5 g de H_2SO_4? (Datos: M (S) =32,065; M (O) = 15,9994; M (H) = 1,00797).

$M\ (H_2SO_4) = 2 \cdot M\ (H) + M\ (S) + 4 \cdot M\ (O) = 2 \cdot 1{,}00797 + 32{,}065 + 4 \cdot 15{,}9994 = 98{,}0785$

$$2{,}5\ g\ H_2SO_4 \cdot \frac{1\ mol\ (H_2SO_4)}{98{,}0785\ g(H_2SO_4)} \cdot \frac{1\ L\ disolución}{0{,}4\ mol\ (H_2SO_4)} = 0{,}0637\ L = 63{,}7\ mL$$

90 Calcula la cantidad de cobre y de ácido sulfúrico del 97% de riqueza en H_2SO_4 para obtener 2,5 kg de sulfato de cobre pentahidratado ($CuSO_4 \cdot 5\ H_2O$). (Datos: M (Cu) = 63,546; M (S) =32,065; M (O) = 15,9994).

$$Cu + H_2SO_4 + 5\ H_2O \longrightarrow CuSO_4 \cdot 5H_2O + H_2$$

$$M\ (CuSO_4 \cdot 5\ H_2O) = M\ (Cu) + M\ (S) + 9 \cdot M\ (O) + 10 \cdot M\ (H) = 63{,}546 + 32{,}065 + 9 \cdot 15{,}9994 + \\ + 10 \cdot 1{,}00797 = 249{,}6853$$

$$M\ (H_2SO_4) = 2 \cdot M\ (H) + M\ (S) + 4 \cdot M\ (O) = 2 \cdot 1{,}00797 + 32{,}065 + 4 \cdot 15{,}9994 = 98{,}0785$$

$$2{,}5 \cdot 10^3\ g\ CuSO_4 \cdot 5\ H_2O \cdot \frac{1\ mol\ CuSO_4 \cdot 5\ H_2O}{249{,}6853\ g\ CuSO_4 \cdot 5\ H_2O} \cdot \frac{1\ mol\ Cu}{1\ mol\ CuSO_4 \cdot 5\ H_2O} \cdot \frac{63{,}546\ g\ Cu}{1\ mol\ Cu} = 636\ g\ Cu$$

$$2{,}5 \cdot 10^3\ g\ CuSO_4 \cdot 5\ H_2O \cdot \frac{1\ mol\ CuSO_4 \cdot 5\ H_2O}{249{,}6853\ g\ CuSO_4 \cdot 5\ H_2O} \cdot \frac{1\ mol\ H_2SO_4}{1\ mol\ CuSO_4 \cdot 5\ H_2O} \cdot \frac{98{,}0785\ g\ H_2SO_4}{1\ mol\ H_2SO_4} \cdot$$

$$\cdot \frac{100\ g\ disolución}{97\ g\ H_2SO_4} = 1\ 012\ g\ solución$$

91 Al calentar el nitrito amónico, se descompone en nitrógeno y agua. Calcula el volumen de nitrógeno medido a 752 mm Hg y 16 ºC que se obtiene si se calienta hasta la descomposición total 60 g de nitrito amónico. (Datos: M (N) = = 14,0067; M (H) = 1,00797; M (O) = 15,9994).

$M\ (NH_4NO_2) = 2 \cdot M\ (N) + 4 \cdot M\ (H) + 2 \cdot M\ (O) = 2 \cdot 14{,}0067 + 4 \cdot 1{,}00797 + 2 \cdot 15{,}9994 = 64{,}0441$

$$NH_4NO_2\ (s) \longrightarrow N_2\ (g) + 2\ H_2O\ (l)$$

$$60\ g\ NH_4NO_2 \cdot \frac{1\ mol\ NH_4NO_2}{64{,}0441\ g\ NH_4NO_2} \cdot \frac{1\ mol\ N_2}{1\ mol\ \ NH_4NO_2} = 0{,}9369\ mol\ N_2$$

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T; \quad \frac{752}{760}\ atm \cdot V = 0{,}9369\ mol \cdot 0{,}082\ \frac{atm\ L}{K\ mol} \cdot (16 + 273{,}15)\ K$$

De donde se halla: V = 22,45 L.

92 Se atacan 24,5 g de una aleación de aluminio y cinc con ácido clorhídrico diluido, de modo que solo resulta atacado el cinc y se desprende un volumen de 2,050 L de hidrógeno medido en condiciones normales. Calcula la composición de la aleación. (Dato: M (Zn) = 65,409).

$$Zn\ (s) + 2\ HCl\ (aq) \longrightarrow ZnCl_2\ (aq) + H_2\ (g)$$

$$2{,}050\ L\ H_2 \cdot \frac{1\ mol\ H_2\ c.n.}{22{,}4\ L} \cdot \frac{1\ mol\ Zn}{1\ mol\ H_2} \cdot \frac{65{,}409\ g\ Zn}{1\ mol\ Zn} = 5{,}9861\ g\ Zn$$

El porcentaje de cinc en la aleación será: $\frac{5{,}9861\ g\ Al}{24{,}5\ g\ aleación} \cdot 100 = 24{,}43\ \%\ Zn.$

El porcentaje de aluminio se halla por diferencia: 100 – 24,43 = 75,57 % Al.

93 Se añaden 116 cm^3 de oxígeno a 100 cm^3 de una mezcla formada por metano, monóxido de carbono e hidrógeno. Después de hacer estallar la mezcla en un recipiente hermético, quedan 100 cm^3 de gases medidos en las mismas condiciones iniciales y cuya composición es un 30 % de oxígeno y un 70 % de dióxido de carbono. Halla la composición de la mezcla inicial.

Debido a la adición de O_2, las posibles reacciones son:

$$CH_4\ (g) + 2\ O_2\ (g) \longrightarrow 2\ H_2O\ (l) + CO_2\ (g)$$

$$CO\ (g) + \frac{1}{2}\ O_2\ (g) \longrightarrow CO_2\ (g)$$

$$H_2\ (g) + \frac{1}{2}\ O_2\ (g) \longrightarrow H_2O\ (l)$$

Todas ellas deben ser completas porque al final sobra oxígeno.

Llamemos *x*, *y*, *z* a los cm^3 de CH_4, CO y H_2, respectivamente, presentes en la mezcla inicial.

Al final, quedan 30 cm^3 de O_2 y 70 cm^3 de CO_2. Con todo esto, y según el enunciado:

$$x + y + z = 100\ cm^3$$

Según las estequiometrías de las reacciones igualadas, los cm^3 de CO_2 formados a partir de cada una de las sustancias anteriores son:

$$x + y = 70\ cm^3$$

Según las mismas reacciones, los cm^3 de O_2 consumidos en ellas son:

$$2\,x + \frac{1}{2}\,y + \frac{1}{2}\,z$$

Los cm^3 de O_2 finales = cm^3 de O_2 iniciales – cm^3 de O_2 consumidos. O sea:

$$30\ cm^3 = 116\ cm^3 - 2\,x - \frac{1}{2}\,y - \frac{1}{2}\,z$$

Del sistema formado por las tres igualdades se deducen los valores de *x*, *y*, *z* que son:

$$x = 46\ cm^3;\ y = 24\ cm^3;\ z = 30\ cm^3$$

Como el conjunto de la mezcla suma 100 cm^3, los mismos valores corresponden a los porcentajes. O sea:

$$46\ \%\ CO; \quad 24\ \%\ CH_4; \quad 30\ \%\ H_2$$

94 El ácido acético o etanoico (CH_3COOH), por neutralización con el hidróxido cálcico, da etanoato cálcico. Esta sal, si se calienta, se convierte en carbonato cálcico y propanona (CH_3COCH_3). El rendimiento de todo el proceso es del 85 %. Calcula la cantidad de propanona (o acetona) que podrá obtenerse partiendo de 1 500 kg de un ácido etanoico del 91 % de pureza. (Datos: *M* (H) = 1,007997; *M* (O) = 15,9994; *M* (C) = 12,0107).

$$2\ CH_3COOH + Ca(OH)_2 \longrightarrow Ca(CH_3COO)_2 + 2\ H_2O$$

$$Ca(CH_3COO)_2 \longrightarrow CaCO_3 + CH_3COCH_3$$

$$M\ (CH_3COOH) = 2 \cdot M\ (C) + 2 \cdot M\ (O) + 4 \cdot M\ (H) = 2 \cdot 12{,}0107 + 2 \cdot 15{,}9994 + 4 \cdot 1{,}007997 = 60{,}0521$$

$$M\ (CH_3COCH_3) = 3 \cdot M\ (C) + M\ (O) + 6 \cdot M\ (H) = 3 \cdot 12{,}0107 + 15{,}9994 + 6 \cdot 1{,}007997 = 58{,}0793$$

$$1{,}5 \cdot 10^6\ \text{g solución} \cdot \frac{91\ g\ CH_3COOH}{100\ \text{g disolución}} \cdot \frac{1\ mol\ CH_3COOH}{60{,}0521\ g\ CH_3COOH} \cdot \frac{1\ mol\ CH_3COCH_3}{2\ mol\ CH_3COOH} \cdot \frac{58{,}0793\ g}{1\ mol\ CH_3COCH_3} \cdot$$

$$\cdot \frac{85}{100} \cdot \frac{1\ kg}{10^3\ g} = 561\ kg\ CH_3COCH_3$$

95 Calcula los gramos de $Na_2CO_3 \cdot 10\ H_2O$ que se deberán pesar para preparar con ellos 500 g de una disolución de carbonato sódico, Na_2CO_3, al 15 %. (Datos *M* (H) = 1,00797; *M* (C) = 12,0107; *M* (O) =15,9994; *M* (Na) = 22,9898).

$$M\ (Na_2CO_3 \cdot 10\ H_2O) = 2 \cdot M\ (Na) + M\ (C) + 13 \cdot M\ (O) + 20 \cdot M\ (H) = 2 \cdot 22{,}9898 + 12{,}0107 +$$
$$+ 13 \cdot 15{,}9994 + 20 \cdot 1{,}00797 = 286{,}1419$$

$$M\,(Na_2CO_3) = 2 \cdot M\,(Na) + M\,(C) + 3 \cdot M\,(O) = 2 \cdot 22{,}9898 + 12{,}0107 + 3 \cdot 15{,}9994 = 105{,}9885$$

$$500 \text{ g disol.} \cdot \frac{15 \text{ g } Na_2CO_3}{100 \text{ g disolución}} \cdot \frac{1 \text{ mol } Na_2CO_3}{105{,}9885 \text{ g } Na_2CO_3} \cdot \frac{1 \text{ mol } Na_2CO_3 \cdot 10\ H_2O}{1 \text{ mol } Na_2CO_3} \cdot$$

$$\cdot \frac{286{,}1419 \text{ g } Na_2CO_3 \cdot 10\ H_2O}{1 \text{ mol } Na_2CO_3 \cdot 10\ H_2O} = 202{,}5 \text{ g } Na_2CO_3 \cdot 10\ H_2O$$

96 ¿Cuántos moles de hidróxido potásico hay en 1 000 cm^3 de una disolución del 41,71 % de riqueza en esa sustancia y una densidad de 1,415 g/cm^3? (Datos: M (K) = 39,0983; M (O) = 15,9994; M (H) = 1,00797).

$$M\,(KOH) = M\,(K) + M\,(O) + M\,(H) = 39{,}0983 + 15{,}9994 + 1{,}007997 = 56{,}1057$$

$$1\,000 \text{ cm}^3 \text{ disol.} \frac{1{,}415 \text{ g disolución}}{1 \text{ cm}^3 \text{ disolución}} \cdot \frac{41{,}71 \text{ g KOH}}{100 \text{ g disolución}} \cdot \frac{1 \text{ mol KOH}}{56{,}1057 \text{ g KOH}} = 10{,}52 \text{ mol}$$

97 Calcula el volumen de ácido sulfúrico del 92,77 % en H_2SO_4 y de 1,827 g/cm^3 de densidad necesario para preparar 5 L de una disolución 0,5 M en este ácido. (Datos: M (S) =32,065; M (O) = 15,9994; M (H) = 1,00797).

$$M\,(H_2SO_4) = 2 \cdot M\,(H) + M\,(S) + 4 \cdot M\,(O) = 2 \cdot 1{,}00797 + 32{,}065 + 4 \cdot 15{,}9994 = 98{,}0785$$

$$5 \text{ L disol.} \cdot \frac{0{,}5 \text{ mol } H_2SO_4}{\text{L disolución}} \cdot \frac{98{,}0785 \text{ g } H_2SO_4}{1 \text{ mol } H_2SO_4} \cdot \frac{100 \text{ g dis. conc.}}{92{,}77 \text{ g } H_2SO_4} \cdot \frac{1 \text{ cm}^3 \text{ dis. conc.}}{1{,}827 \text{ g dis. conc.}} = 144{,}7 \text{ cm}^3$$

98 Se toman 10 cm^3 de una disolución de amoníaco de 0,907 g/cm^3 de densidad y se diluyen hasta 200 cm^3. Se toman después 50 cm^3 de esta dilución y se valoran con HCl 1 M, consumiéndose 34,50 cm^3 de la solución ácida. Calcula la concentración de la disolución primitiva de amoníaco.

La reacción de valoración es:

$$NH_3 + HCl \longrightarrow NH_4Cl + H_2O$$

El número de moles valorados es:

$$34{,}50 \text{ cm}^3 \text{ disolución HCl} \cdot \frac{1 \text{ mol HCl}}{1\,000 \text{ cm}^3 \text{ disolución}} \cdot \frac{1 \text{ mol } NH_3}{1 \text{ mol HCl}} = 0{,}0345 \text{ mol } NH_3$$

Por tanto, la concentración de la disolución diluida es:

$$\frac{0{,}0345 \text{ mol } NH_3}{0{,}050 \text{ L disolución}} = 0{,}69 \text{ M}$$

La concentración primitiva será:

$$\frac{0{,}69 \text{ mol } NH_3}{\text{L disolución}} \cdot \frac{200 \text{ mL}}{10 \text{ mL}} = 13{,}8 \text{ M}$$

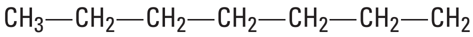
Que se puede pasar a porcentaje mediante la densidad:

$$\frac{13{,}8 \text{ mol } NH_3}{1\,000 \text{ cm}^3 \text{ disol. conc.}} \cdot \frac{17{,}0306 \text{ g } NH_3}{1 \text{ mol } NH_3} \cdot \frac{1 \text{ cm}^3 \text{ disol. conc.}}{0{,}907 \text{ g disol. conc.}} =$$

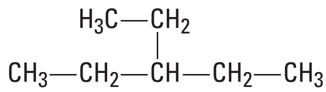
$$= 0{,}2591 \frac{\text{g } NH_3}{\text{g disol. conc.}} = 25{,}91 \text{ \% } NH_3$$

6 Compuestos del carbono

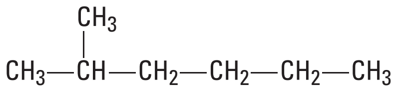
1 Formula y nombra todos los isómeros de cadena que existen del heptano.



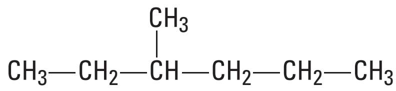
Heptano



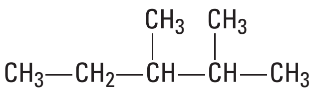
3-etilpentano



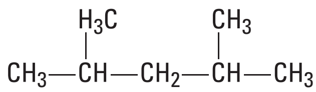
2-metilhexano



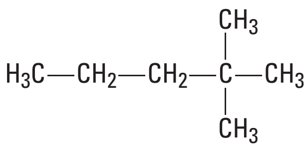
3-metilhexano



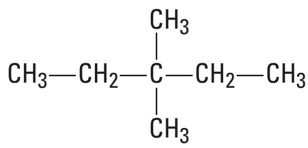
2,3-dimetilpentano



2,4-dimetilpentano

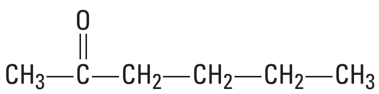


2,2-dimetilpentano

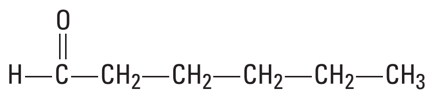


3,3-dimetilpentano

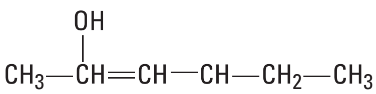
2 Formula y nombra todos los isómeros funcionales de la 2-hexanona.



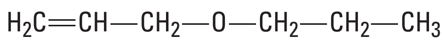
2-hexanona



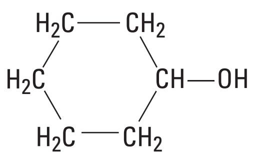
Hexanal



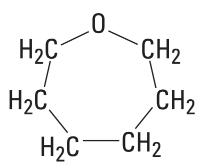
3-hexen-2-ol y todos sus isómeros de posición



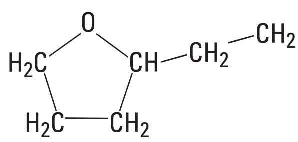
1-propenilpropiléter y todos sus asómeros de cadena y posición



Ciclohexanol e isómeros de cadena



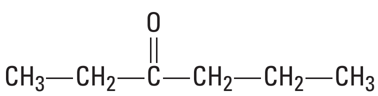
Oxacicloheptano



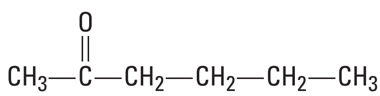
1-etiltetrahidrofurano

Y los isómeros de cadena tanto de estos como de otros heterociclos.

3 Formula y nombra todos los isómeros de posición de la hexanona.

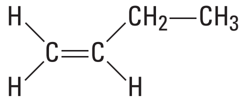


3-hexanona

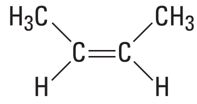


2-hexanona

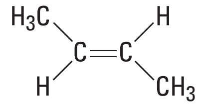
4 Teniendo en cuenta, las posibles isomerías cis-trans, formula y nombra todos los isómeros que existen del buteno.



1-buteno, no posee isómeros cis-trans.

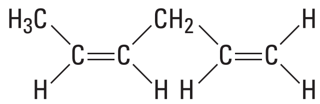


cis-2-buteno

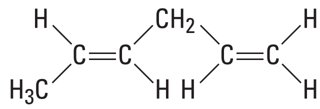


trans-2-buteno

5 Formula y nombra todos los isómeros geométricos del 2,4-hexadieno.



2-cis-4-hexadieno



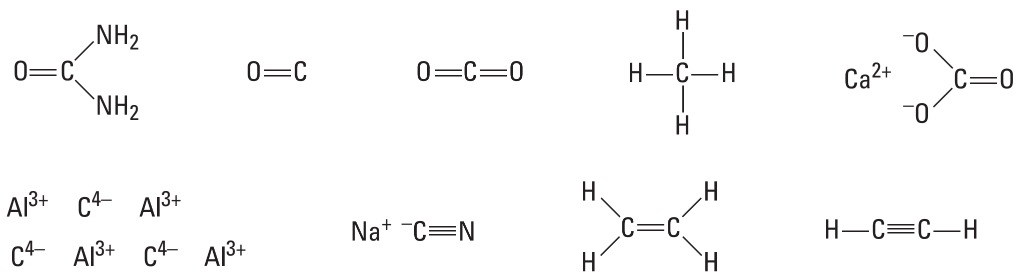
2-trans-4-hexadieno

Solo el doble enlace en la posición 2 presenta isomería cis-trans. El doble enlace en la posición 4 no la presenta al tener dos sustituyentes iguales en el último C (los dos H).

6 Define compuestos orgánicos y explica el por qué de su nombre.

Hoy en día, se consideran compuestos orgánicos todos aquellos que están formados a partir de carbono y algunos elementos concretos como hidrógeno, oxígeno, nitrógeno, azufre y fósforo. Su nombre proviene del origen de los primeros compuestos de este tipo que se conocieron y estudiaron. Todos ellos procedían de organismos vivos y, antes de demostrar que se podían sintetizar artificialmente, se pensaba que solo podían ser producidos por dichos organismos.

7 Escribe la fórmula desarrollada de los siguientes compuestos e indica la valencia del carbono en cada uno de ellos: $CO(NH_2)_2$, CO, CO_2, CH_4, $CaCO_3$, Al_4C_3, $NaCN$, C_2H_4 y C_2H_2.



La valencia del C es 4 en todos los compuestos anteriores excepto en el CO donde es 2.

8 ¿Cuál fue el primer compuesto orgánico que se sintetizó artificialmente? ¿A partir de qué sustancias? Escribe la reacción global de su síntesis artificial.

El primer compuesto orgánico sintetizado artificialmente fue la urea, $CO(NH_2)_2$, a partir de cianato amónico que se descompone previamente en ácido cianhídrico y amoníaco, para acabar dando la urea:

$$NH_4OCN \longrightarrow NH_3 + HCNO \longrightarrow CO(NH_2)_2$$

9 Explica las diferencias entre la atmósfera actual de la Tierra y la atmósfera primitiva antes de que aparecieran los seres vivos.

Todo el oxígeno, O_2, de la atmósfera actual proviene de la actividad fotosintética de los organismos vivos. En la atmósfera primitiva no había oxígeno, con lo cual era de naturaleza reductora en lugar de oxidante como la que hoy respiramos. Estaría formada por vapor de agua (H_2O), dióxido de carbono (CO_2) y nitrógeno (N_2), junto a pequeñas cantidades de hidrógeno (H_2) y monóxido de carbono (CO).

10 Cita cinco artículos orgánicos de origen natural que se puedan encontrar fácilmente en un domicilio.

Leche, papel, algodón, azúcar, gelatina, etcétera.

11 Cita cinco sustancias químicas orgánicas de uso habitual en la vida ordinaria.

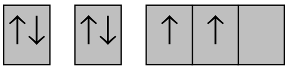
Glucosa, sacarosa, almidón, lactosa, ácido oleico (aceite), celulosa, alcohol etílico, acetona, etcétera.

12 Escribe la notación electrónica del átomo de C y explica las valencias que tiene a partir de ella.

La configuración electrónica del carbono, $_6C$, es: $1s^2\ \underline{2s}^2\ \underline{2p}^2$.

En un principio, el C solo podría formar dos enlaces covalentes porque solo tiene dos electrones desapareados:

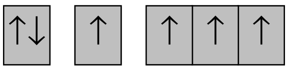
$_6C$: $1s^2\ 2s^2\ 2p^2$



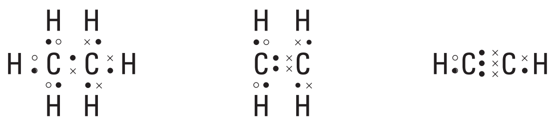
Pero es muy raro el uso de esta valencia. Solo en dos compuestos como el monóxido de carbono, CO, y el carbeno, CH_2.

En la mayoría de los compuestos, el C actúa con valencia 4 compartiendo cuatro pares de electrones con otros átomos. Para ello, promociona uno de los electrones situados en el orbital 2*s* a uno de los orbitales *p* que está vacío. Con ello resultan cuatro electrones desapareados en la capa de valencia:

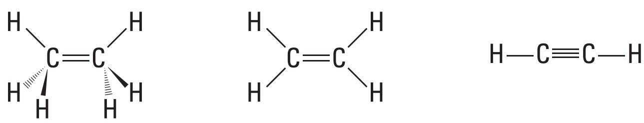
$_6C$:$1s^2\ 2s^1\ 2p^3$



13 Escribe las fórmulas de Lewis de las moléculas de etano, eteno y etino.

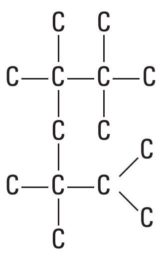


14 Dibuja tridimensionalmente las moléculas de etano, eteno y etino.

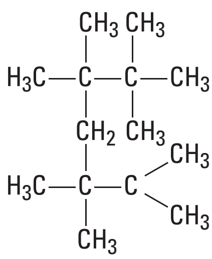


15 Indica en las siguientes cadenas qué C son primarios, cuáles secundarios y cuáles terciarios, completando la molécula con el número de átomos de H necesarios en cada caso:

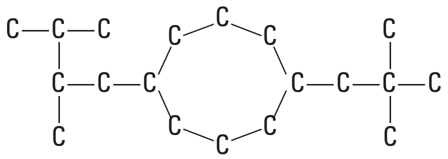
a)



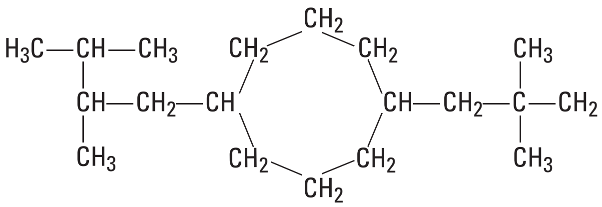
En los C primarios pueden enlazarse tres H, en los secundarios dos y en los terciarios uno:



b)



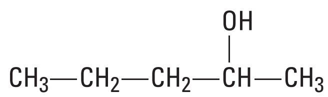
Igual que en la molécula anterior, en los C primarios pueden anlazarse tres H, en los secundarios dos y en los terciarios uno:



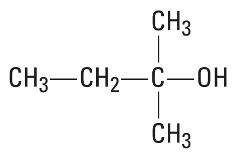
16 Escribe la fórmula de un alcohol primario, de uno secundario y de uno terciario, todos ellos de 5 C.

$CH_3—CH_2—CH_2—CH_2—CH_2—OH$

1-pentanol



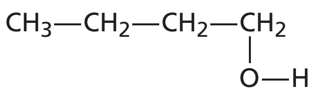
2-pentanol



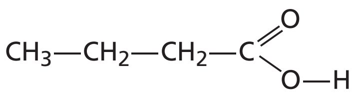
1-isopentanol

17 Define el concepto de grupo funcional y pon tres ejemplos.

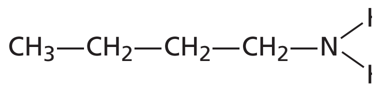
Un grupo funcional es un conjunto de átomos unidos entre sí, siempre del mismo modo y siempre en el mismo número, que procuran a las moléculas que los poseen un comportamiento y unas propiedades similares y características. Por ejemplo, el grupo alcohol, —OH, el grupo ácido carboxílico, —COOH, y el grupo amino, $—NH_2$:



1-butanol



Ácido butanoico



1-butilamina

18 Define el concepto de serie homóloga, pon un ejemplo y cita, al menos, cinco miembros suyos.

Una serie homóloga está formada por todos los compuestos que poseen el mismo grupo funcional ordenados según el número de átomos de C, de modo que cada compuesto tiene un eslabón $—CH_2—$ más en la cadena carbonada de su molécula. Por ejemplo, los cinco primeros miembros de la serie homóloga de los alcoholes son:

$H_3C—O—H$ Metanol

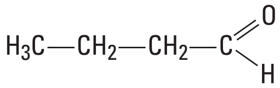
$H_3C—CH_2—O—H$ Etanol

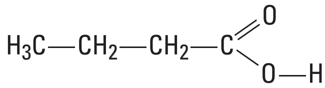
$H_3C—CH_2—CH_2—O—H$ 1-propanol

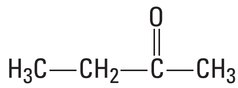
$H_3C—CH_2—CH_2—CH_2—O—H$ 1-butanol

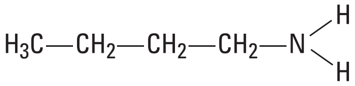
$H_3C—CH_2—CH_2—CH_2—CH_2—O–$ 1-pentanol

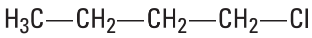
19 Escribe todos los compuestos que conozcas con distinto grupo funcional y que tengan la misma cadena de C que el butano.

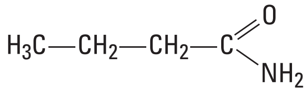

Butanal

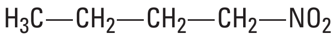

Ácido butanoico

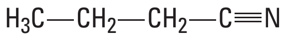

Butanona


1-butilamina

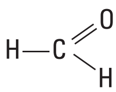

1-clorobutano

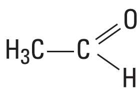

Butilamida

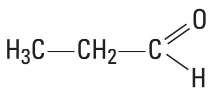

1-nitrobutano

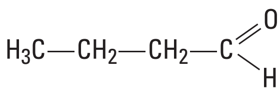

Butanonitrilo

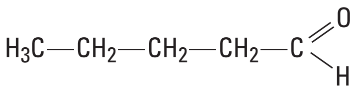
20 Formula y nombra los diez primeros miembros de la serie homóloga de los aldehídos.

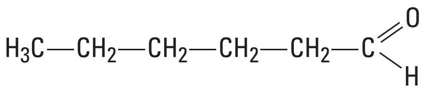

Metanal

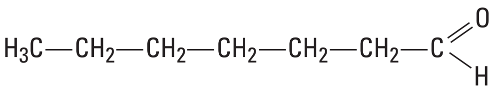

Etanal

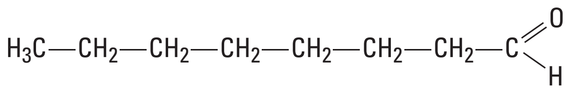

Propanal

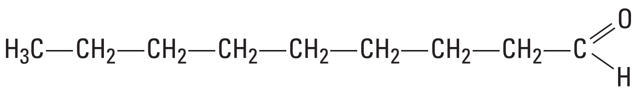

Butanal

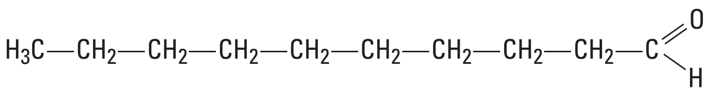

Pentanal


Hexanal

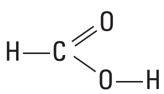

Heptanal

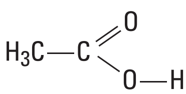

Octanal

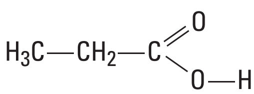

Nonanal

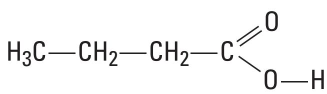

Decanal

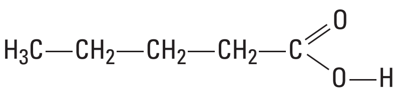
21 Escribe los diez primeros miembros de la serie homóloga de los ácidos carboxílicos.

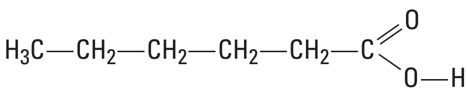

Ácido metanoico

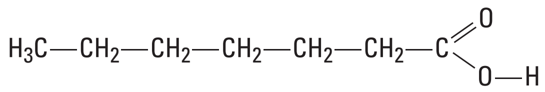

Ácido etanoico


Ácido propanoico

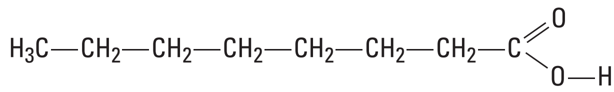

Ácido butanoico


Ácido pentanoico

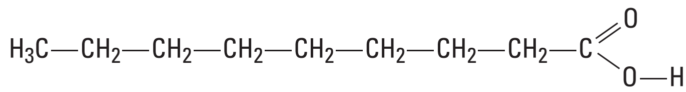

Ácido hexanoico



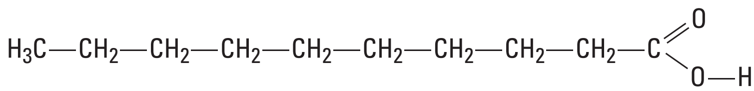
Ácido heptanoico



Ácido octanoico

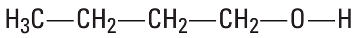


Ácido nonanoico

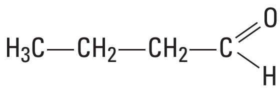


Ácido decanoico

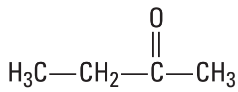
22 Formula los compuestos de cuatro átomos de C que tengan grupos funcionales con O.



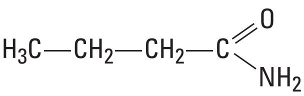
1-butanol



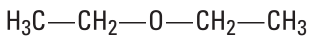
Butanal



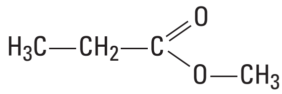
Butanona



Butanamida



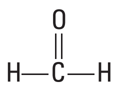
Dietil éter



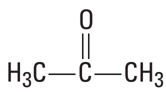
Propanoato de metilo

23 ¿Qué diferencias existen entre un aldehido y una cetona? ¿Cuáles son el aldehido y la cetona más simples que pueden existir?

En un aldehido, el grupo carbonilo está situado en un carbono primario, es decir, en el extremo de una cadena. En una cetona lo está en uno secundario. El aldehido más simple es el metanal o aldehido fórmico. La cetona más simple es la propanona o acetona:



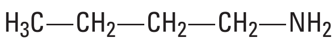
Metanal



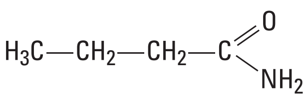
Propanona

24 ¿Qué diferencias existen entre una amina y una amida? Pon un ejemplo de cada una de ellas.

Una amina tiene el grupo NH_2 sobre un C primario, secundario o terciario que no soporta ningún otro grupo funcional. En una amida, el grupo NH_2 está situado sobre un C con un grupo *oxo*.



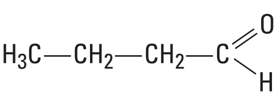
1-butilamina



Butanamida

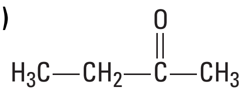
25 Indica qué grupo funcional poseen los siguientes compuestos y nómbralos:

a)



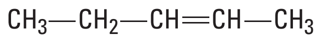
Aldehido
Butanal

b)



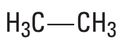
Cetona
Butanona

c)



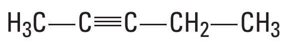
Alqueno (doble enlace)
2-penteno

d)



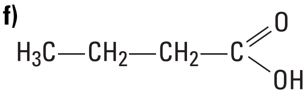
Alcano
Etano

e)



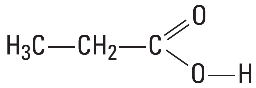
Alquino (triple enlace)
2-pentino

f)

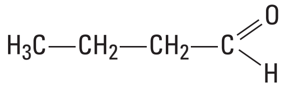


Ácido carboxílico
Ácido butanoico

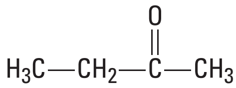
26 Formula los siguientes compuestos: ácico propanoico, butanal, butanona, etilamina y metanol.



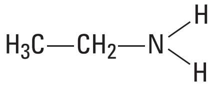
Ácido propanoico



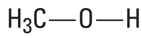
Butanal



Butanona



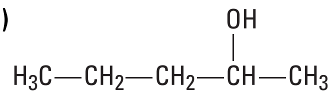
Etilamina



Metanol

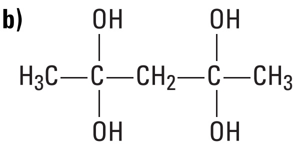
27 Nombra los siguientes compuestos:

a)



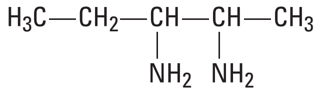
2-pentanol

b)



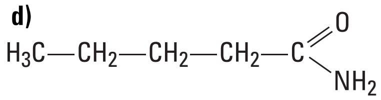
2,2,4,4-pentanotetraol
2,2,4,4-tetrahidroxipentano

c)



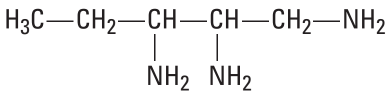
2,3-pentildiamina
2,3-diaminopentano

d)



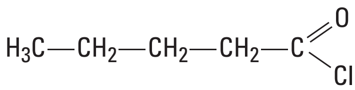
Pentanoamida

e)



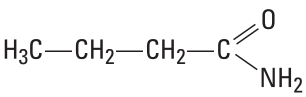
1,2,3-pentiltriamina
1,2,3-triaminopentano

f)

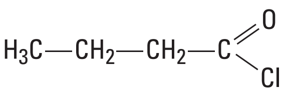


Cloruro de pentanoílo

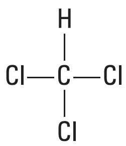
28 Formula los siguientes compuestos: butanamida, cloruro de butanoílo, cloroformo, propanonitrilo y dinitrometano.



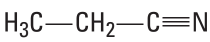
Butanamida



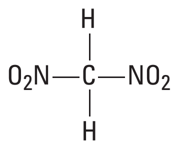
Cloruro de butanoílo



Cloroformo



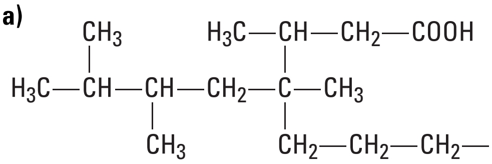
Propanonitrilo

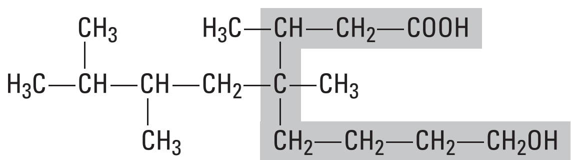


Dinitrometano

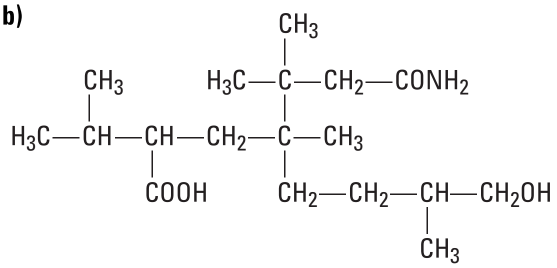
29 Escoge la cadena principal en los siguientes compuestos:

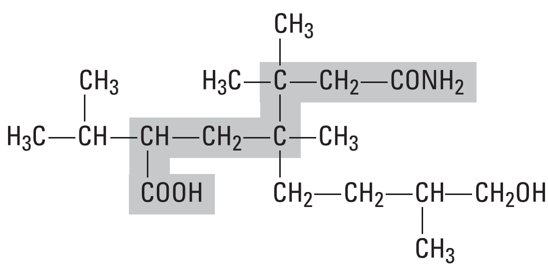
a)





b)





Se debe recordar que la cadena principal debe elegirse siguiendo por orden de prioridad los criterios siguientes:

a) Contener el grupo funcional principal.

b) Contener el mayor número de dobles y triples enlaces.

c) El mayor número de átomos de C.

d) El mayor número de dobles enlaces.

30 Ordena por prioridad los siguientes grupos funcionales: amida, nitrilo, amina, ácido carboxílico, doble enlace, alcohol primario, triple enlace y cetona.

Ácido carboxílico > amida > nitrilo > cetona > alcohol primario > amina > doble enlace > triple enlace.

31 Ordena, de mayor a menor prioridad, los siguientes grupos funcionales: grupo nitro, aldehído, alcohol secundario, cloruro de ácido, metilo y bromuro.

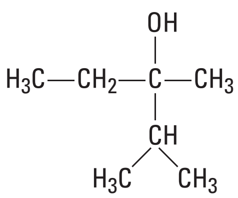
Cloruro de ácido > aldehído > alcohol secundario > grupo nitro > bromuro > metilo.

32 Ordena, de mayor a menor prioridad, los siguientes radicales: metilo, etinilo, *terc*-butilo, *sec*-propilo,

Etinilo > *terc*-butilo > *sec*-propilo> metilo.

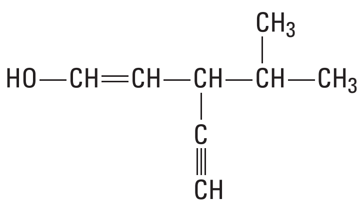
33 Nombra los siguientes compuestos:

a)



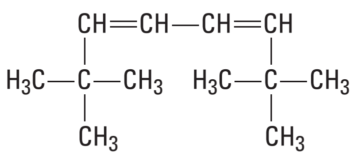
2,3-dimetil-3-pentanol

b)



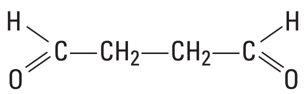
3-isopropil-1-en-4-ino-1-pentanol

c)



2,2,7,7-tetrametil-3,5-octadieno

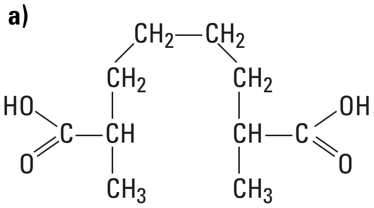
d)



Butanodial

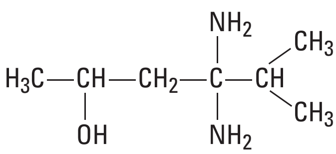
34 Nombra los siguientes compuestos:

a)



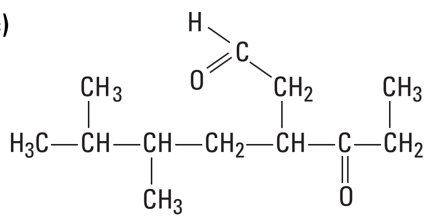
Ácido 2,7-dimetiloctanodioico

b)



5-metil-4,4-diamino-2-hexanol

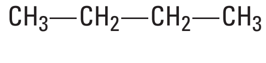
c)

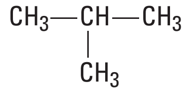


3-(2,3-dimetil)butil-4-oxo-hexanal

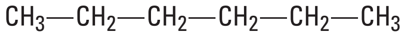
35 Explica en qué consiste la isomería estructural de cadena. Pon un ejemplo con dos isómeros estructurales.

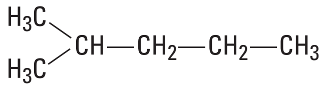
Ocurre cuando dos compuestos tienen el mismo número y tipo de átomos pero las uniones entre ellos son distintas, de modo que la cadena carbonada es diferente. Por ejemplo, el butano y el isobutano:

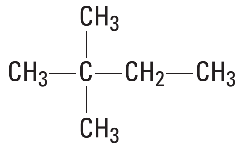

Butano

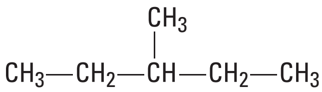

Isobutano

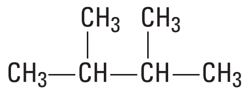
36 Formula y nombra todos los isómeros estructurales de cadena del hexano.


Hexano

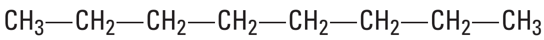

Isohexano

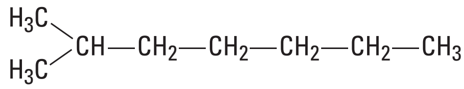

Neohexano

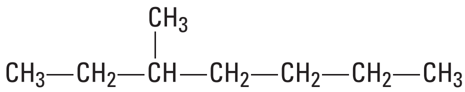

3-metilpentano

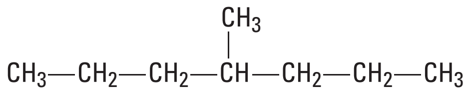

3-metilisopentano o 2,3-dimetilbutano

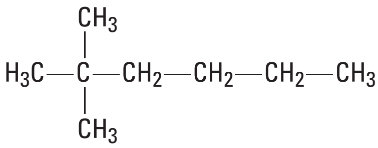
37 Formula y nombra todos los isómeros estructurales de cadena del octano.

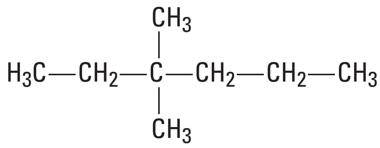

Octano

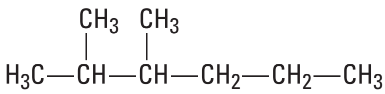

2-metilheptano

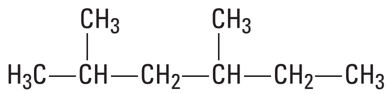

3-metilheptano

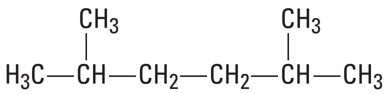

4-metilheptano

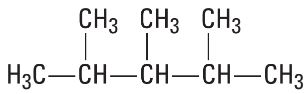

2,2-dimetilhexano

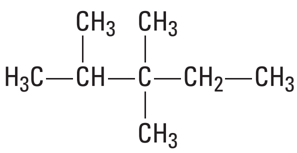

3,3-dimetilhexano

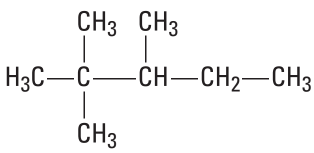

2,3-dimetilhexano

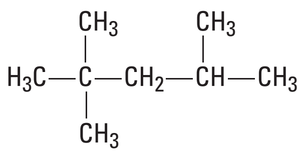

2,4-dimetilhexano

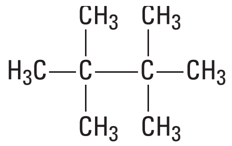

2,5-dimetilhexano


2,3,4-trimetilpentano

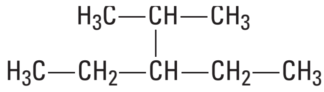

2,3,3-trimetilpentano


2,2,3-trimetilpentano


2,2,4-trimetilpentano



2,2,3,3-tetrametilbutano



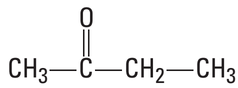
3-*sec*-propilpentano

38 Explica en qué consiste la isomería estructural de función. Pon un ejemplo con dos compuestos que la tengan.

La presentan los compuestos que poseen distintos grupos funcionales, con distintas propiedades químicas pero que están formados por el mismo número y tipo de átomos. Por ejemplo los éteres de un alqueno son isómeros de función con los aldehídos o con las cetonas:

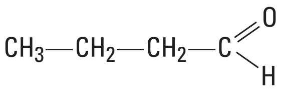
$$CH_3—CH_2—O—CH{=}CH_2$$

Eteniletiléter

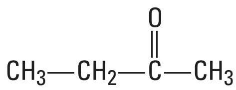


Butanona

39 Formula y nombra todos los isómeros estructurales de función del butanal.



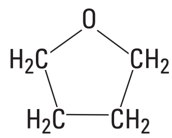
Butanal



Butanona

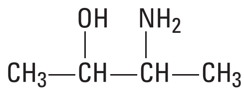
$$H_2C{=}CH—O—CH_2—CH_2$$

Eteniletiléter



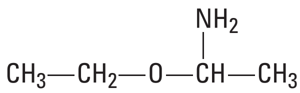
Oxaciclobutano

40 Formula y nombra todos los isómeros estructurales de función de la 2-hidroxi-3-butilamina.



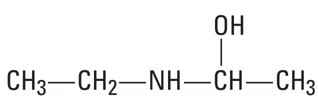
2-hidroxi-3-butilamina

Unos isómeros de función son los éteres como el 1-aminodietiléter, y todos los isómeros de cadena con él relacionados:



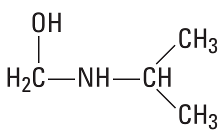
1-aminodietiléter

Otros isómeros son las aminas secundarias como la 1-etanoliletilamina, y también todos sus isómeros de cadena:



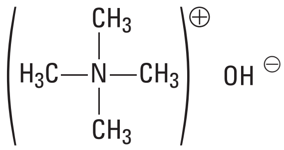
1-etanoliletilamina o 1-hidroxidietilamina

Igualmente las aminas terciarias como la metanolilisopropilamina, y también sus múltiples isómeros de cadena:



Metanolilisopropilamina

También existe un isómero en forma de sal de amonio, compuesto cuaternario del nitrógeno:



Hidróxido de tetrametilamonio

Y, finalmente, la familia de las hidroxilaminas:

$CH_3—CH_2—CH_2—CH_2—NHOH$

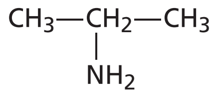
1-butilhidroxilamina

41 Explica en qué consiste la isomería estructural de posición. Pon un ejemplo con dos compuestos que la tengan.

La presentan los compuestos cuyo grupo funcional o instauración puede estar en más de una posición dentro de la misma cadena carbonada. Por ejemplo, la 1-propilamina y la 2-propilamina.

$CH_3—CH_2—CH_2—NH_2$

1-propilamina

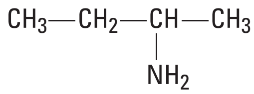


2-propilamina

42 Formula y nombra todos los isómeros de posición de la butilamina.

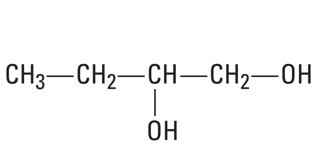
$CH_3—CH_2—CH_2—CH_2—NH_2$

1-butilamina

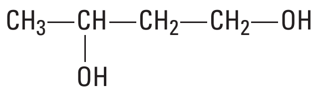


2-butilamina

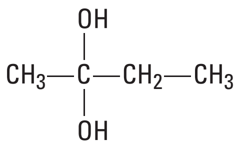
43 Formula y nombra todos los isómeros de posición del 1,2-butanodiol.



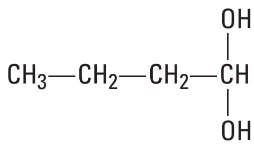
1,2-butanodiol



1,3-butanodiol



2,2-butanodiol



1,1-butanodiol

44 ¿Qué tipo de isomería presentan el 2-penteno y el 1-penteno entre sí? ¿Por qué? Formula y nombra todos sus isómeros.

Son isómeros estructurales de posición porque solo difieren en la posición del doble enlace.

$H_2C{=}CH—CH_2—CH_2—CH_3$

1-penteno

$H_3C—CH{=}CH—CH_2—CH_3$

2-penteno

No existen más isómeros de posición de ellos porque cualquier otra posición del doble enlace coincide con la que presentan uno u otro.

45 Formula y nombra todos los isómeros de posición del 3-hexeno.

$H_2C{=}CH—CH_2—CH_2—CH_2—CH_3$

1-hexeno

$H_3C—CH{=}CH—CH_2—CH_2—CH_3$

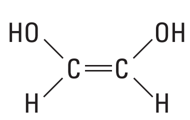
2-hexeno

$H_3C—CH_2—CH{=}CH_2—CH_2—CH_3$

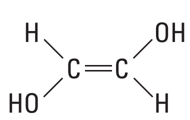
3-hexeno

46 ¿Por qué el 1,2-etenodiol presenta dos esteroisómeros, mientras que el 1,2-etanodiol no los tiene? Nombra y formula estos isómeros.

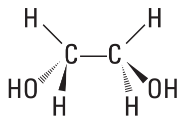
Porque el doble enlace C=C del 1,2-etenodiol impide que un isómero se convierta en el otro. En cambio, en el caso del 1,2-etanodiol, el enlace simple C—C permite el libre giro y las diferentes configuraciones son interconvertibles:



cis-1,2-etenodiol



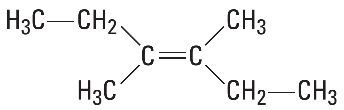
trans-1,2-etenodiol



1,2-etanodiol

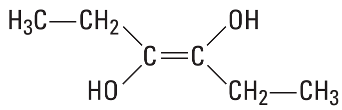
47 Nombra los siguientes compuestos:

a)



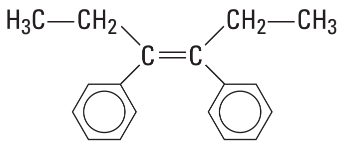
3,4-dimetil-3-trans-hexeno

b)



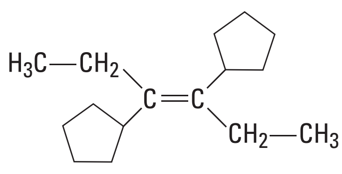
3-trans-hexen-3,4-diol

c)



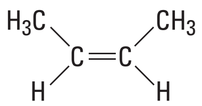
3,4-difenil-3-trans-hexeno

d)

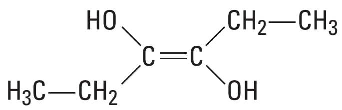


3,4-diciclopentil-3-trans-hexeno

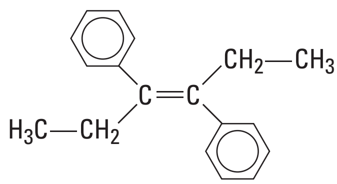
48 Formula los siguientes compuestos: 2-cis-buteno; 3-trans-hexeno-3.4-diol; 3,4-difenil-3-trans-hexeno y 4,5-diisopropil-4-cis-octeno.



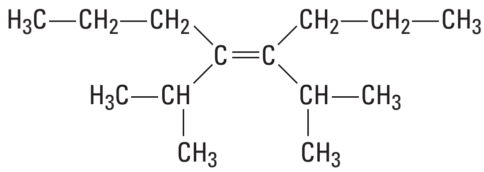
2-cis-buteno



3-trans-hexen-3,4-diol



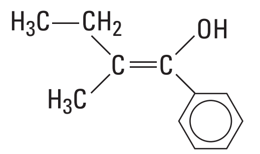
3,4-difenil-3-trans-hexeno



4,5-diisopropil-4-cis-octeno

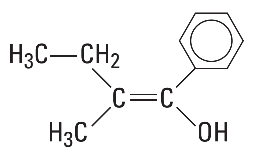
49 Nombra los siguientes compuestos:

a)

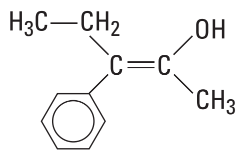


1-fenil-2-metil-1-E-buten-1-ol

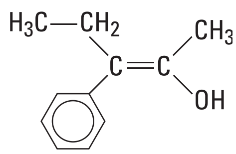
b)



1-fenil-2-metil-1-Z-buten-1-ol

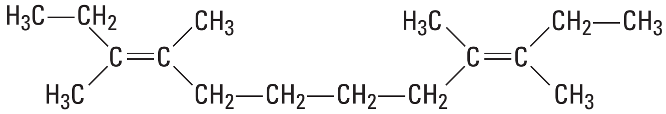
c) 

3-fenil-2-E-penten-2-ol

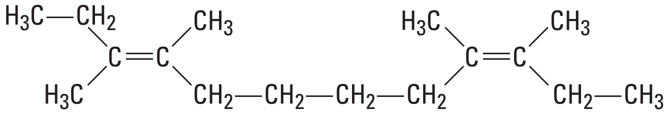
d) 

3-fenil-2-Z-penten-2-ol

50 Nombra los siguientes compuestos:

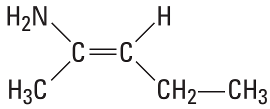
a) 

3,4,9,10-tetrametil-3-E-9-E-dodecadieno

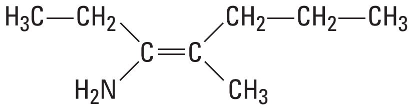
b) 

3,4,9,10-tetrametil-3-E-9-Z-dodecadieno

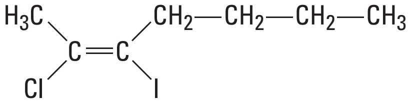
51 Formula los siguientes compuestos: 2-E-pentenil-2-amina, 4-metil-3-Z-heptenil-3-amina, 2-cloro-3-yodo-2-Z-hepteno y 2-bromo-3-iodo-2-E-hexeno.



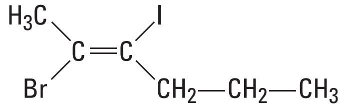
2-E-pentenil-2-amina



4-metil-3-Z-heptenil-3-amina



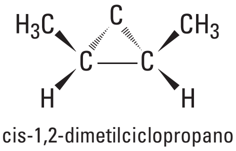
2-cloro-3-yodo-2-Z-hepteno



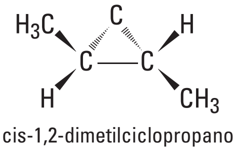
2-bromo-3-yodo-2-E-hexeno

52 Justifica la existencia de isómeros en el 1,2-dimetilciclopropano, formúlalos y nómbralos.

Existen isómeros debido a que el ciclo impide el libre giro del enlace entre el C1 y el C2. Así, los grupos metilo pueden estar ambos al mismo lado del plano del anillo o en distinto lado, pero ambas disposiciones no son interconvertibles:

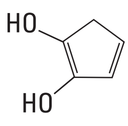


cis-1,2-dimetilciclopropano

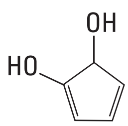


cis-1,2-dimetilciclopropano

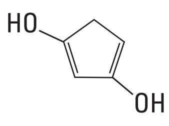
53 Formula y nombra todos los isómeros posibles del 1,3-pentadieno-1,3-diol.



1,3-pentadieno-1,2-diol



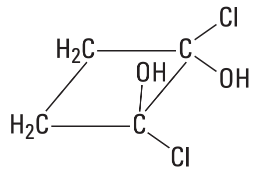
2,4-pentadieno-1,2-diol



1,3-pentadieno-1,3-diol

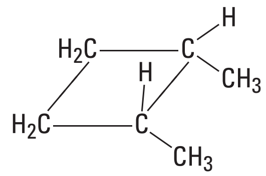
54 Nombra los siguientes compuestos:

a)



trans-1,2-diclorociclobutan-1,2-diol

b)



cis-1,2-dimetilciclobutano

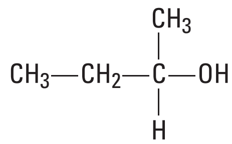
55 Explica en qué consiste la estereoisomería óptica y por qué se le llama así.

La estereoisomería está basada en la existencia de átomos de C llamados quirales o asimétricos en los que sus cuatro sustituyentes son distintos entre sí. Esto da dos ordenaciones posibles y, por tanto, la existencia de dos moléculas cuya única diferencia consiste en esta ordenación espacial de los sustituyentes.

Se conoce como estereoisomería óptica porque la única propiedad física que distingue una sustancia de su isómero óptico es precisamente la desviación del plano de la luz polarizada cuando esta atraviesa la sustancia en cuestión.

56 ¿Qué es un átomo de C quiral? ¿Puede ser quiral un C primario? ¿Y uno secundario? Pon ejemplos para argumentar tu respuesta.

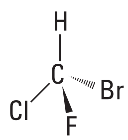
Es un átomo cuyos cuatro sustituyentes son distintos. Un C primario no puede ser quiral porque tres de sus cuatro sustituyentes son átomos de H y, por tanto, no tiene los cuatro sustituyentes distintos. Por similar razón tampoco puede serlo uno secundario que se une a dos átomos de H por definición. Por ejemplo:



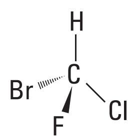
En el 2-butanol es quiral el C2, pero no puede serlo ni el C1 ni el C4 (primarios) y tampoco el C3 (secundario).

57 Escribe el compuesto más simple que creas posible con un C quiral. Formula y nombra sus isómeros.

El compuesto más simple será un derivado del metano:

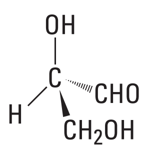


(S)-fluoroclorobromometano

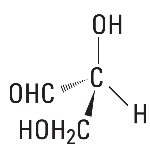


(R)-fluoroclorobromometano

58 Representa los isómeros D y L del gliceraldehído e indica el nombre de cada uno usando la nomenclatura R-S.

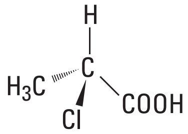


D-gliceraldehido o (R)-2,3-dihidroxipropanal

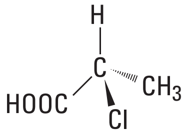


L-gliceraldehido o (S)-2,3-dihidroxipropanal

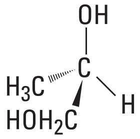
59 Nombra los siguientes compuestos:

a) 

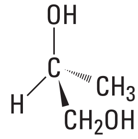
(R)-ácido 2-cloropropanoico

b) 

(S)-ácido 2-cloropropanoico

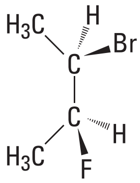
c) 

(R)-1,2-propanodiol

d) 

(S)-1,2-propanodiol

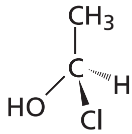
60 Formula el 1-(R)-bromo-2-(R)-fluorobutano.



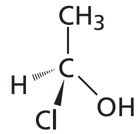
61 Explica qué es una enantiómero. Pon ejemplos y formúlalos.

Son enantiómeros aquellos estereoisómeros que además son imagen especular el uno del otro. Los enantiómeros solo se diferencian en su actividad óptica frente a la luz polarizada y en su actividad química frente a los enzimas. El resto de sus propiedades físicas y químicas son iguales.

Si dos estereoisómeros lo son porque tienen un único C quiral, entonces son enatiómeros. Pero si tienen más de un C quiral, puede que no sean imagen especular uno del otro. Por ejemplo:



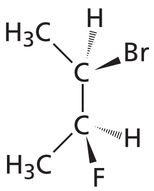
1-(R)-cloroetanol



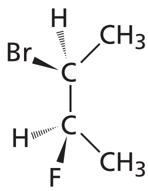
1-(S)-cloroetanol

Tienen un solo C quiral y son enantiómeros, son imagen especular el uno del otro tal y como lo son nuestras manos derecha e izquierda.

El 1-bromo-2-fluorobutano tiene dos C quirales. Los siguientes estereoisómeros:



1-(R)-bromo-2-(R)-fluorobutano

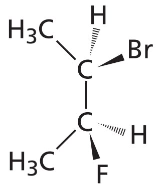


1-(S)-bromo-2-(S)-fluorobutano

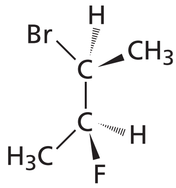
También son imagen especular uno del otro y son, por tanto, enantiómeros; pero existen otros estereoisómeros que no lo son.

62 Explica qué es un diastereómero. Pon ejemplos y formúlalos.

Cuando dos estereoisómeros tienen más de un C quiral, el total de las posibles configuraciones es mayor que dos y, por tanto, entre ellas habrá que no sean imagen especular una de otra. Los estereoisómeros que no son imagen especular el uno del otro se conocen como diastereómeros. Por ejemplo:

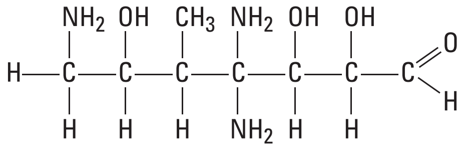


1-(R)-bromo-2-(R)-fluorobutano



1-(S)-bromo-2-(R)-fluorobutano

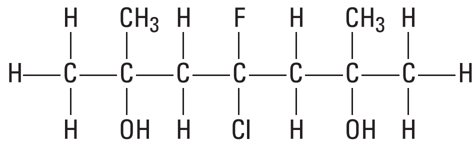
63 Nombra el siguiente compuesto, averigua cuántos átomos de C tiene que sean quirales y cuántos enantiómeros podrán existir de esta molécula.



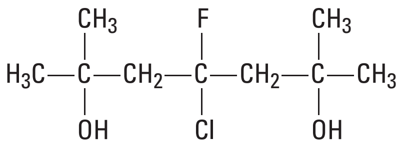
4,4,7-triamino-2,3,6-trihidroxipentanal

Son quirales los C2, C3, C5 y C6. En total cuatro C quirales, con lo que podrá existir un total de $2^4 = 16$ estereoisómeros, de los que 8 serán enantiómeros con otros 8.

64 Escribe todos los enantiómeros posibles para el compuesto, nómbralos y explica si este compuesto tiene el número exacto de enantiómeros que corresponden al número de C quirales que posee, argumentando tu respuesta:



Que se puede reescribir como:



Se trata del 4-fluoro-4-cloro-2,6-dimetil-2,6-heptanodiol que no tiene C quirales. Por tanto, no tiene estereoisómeros.

65 Formula los compuestos: dodecano, tetracosano, octacosano, dotriacontano y pentacontano.

CH_3—$(CH_2)_{10}$—CH_3 dodecano

CH_3—$(CH_2)_{22}$—CH_3 tetracosano

CH_3—$(CH_2)_{26}$—CH_3 octacosano

CH_3—$(CH_2)_{30}$—CH_3 dotriacontano

CH_3—$(CH_2)_{48}$—CH_3 pentacontano

66 Formula el octano, el 2-octeno y el 3-octino, y demuestra que se ajustan a las fórmulas generales de alcanos, alquenos y alquinos.

$CH_3—CH_2—CH_2—CH_2—CH_2—CH_2—CH_2—CH_3$

Octano, cuya fórmula molecular, C_8H_{18}, cumple con la fórmula general de los alcanos: C_2H_{2n+2}.

$CH_3—CH{=}CH—CH_2—CH_2—CH_2—CH_2—CH_3$

2-octeno, cuya fórmula molecular, C_8H_{16}, cumple con la fórmula general de los alquenos: C_2H_{2n}.

$$CH_3-CH_2-C\equiv C-CH_2-CH_2-CH_2-CH_3$$

3-octino, cuya fórmula molecular, C_8H_{14}, cumple con la fórmula general de los alquenos: $C_2H_{2n\text{-}2}$.

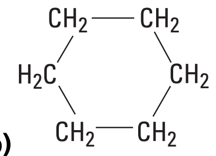
67 Cita tres propiedades generales de todos los hidrocarburos.

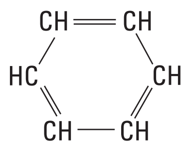
Están formados solo con carbono e hidrógeno, son solubles en disolventes apolares e insolubles en agua, son combustibles, son menos densos que el agua.

68 Formula y nombra un hidrocarburos de seis C que sea:

a) Alifático. **b)** Alicíclico. **c)** Aromático.

a) $CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_3$, hexano.

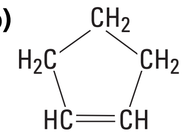
b)  , ciclohexano

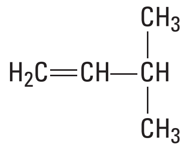
c)  , benceno

69 Formula y nombra un hidrocarburo de cinco C que sea:

a) Alifático saturado. **b)** Cíclico e insaturado. **c)** Alifático insaturado y ramificado.

a) $CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-CH_3$, pentano.

b)  , ciclopenteno

c)  , 3-metil-1-buteno

70 Completa en tu cuaderno las siguientes reacciones:

a) $CH_3-CH_2-CH_3 + 2\,Cl_2 \xrightarrow{h\nu} CH_3-CH_2-CH_2Cl + CH_3-CHCl-CH_3 + 2\,HCl$

b) $CH_3-CH_2-CH_3 + 2\,HNO_3 \xrightarrow{T\,>\,400\,°C} CH_3-CH_2-CH_2-NO_2 + CH_3-CHNO_2-CH_3 + 2\,H_2O$

c) $CH_3-CH_2-CH_3 + 2\,H_2SO_4 \longrightarrow CH_3-CH_2-CH_2SO_3H + CH_3-CHSO_3H-CH_3 + 2\,H_2O$

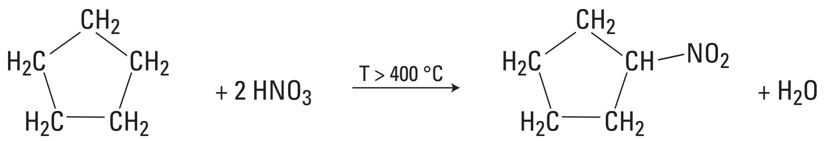
71 Escribe la reacción general de combustión de un alcano. Escribe también la de combustión del octano y del metano, y comprueba si se ajustan a la ecuación general.

$$C_nH_{2n+2} + \frac{3n+1}{2}\,O_2 \longrightarrow n\,CO_2 + (n+1)\,H_2O$$

La combustión del octano y del metano se ajusta a esta ecuación general:

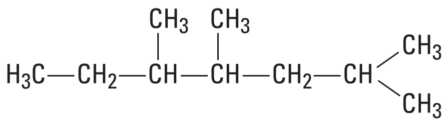
$$C_8H_{18} + \frac{25}{2}\,O_2 \longrightarrow 8\,CO_2 + 9\,H_2O$$

72 Escribe la reacción del ciclopentano con ácido nítrico a temperatura elevada.



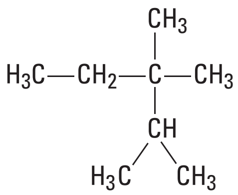
73 Nombra los siguientes alcanos:

a)



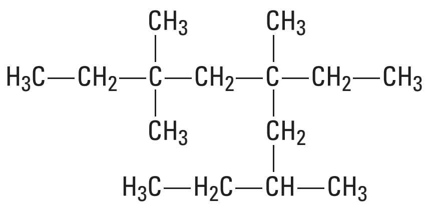
2,4,5-trimetilheptano

b)



2,3,3-trimetilpentano

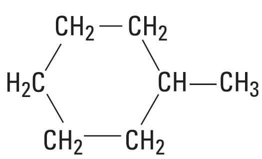
c)



5-etil-3,3,5,7-trimetilnonano

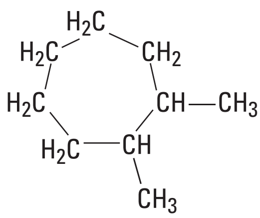
74 Nombra los siguientes cicloalcanos:

a)



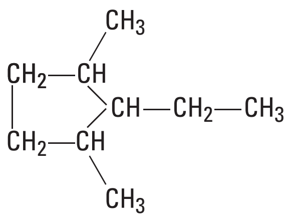
Metilciclohexano

b)



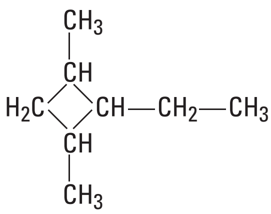
1,2-dimetilcicloheptano

c)



1-etil-2,5-dimetilciclopentano

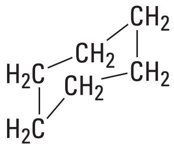
d)



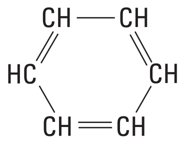
1-etil-2,4-dimetilciclobutano

75 Explica la diferencia de forma entre las moléculas del benceno y del ciclohexano.

En el ciclohexano cada C tiene cuatro enlaces simples que siguen la distribución tetraédrica. Por tanto, la forma del ciclohexano debe adaptarse a esta disposición tetraédrica de los enlaces de los átomos de C. En cambio, en el benceno, existen tres dobles enlaces alternados C=C. Cada doble enlace obliga a que los cuatro átomos unidos a los C del doble enlace estén en un mismo plano. Por eso toda la molécula del benceno es plana. Tanto los seis C como los seis H a ellos unidos:



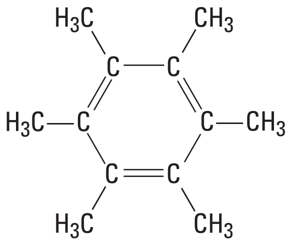
Ciclohexano



Benceno

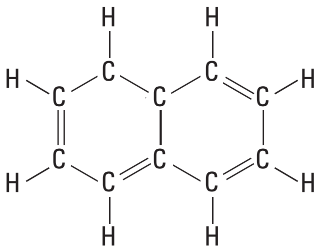
76 ¿Qué forma tiene la molécula de hexametilbenceno?

Tiene forma plana al igual que el benceno:

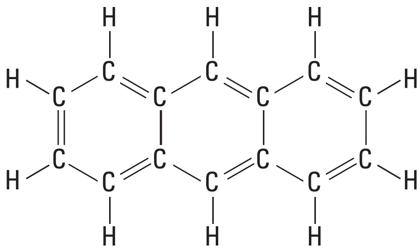


77 Razona la geometría de las moléculas de naftaleno, antraceno y fenantreno.

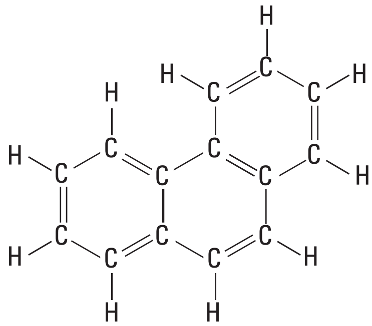
Todas ellas son moléculas planas pues están formadas a partir de la estructura del benceno:



Naftaleno



Antraceno



Fenantreno

78 Formula los siguientes compuestos: 3-hexeno; 2,5-heptadieno; 2,4,6-octatrieno; 2,2-dimetil-4,6-octadieno; 1,3-butadieno; ciclohexeno y ciclopenteno.

$CH_3—CH_2—CH{=}CH—CH_2—CH_3$

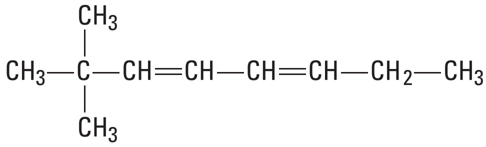
3-hexeno

$CH_3—CH{=}CH—CH_2—CH{=}CH—CH_3$

2,5-heptadieno

$CH_3—CH{=}CH—CH{=}CH—CH{=}CH—CH_3$

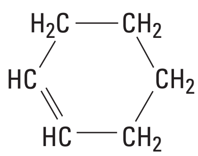
2,4,6-octatrieno



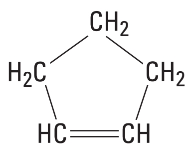
2,2-dimetil-3,5-octadieno

$CH_2{=}CH—CH{=}CH_2$

1,3-butadieno



Ciclohexeno

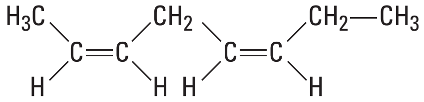


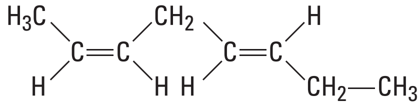
Ciclopenteno

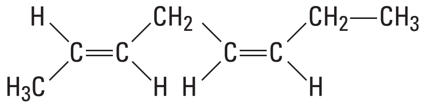
79 Formula todos los estereiosómeros posibles del 2,5-octadieno.

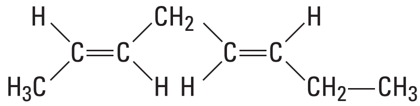
$$CH_3-CH=CH-CH_2-CH=CH-CH_2-CH_3$$

Cada uno de sus dobles enlaces puede tener configuración cis o trans. En total, existirán cuatro estereoisómeros:

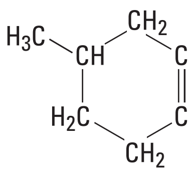

2-cis-5-cis-octadieno

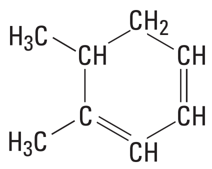

2-cis-5-trans-octadieno

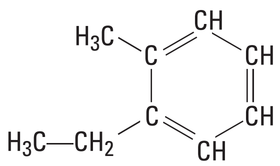

2-trans-5-cis-octadieno


2-trans-5-trans-octadieno

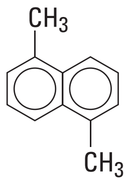
80 Nombra los siguientes cicloalquenos:

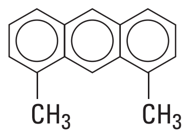
a)

4-metilciclohexeno

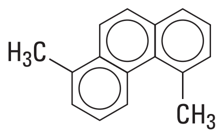
b)

1,6-dimetil-1,3-ciclohexadieno

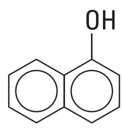
c)

o-etilolueno

81 Nombra los siguientes compuestos:

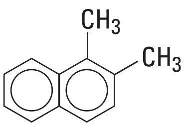
a)

1,5-dimetilnaftaleno

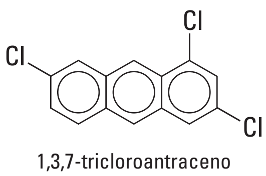
b)

1,8-dimetilantraceno

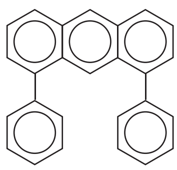
c)

1,5-dimetilfenantreno

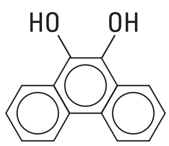
d)

1-naftol

82 Formula los siguientes compuestos: 1,2-dimetilnaftaleno; 1,3,7-tricloroantraceno; 4,5-difenilantraceno y 9,10-fenantrenodiol.


1,2-dimetilnaftaleno


1,3,7-tricloroantraceno


4,5-difenilantraceno


9,10-fenantrenodiol

83 Completa en tu cuaderno las siguientes reacciones:

a) $CH_2=CH-CH=CH_2 + H_2 \xrightarrow{Pt} CH_3-CH_2-CH_2-CH_3$

b) $CH_2=CH-CH=CH_2 + HCl \longrightarrow CH_3-CHCl-CHCl-CH_3 +$
$C_6H_2Cl-CH_2-CH_2-CH_2Cl + CH_2Cl-CH_2-CHCl-CH_3$

c) $CH_2=CH-CH=CH_2 + H_2O \longrightarrow CH_3-CHOH-CHOH-CH_3 + CH_2OH-CH_2-CH_2-CH_2OH +$
$CH_2OH-CH_2-CHOH-CH_3$

84 ¿Por qué los dobles enlaces entre C pueden determinar isomería cis-trans y los triples enlaces no?

Porque el triple enlace consume tres de las cuatro valencias de cada átomo de C. Así, solo hay un átomo enlazado a cada uno de los C del triple enlace y la disposición de los cuatro átomos (los dos C del triple enlace y los dos unidos a ellos) es lineal y no se presta a ningún tipo de variación.

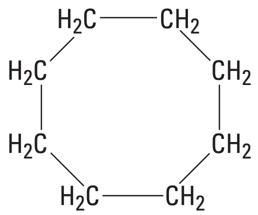
85 Formula los siguientes alquinos: 1,3,5-octatriíno; 1,5-hexadiíno; ciclooctano; 2,2-dimetil-3-hexino ; butadiíno; 2,4,6-decatriíno y 5,5-dimetil-1,3,7,9-dodecatetraíno.

$HC\equiv C-C\equiv C-C\equiv C-CH_2-CH_3$

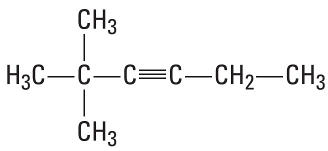
1,3,5-octatriíno

$HC\equiv C-CH_2-CH_2-C\equiv CH$

1,5-hexadiíno



Ciclooctano



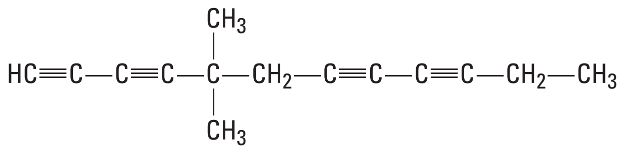
2,2-dimetil-3-hexino

$HC\equiv C-C\equiv CH$

Butadiíno

$H_3C-C\equiv C-C\equiv C-C\equiv C-CH_2-CH_2-CH_3$

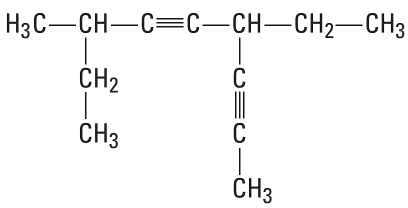
2,4,6-decatriíno



5,5-dimetil-1,3,7,9-dodecatetriíno

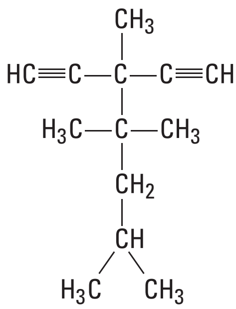
86 Nombra los siguientes alquinos:

a)



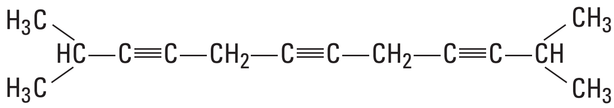
4-etil-7-metilnonano-2,5-diíno

b)



3-(1,1,3-trimetilbutil)-3-metil-1,4-pentadiíno

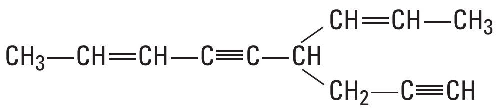
c)



2,11-dimetil-3,6,9-dodecatriíno

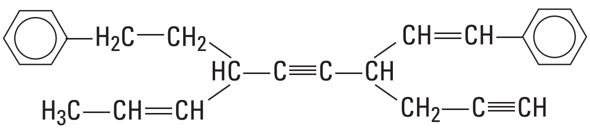
87 Nombra los siguientes compuestos:

a)



4-(1-propenil)-7-en-1,5-in-nonano

b)



4-(2-feniletenil)-7-(2-feniletil)-8-en-1,5-dien-decano

88 Completa las siguientes reacciones en tu cuaderno:

a) $HC{\equiv}C{-}C{\equiv}CH + H_2 \xrightarrow{Pt} CH_3{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_3$

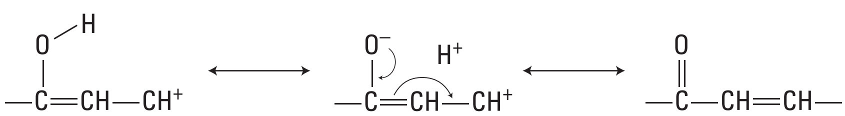
b) $HC{\equiv}C{-}C{\equiv}CH + I_2 \longrightarrow CHI_2{-}CI_2{-}CI_2{-}CHI_2$

c) $HC{\equiv}C{-}C{\equiv}CH + HCl \longrightarrow CHCl_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CHCl_2 + CH_2Cl{-}CHCl{-}CH_2{-}CHCl_2 +$
$+ CH_3{-}CCl_2{-}CH_2{-}CHCl_2 + CH_2Cl{-}CHCl{-}CCl_2{-}CH_3 + CH_3{-}CCl_2{-}CCl_2{-}CH_3 +$
$+ CH_2Cl{-}CHCl{-}CHCl{-}CH_2Cl$

d) $HC{\equiv}C{-}C{\equiv}CH + H_2O \longrightarrow CH(OH)_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH(OH)_2 + CH_2OH{-}CHOH{-}CH_2{-}CH(OH)_2 +$
$+ CH_3{-}C(OH)_2{-}CH_2{-}CH(OH)_2 + CH_2OH{-}CHOH{-}C(OH)_2{-}CH_3 + CH_3{-}C(OH)_2{-}C(OH)_2{-}CH_3 +$
$+ CH_2OH{-}CHOH{-}CHOH{-}CH_2OH$

89 Explica por qué el ataque de moléculas de agua sobre dobles y triples enlaces puede acabar dando oxocompuestos en lugar de alcoholes.

Porque existe una isomería entre los enoles y los oxoderivados:



Compuestos orgánicos oxigenados y nitrogenados

7

1 Formula y nombra todos los ácidos carboxílicos de cuatro C.

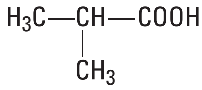
$H_3C—CH_2—CH_2—COOH$
Ácido butanoico

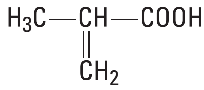
$H_3C—CH{=}CH—COOH$
Ácido 2-butenoico

$H_2C{=}CH—CH_2—COOH$
Ácido 3-butenoico

$H_3C—C{\equiv}C—COOH$
Ácido 2-butinoico

$HC{\equiv}C—CH_2—COOH$
Ácido 3-butinoico

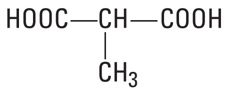

Ácido metilpropanoico

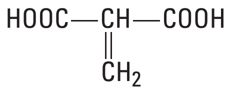

Ácido metilpropenoico

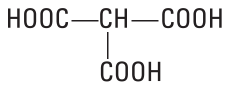
$HOOC—CH_2—CH_2—COOH$
Ácido butanodioico

$HOOC—CH{=}CH—COOH$
Ácido butenodioico

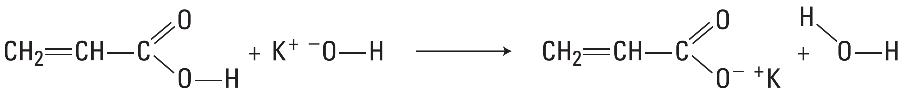
$HOOC—C{\equiv}C—COOH$
Ácido butinodioico


Metilpropenodioico

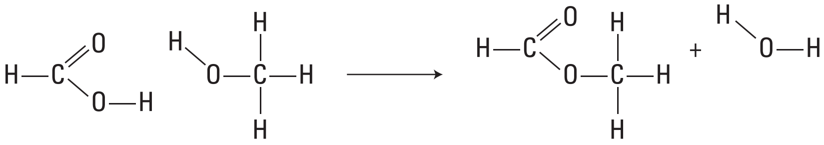

Ácido metilenpropenodioico


Ácido metanotricarboxílico

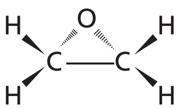
2 Escribe la reacción entre el ácido propenoico y el hidróxido potásico.


Propenoato potásico

3 Escribe e iguala la reacción entre el ácido metanoico y el metanol.


Metanoato de metilo

4 Explica la tensión del anillo de oxirano según sus ángulos de enlace.



El oxirano tiene forma de triángulo equilátero por lo que los ángulos de los enlaces que forman el ciclo son de 60º. Pero el ángulo entre los cuatro enlaces de un C es el que corresponde a dos vértices de un tetraedro y su centro, o sea 109,5º, y lo mismo para los enlaces del átomo de O. Por tanto, los enlaces del oxirano se alejan mucho de estos ángulos estables para C y O. De todo ello resulta una tensión de enlace que propicia la elevada reactividad de la molécula.

5 ¿Cuál crees que es el monómero a partir del que se forma el polietilenglicol? Escribe su fórmula y la reacción elemental de polimerización.

Se trata del etilenglicol, $CH_2OH—CH_2OH$:

6 Formula y nombra todos los éteres que creas que se pueden formar deshidratando una mezcla de 1,4-butanodiol y 1,5-pentanodiol.

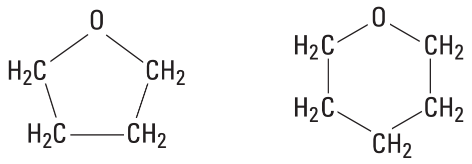
$$HO{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}OH \;+\; HO{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}OH$$

$$\downarrow$$

$$HO{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}O{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}OH$$

$$HO{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}O{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}OH$$

$$HO{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}O{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}OH$$

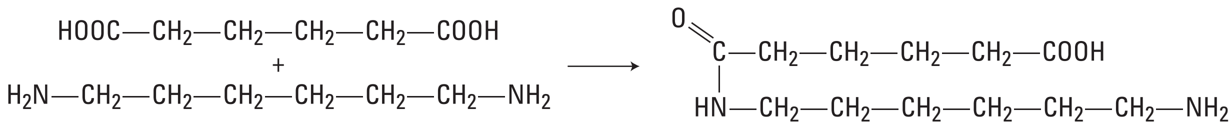


Más las uniones de tres o más moléculas.

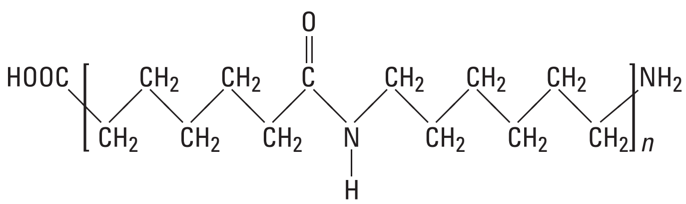
7 Escribe una reacción de obtención de la butanamida.

$$CH_3{-}COOH + NH_3 \longrightarrow CH_3{-}COO^- \, NH_4^+ \longrightarrow CH_3{-}COONH_2$$

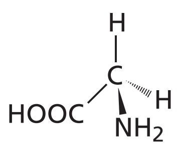
8 Formula el ácido hexanodioico y la 1,6-hexildiamina. Escribe la reacción de formación de una amida entre ellos.



9 Basándote en la actividad anterior, escribe la fórmula general del nylon.

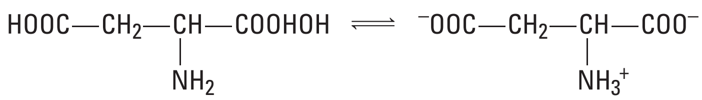


10 ¿Cuántos estereoisómeros posee la glicocola (ácido aminoetanoico)?



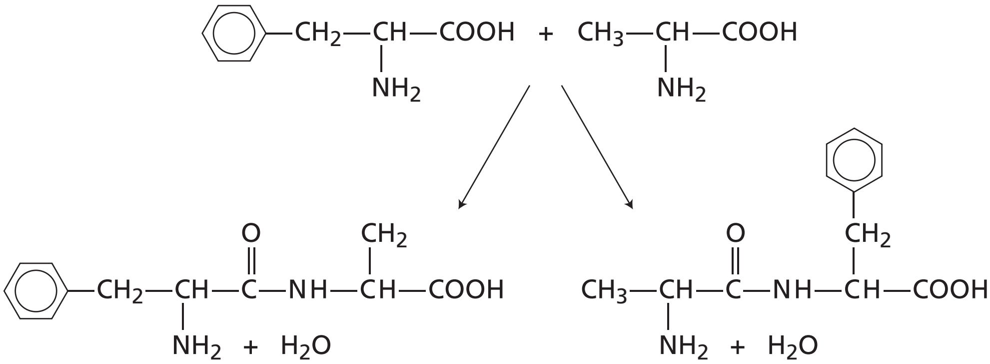
La glicocola no posee estereoisómeros al no tener un carbono asimétrico o quiral. El calcio, que en la mayoría de aminoácidos es quiral, no lo es en este caso porque dos de sus sustituyentes (los átomos de H) son iguales.

11 Escribe la ionización a pH neutro del ácido aspártico (2-aminobutanodioico).



12 Escribe la reacción de formación de un enlace peptídico entre la alanina (ácido 2-aminopropanoico y la fenilalanina (ácido 3-fenil-2-aminopropanoico).

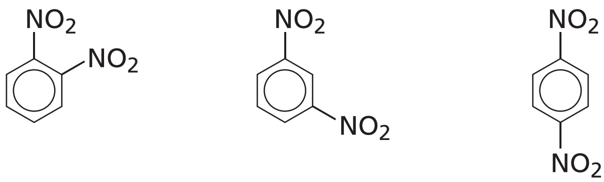
Según sea el aminoácido que aporta el grupo carboxílico a la unión amídica, se puede formar un dipéptido u otro:



13 Escribe la obtención del nitroetino a partir de un precursor halogenado.

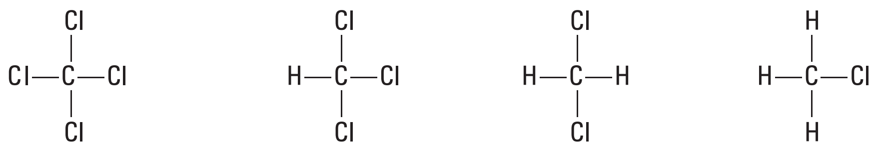
$$HC\equiv C-Cl + NaNO_2 \longrightarrow HC\equiv C-NO_2 + NaCl$$

14 Formula y nombra todos los dinitroderivados del benceno.



o-dinitrobenceno *m*-dinitrobenceno *p*-dinitrobence

15 Formula los siguientes compuestos: tetracloruro de carbono, triclorometano; diclorometano y clorometano.



Tetracloruro de carbono Triclorometano Diclorometano Clorometano

16 Nombra los siguientes compuestos: CF_3-CFCl_2, CF_3-CF_3, $CH_2Cl-CHCl-CFCl_2$ y $CF_2=CF_2$.

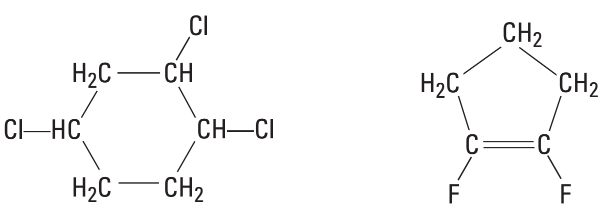
CF_3-CFCl_2
1,1-dicloro-1,2,2,2-tetrafluoroetano

CF_3-CF_3
Hexafluoroetano

$CH_2Cl-CHCl-CFCl_2$
1,1,2,3-tetracloropropano

$CF_2=CF_2$
Tetrafluoroeteno

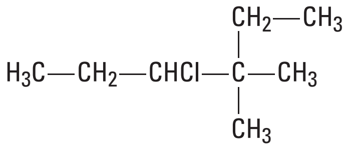
17 Formula los siguientes compuestos: 1,2,4-triclorociclohexano y 1,2-difluorociclopenteno.



1,2,4-triclorociclohexano 1,2-difluorociclopenteno

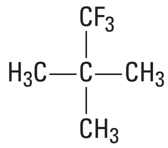
18 Nombra los siguientes compuestos:

a)



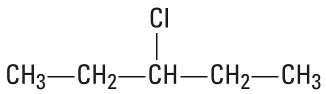
3-cloro-4,4-dimetilhexano

b)



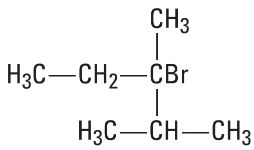
1,1,1-trifluoro-2,2-dimetilpropano

c)



3-cloropentano

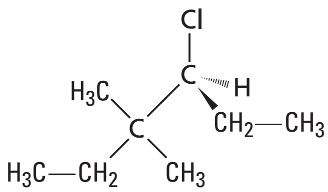
d)



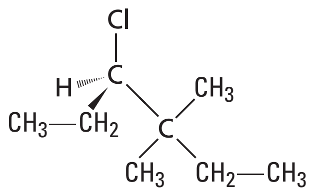
3-bromo-2,3-dimetilpentano

19 Indica si en alguno de los compuestos de la actividad anterior hay algún C quiral. Si es así, nombra y formula sus isómeros ópticos.

El tercer C del 3-cloro-4,4-dimetilhexano es quiral. Los dos estereoisómeros serán:

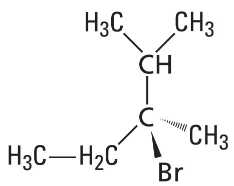


3-(S)-3-cloro-4,4-dimetilhexano

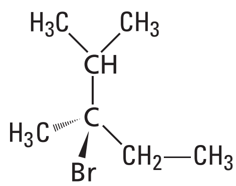


3-(R)-3-cloro-4,4-dimetilhexano

También es quiral el tercer C del 3-bromo-2,3-dimetilpentano. Sus dos estereoisómeros son:



3-(S)-3-bromo-2,3-dimetilpentano



3-(R)-3-bromo-2,3-dimetilpentano

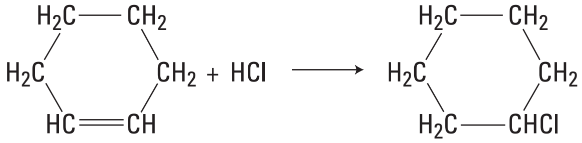
20 Formula y completa la reacción del 1-propanol con ácido bromhídrico.

$$\underset{\text{1-propanol}}{CH_3{-}CH_2{-}CH_2OH} + HBr \longrightarrow \underset{\text{1-bromopropano}}{CH_3{-}CH_2{-}CH_2Br} + H_2O$$

21 Formula y completa la reacción del propeno con ácido bromhídrico.

$$\underset{\text{Propeno}}{CH_3{-}CH{=}CH_2} + HBr \longrightarrow \underset{\text{1-bromopropano}}{CH_3{-}CH_2{-}CH_2Br} + \underset{\text{2-bromopropano}}{CH_3{-}CHBr{-}CH_3}$$

22 Formula y completa la reacción del ciclohexeno con ácido clorhídrico.



Ciclohexeno Clorociclohexano

23 ¿Por qué crees que los haluros de alquilo son menos reactivos que los correspondientes hidrocarburos?

Al aumentar el número de átomos de halógeno disminuye la inflamabilidad de la molécula y, en general, su susceptibilidad frente a las reacciones de oxidación. Debido a la mayor electronegatividad de los átomos de halógeno, los C que a ellos se unen soportan ya una carga parcial positiva que los hace menos susceptibles de ser atacados por reactivos como el O_2 u otros oxidantes.

24 Previsiblemente, ¿serán más reactivos los cloruros de alquilo o los fluoruros de alquilo?

Serán más reactivos los cloruros de alquilo pues el enlace de los átomos de carbono con los átomos de flúor es más fuerte que con los átomos de cloro.

25 Escribe la fórmula general del polímero conocido como teflón (politetrafluoroetileno) y el monómero a partir del cual se forma. ¿Por qué crees que tiene las propiedades antiadherentes que lo caracterizan?

La fórmula general es $-(CF_2)_n-$. El polímero se puede representar como:

$$---CF_2-CF_2-CF_2-CF_2-CF_2---$$

Tetrafluoroeteno — Teflón (politetrafluoroetileno)

Las propiedades antiadherentes se deben a los átomos de flúor que posee, que crean una especie de barrera.

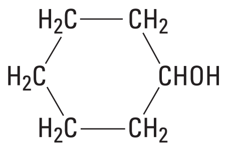
26 Formula las siguientes sustancias: etanol; 2-propanol; 1,2,3-propanotriol; 1,1,1-propanotriol; ciclohexanol.

CH_3-CH_2OH
Etanol

$CH_3-CHOH-CH_3$
2-propanol

$CH_2OH-CHOH-CH_2OH$
1,2,3-propanotriol

$C(OH)_3-CH_2-CH_3$
1,1,1-propanotriol



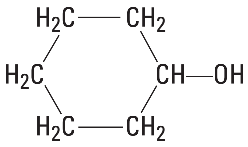
Ciclohexanol

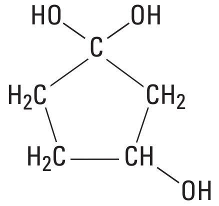
27 Nombra las siguientes sustancias:

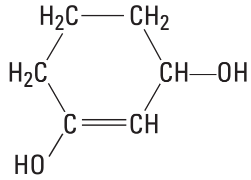
a) $CH_3-CHOH-CH_3$
b) $CH_3-CHOH-CHOH-CHOH-CHOH-CH_3$
c) $CH_3-C(OH)_2-CH_3$
d) CH_2OH-CH_2OH
e) $CH_2=COH-CHOH-COH=CH_2$

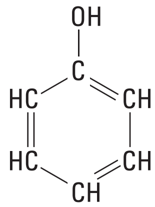
a) 2-propanol.
b) 2,3,4,5-hexatetrahexanol.
c) 2,2-propanodiol.
d) 1,2-etanodiol (etilenglicol).
e) 1,4-pentadien-2,3,4-triol.

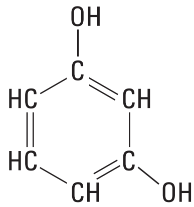
28 Formula las siguientes sustancias: ciclohexanol, 1,1,3-ciclopentatriol, 1,3-ciclohexendiol, fenol y *m*-bencenodiol.


Ciclohexanol


1,1,3-ciclopentatriol

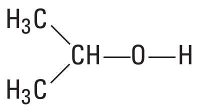

1,3-ciclohexendiol


Fenol

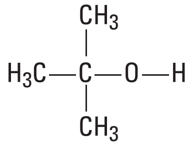

m-bencenodiol

29 Nombra las siguientes sustancias:

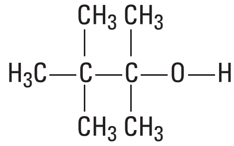
a)


2-propanol

b)

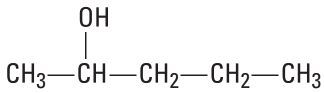

2-metil-2-propanol

c)

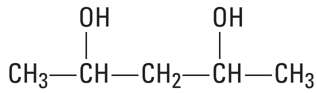

1,1,2,2-tetrametilpropanol

30 Nombra los siguientes compuestos:

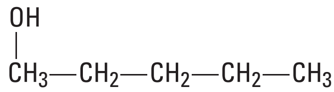
a)


2-pentanol

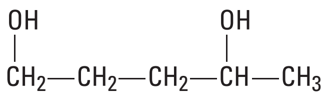
b)


2,4-pentanodiol

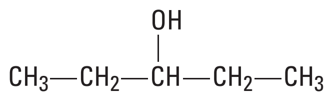
c)


1-pentanol

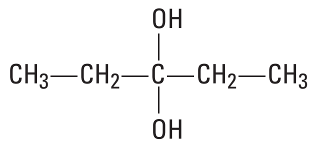
d)


1,4-pentanodiol

e)


3-pentanol

f)


3,3-pentanodiol

31 Escribe una ecuación de preparación de 2-pentanol a partir de un alqueno. ¿El 2-pentanol sería el único producto obtenido? ¿Por qué?

El 2-pentanol se puede obtener a partir de dos alquenos, el 2-penteno y el 1-penteno. En ambos casos, además del 2-pentanol, se obtiene otro alcohol producto de la adición del hidróxido al otro C del doble enlace:

$$\underset{\text{2-penteno}}{CH_3{-}CH{=}CH{-}CH_2{-}CH_3} + H_2O \rightarrow \begin{cases} CH_3{-}CH_2{-}CHOH{-}CH_2{-}CH_3 & \text{3-pentanol} \\ CH_3{-}CHOH{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_3 & \text{2-pentanol} \end{cases}$$

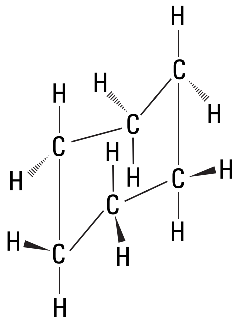
$$\underset{\text{1-penteno}}{H_2C{=}CH{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_3} + H_2O \rightarrow \begin{cases} HOH_2C{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_3 & \text{1-pentanol} \\ H_2C{-}CHOH{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_3 & \text{2-pentanol} \end{cases}$$

32 Formula una ecuación de preparación de 2-pentanol a partir de un bromuro de alquilo. ¿El 2-pentanol sería el único producto obtenido? ¿Por qué?

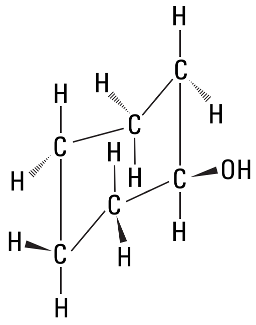
$$H_3C—CHBr—CH_2—CH_2—CH_3 + NaOH \longrightarrow H_3C—CHOH—CH_2—CH_2—CH_3 + NaBr$$

2-bromopentano 2-pentanol

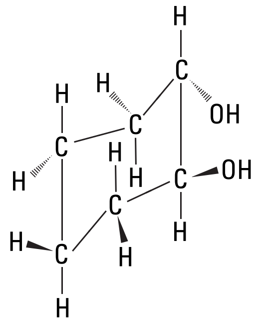
33 Escribe detalladamente la fórmula espacial del ciclohexano en su conformación más estable. ¿Cuántos isómeros existen del 1,2-ciclohexanodiol?



Ciclohexano



1,2-ciclohexanodiol



1,2-ciclohexanodiol

El 1,2-ciclohexanodiol presenta dos isómeros según la conformación de los C que soportan los grupos hidroxilos.

34 Escribe la reacción de fermentación alcohólica de la glucosa. Suponiendo un rendimiento del 65 %, calcula los litros de etanol que se podrán obtener por fermentación de 100 kg de glucosa. (Datos: M (C) = 12,0107; M (O) = 15,9994; M (H) = 1,00797; densidad del etanol = 0,810 g/cm^3).

$$C_6H_{12}O_6 + O_2 \longrightarrow 2\ CH_3CH_2OH + 2\ CO_2$$

$$10^5\ g\ C_6H_{12}O_6 \cdot \frac{1\ mol\ C_6H_{12}O_6}{180{,}1562\ g\ C_6H_{12}O_6} \cdot \frac{2\ mol\ C_2H_6O}{1\ mol\ C_6H_{12}O_6} \cdot \frac{46{,}0686\ g\ C_2H_6O}{1\ mol\ C_2H_6O} \cdot \frac{65}{100} \cdot$$

$$\cdot \frac{1\ cm^3}{0{,}810\ g\ C_2H_6O} \cdot \frac{1\ L}{1\,000\ cm^3} = 41{,}04\ L$$

35 Las entalpías estándares de combustión de la glucosa y del etanol son de –2 808 kJ/mol y –277,6 kJ/mol, respectivamente.

a) Escribe la fermentación alcohólica de la glucosa.

b) Calcula la pérdida energética por kg de glucosa que supone la fermentación alcohólica respecto a la respiración aerobia. (Datos: M (C) = 12,0107; M (O) = 15,9994; M (H) = 1,00797).

a) $C_6H_{12}O_6 \longrightarrow 2\ CH_3CH_2OH + 2\ CO_2$

b) $CH_3CH_2OH + 3\ O_2 \longrightarrow 2\ CO_2 + 3\ H_2O;\ \Delta H = –277{,}6\ kJ/mol$

$$C_6H_{12}O_6 + 6\ O_2 \longrightarrow 6\ CO_2 + 6\ H_2O;\ \Delta H = –2\,808\ kJ/mol$$

$M\ (C_6H_{12}O_6) = 6 \cdot M\ (C) + 12 \cdot M\ (H) + 6 \cdot M\ (O) = 6 \cdot 12{,}0107 + 12 \cdot 1{,}00797 + 6 \cdot 15{,}9994 =$ 180,1562

$M\ (C_2H_6O) = 2 \cdot M\ (C) + 6 \cdot M\ (H) + M\ (O) = 2 \cdot 12{,}0107 + 6 \cdot 1{,}00797 + 15{,}9994 = 46{,}0686$

$$10^5\ g\ C_6H_{12}O_6 \cdot \frac{1\ mol\ C_6H_{12}O_6}{180{,}1562\ g\ C_6H_{12}O_6} \cdot \frac{2\ mol\ C_2H_6O}{1\ mol\ C_6H_{12}O_6} \cdot \frac{–277{,}6\ kJ}{1\ mol\ C_2H_6O} = 3\,081{,}77\ kJ/kg\ glucosa$$

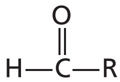
36 Crece el uso de productos agrícolas para obtener etanol destinado a automoción. Calcula la energía que finalmente podrán obtener los motores automóviles a partir de 100 000 toneladas de caña de azúcar con un contenido equivalente en glucosa del 20 %, si esta sufre una fermentación alcohólica con una eficiencia del 75 %. (Datos: M(C) = 12,0107; M(O) = 15,9994; M(H) = 1,00797; ΔH^0_C (etanol) = –277,6 kJ/mol.)

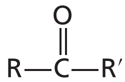
$$10^8 \text{ g caña} \cdot \frac{20 \text{ g } C_6H_{12}O_6}{100 \text{ g caña}} \cdot \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{180{,}1562 \text{ g } C_6H_{12}O_6} \cdot \frac{2 \text{ mol } C_2H_6O}{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6} \cdot \frac{75}{100} \cdot$$

$$\cdot \frac{277{,}6 \text{ kJ}}{\text{mol } C_2H_6O} = 46\,226{,}6 \text{ kJ}$$

37 ¿Cuál es la diferencia entre aldehídos y cetonas? ¿Por qué crees que tienen propiedades químicas distintas si tienen el mismo grupo funcional?

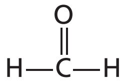
Los aldehídos tienen el grupo *oxo* o carbonilo en un C primario mientras que las cetonas lo tienen en uno secundario. Aunque sea el mismo grupo funcional, el entorno electrónico en el que está situado el grupo no es el mismo. La carga parcialmente positiva que recae sobre el C del grupo carbonilo puede ser compensada por las nubes electrónicas de los átomos vecinos. En los aldehídos, solo existe un C vecino (exceptuando el metanal), mientras que en las cetonas hay dos.

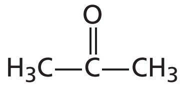

Aldehído


Cetona

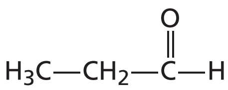
38 ¿Cuál es el aldehído más simple que existe? ¿Y cuál es la cetona más simple que existe? Formúlalos y nómbralos ¿Tienen isómeros de algún tipo?

El aldehído más simple que existe es el de un solo átomo de C, el metanal. La cetona más simple es la de tres átomos de C, la propanona.

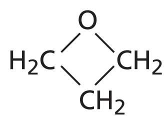

Metanal


Propanona

El metanal no tiene isómeros pero la propanona tiene como isómeros a un aldehido, el propanal, y a dos éteres:

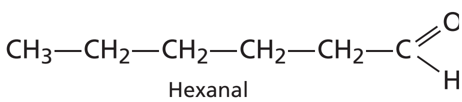

Propanal

$H_3C-O-CH=CH_2$
Etenilmetiléter

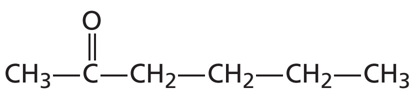

Oxaciclobutano

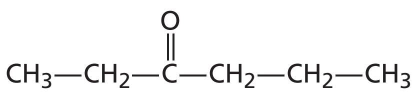
39 ¿Cuántos isómeros existen del hexanal? ¿Y de la hexanona? ¿Por qué?

Naturalmente tanto de uno como de otro existen varios isómeros de función y de cadena. Pero el hexanal no posee isómeros de posición porque la función carbonilo debe estar en uno de los dos C primarios de la cadena de seis y es la misma molécula sea cual sea el extremo en el que se disponga.

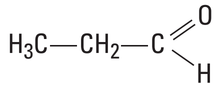

Hexanal

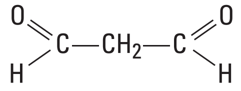
En cambio, existen dos hexanonas según el grupo carbonilo esté situado en el C2 o en el C3:

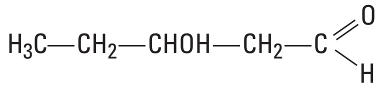

2-hexanona

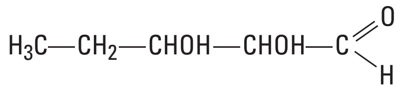

3-hexanona

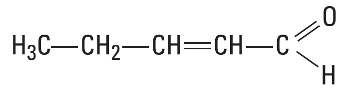
40 Formula las siguientes sustancias: propanal; propanodial; 3-hidroxipentanal; 2,3-dihidroxipentanal y 2-pentenal.


Propanal


Propanodial


3-hidroxipentanal


2,3-dihidroxipentanal


2-pentenal

41 Nombra las siguientes sustancias:

$$CH_3{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CHO,\ CH_3{-}CHOH{-}CHO,\ OHC{-}CHOH{-}CHO,$$
$$CH_3{-}C(OH)_2{-}CHO \text{ y } CH_2{=}COH{-}CHOH{-}CHO$$

Pentanal; 2-hidroxipropanal; hidroxipropanodial; 2,2-dihidroxipropanal; 2,3-dihidroxi-3-butenal.

42 Formula las siguientes sustancias: propanona, butanona, butadiona, 2-pentanona y 2,4-pentadiona.

$CH_3{-}CO{-}CH_3$; $CH_3{-}CH_2{-}CO{-}CH_3$; $CH_3{-}CO{-}CO{-}CH_3$; $CH_3{-}CH_2{-}CH_2{-}CO{-}CH_3$; $CH_3{-}CO{-}CH_2{-}CO{-}CH_3$.

43 Nombra las siguientes sustancias:

$CH_3{-}CH_2{-}CO{-}CH_2{-}CH_3$, $CH_3{-}CO{-}CH_2OH$, $OHC{-}CO{-}CHOH{-}CH_2{-}CH_3$, $CH_3{-}CO{-}CH_3$, $CH_3{-}CO{-}C(OH)_2{-}CHO$ y $CH_2{=}COH{-}CO{-}CH_3$.

3-pentanona; hidroxipropanona; 3-hidroxi-2-oxo-pentanal; propanona; 2,2-dihidroxi-3-oxobutanal; 3-hidroxi-3-butenona.

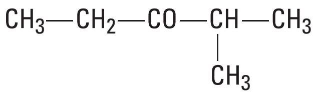
44 Formula todas las monocetonas de seis C que puedan existir.

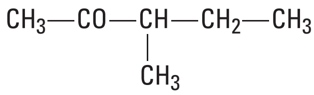
$CH_3{-}CO{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_3$

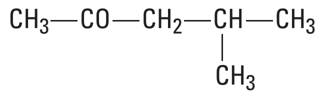
2-hexanona

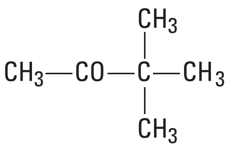
$CH_3{-}CH_2{-}CO{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_3$

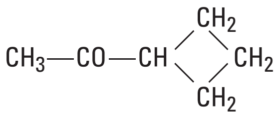
3-hexanona

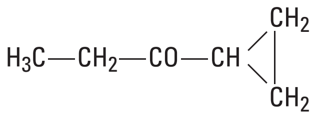

2-metil-3-pentanona

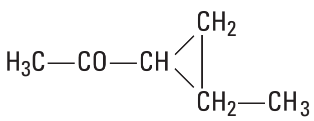

3-metil-2-pentanona

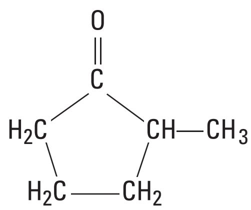

4-metil-2-pentanona

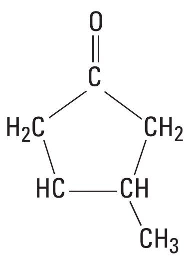

3,3-dimetilbutanona

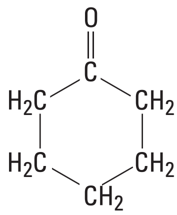

Ciclobutil metil cetona


Ciclopropil etil cetona


Metil metilciclopropil cetona

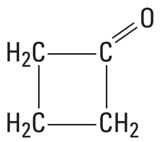

2-metilciclopentanona


3-metilciclopentanona


Ciclohexanona

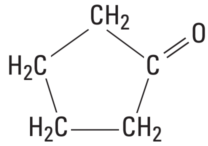
45 Nombra los siguientes compuestos:

a)



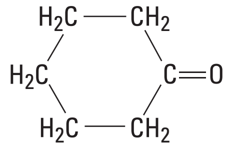
Ciclobutanona

b)



Ciclopentanona

c)



Ciclohexanona

46 Escribe e iguala estequiométricamente la reacción de combustión de la propanona.

C_3H_6O es la fórmula molecular de la propanona $CH_3{-}CO{-}CH_3$.

$$C_3H_6O + \frac{9}{2}\,O_2 \longrightarrow 3\,CO_2 + 3\,H_2O$$

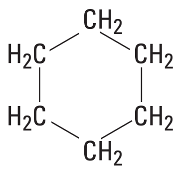
47 Escribe e iguala estequiométricamente la reacción de combustión del propanal.

C_3H_6O es la fórmula molecular del propanal $CH_3{-}CH_2{-}CHO$.

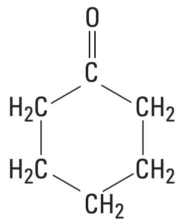
$$C_3H_6O + \frac{9}{2}\,O_2 \longrightarrow 3\,CO_2 + 3\,H_2O$$

48 La ciclohexanona es la cetona del ciclohexano. ¿Puede existir del mismo modo la cetona del benceno? ¿Por qué?

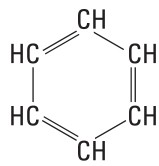
No porque los átomos de C del benceno tiene tres valencias ocupadas al formar un enlace simple con un C vecino y un enlace doble con el otro C vecino. No disponen de dos valencias para formar un doble enlace con un átomo de O propio del grupo cetona.



Ciclohexano



Ciclohexano



Benceno

49 Completa e iguala las ecuaciones siguientes en tu cuaderno:

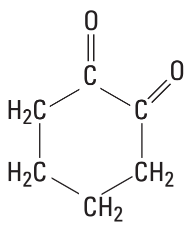
a) $CH_3CH_2OH + K_2Cr_2O_7 \longrightarrow CH_3CHO$

b) $CH_3CHOHCH_3 + Cr_2O_3$/piridina $\longrightarrow CH_3COCH_3$

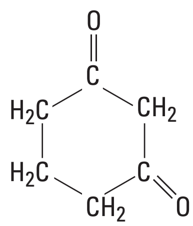
c) $CH_3CH_2CH_2OH + K_2Cr_2O_7 \longrightarrow CH_3CH_2CHO$

d) $CH_3CHOHCH_2CH_3 + Cr_2O_3$/piridina $\longrightarrow CH_3COCH_2CH_3$

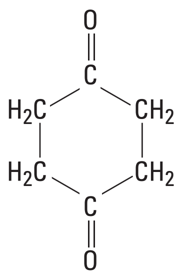
50 Formula y nombra todas las ciclohexadionas posibles.



1,2-ciclohexanodiona



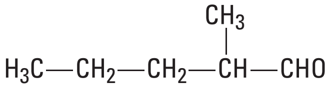
1,3-ciclohexanodiona

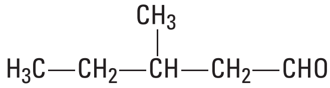


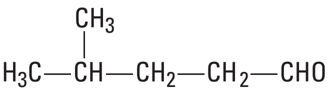
1,4-ciclohexanodiona

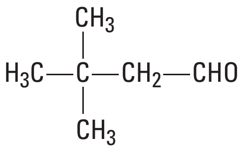
51 Formula y nombra todos los aldehidos posibles cuya molécula tenga seis C.

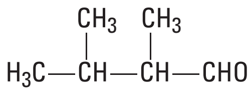

Hexanal

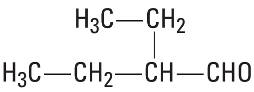

2-metilpentanal

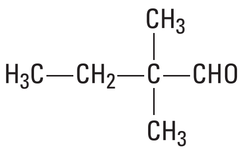

3-metilpentanal

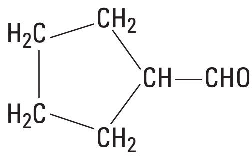

4-metilpentanal

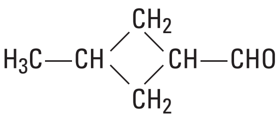

3,3-dimetilbutanal

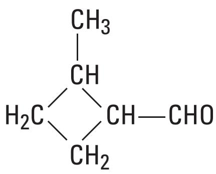

2,3-dimetilbutanal


2-etilbutanal


2,2-dimetilbutanal

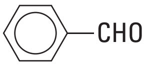

Ciclopentilmetanal


3-metilciclobutilmetanal

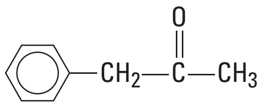

2-metilciclobutilmetanal

52 Nombra los siguientes compuestos:

a)


Fenilmetanal

b)


Fenilpropanona

53 Químicamente, ¿qué tipo de sustancia es un monosacárido? ¿Cómo se clasifican los monosacáridos?

Un monosacárido es un oxopolialcohol, o sea, un aldehído o una cetona y un polialcohol a la vez. Se clasifican en función del número de átomos de C (triosas, tetrosas, pentosas, hexosas, etc.) y también en función de si son aldehídos (aldosas) o cetonas (cetosas).

54 ¿En qué consiste la isomería óptica que presentan los mososacáridos? ¿Cómo acostumbran a nombrarse los isómeros ópticos de los azúcares?

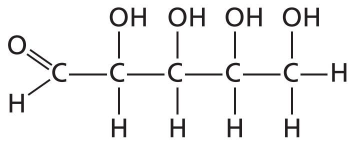
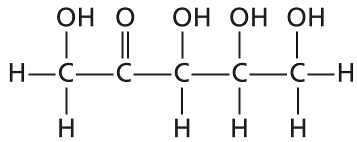
Cada C quiral de la molécula de un monosacárido determina la existencia de dos isómeros que, por sus propiedades físicas, solo se distinguen por presentar distinta actividad frente a la luz polarizada desviándola con ángulos de distinto sentido. Por ello se conocen como isómeros ópticos. Para designarlos se recurre a la nomenclatura R-S de C quirales, o a la antigua clasificación D-L, que toma como referencia la configuración del C quiral del 2,3-dihidroxipropanol o gliceraldehído. De los dos isómeros de este compuesto, el designado como D (dextro) desvía la luz polarizada hacia la derecha y el L (levo) hacia la izquierda. Se designan como D o dextro los monosacáridos cuyo C quiral más alejado del grupo aldehído o cetona se asemeja en configuración al C quiral del D-gliceraldehído. Y se designan como L o levo los monosacáridos cuya semejanza se da con el L-gliceraldehído. Todo ello independientemente de hacia donde desvíen el plano de la luz polarizada.

55 ¿Qué cualidad relaciona todos los monosacáridos presentes en los seres vivos o producidos por ellos? ¿A qué crees que se debe esta coincidencia?

Los monosacáridos procedentes de los seres vivos, en su casi totalidad, tienen configuración D en el C quiral distal. Esto es debido a que son producidos por los seres vivos en reacciones de síntesis controladas por enzimas. Estas reacciones de síntesis, y las enzimas que las controlan, son compartidas por todos los seres vivos debido a que todos los seres vivos actuales proceden de un ancestro primigenio común y, aunque presenten grandes diferencias a nivel morfológico, su maquinaria bioquímica es prácticamente idéntica.

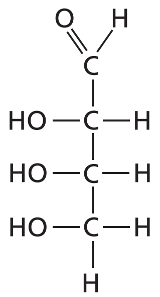
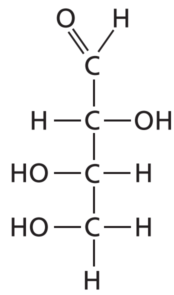
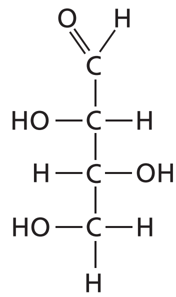
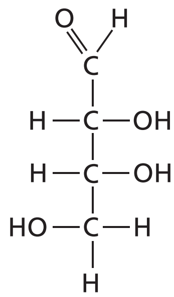
56 ¿Cuántos C quirales tiene una pentosa? ¿Es lo mismo para pentosas aldosas que para pentosas cetosas? ¿Por qué?

Una aldopentosa tiene 3 C quirales, en cambio una cetopentosa tiene solo 2 C quirales porque el grupo ceto no es quiral y ambos grupos $-CH_2OH$ situados en los extremos tampoco lo son:

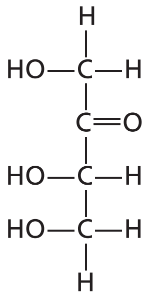
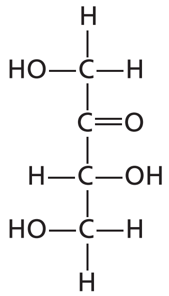



57 Formula todos los isómeros posibles para una tetraosa aldosa y para una tetraosa cetosa.

Una tetraosa aldosa tiene dos C quirales. Por tanto, tendrá $2^2 = 4$ estereoisómeros:

En cambio, una tetraosa cetosa solo tiene un C asimétrico por lo que solo tendrá $2^1 = 2$ estereoisómeros:

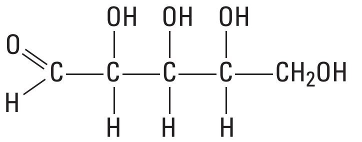
58 Escribe y ajusta la ecuación de combustión de una pentosa. ¿La ecuación es la misma para una aldosa que para una cetosa?

$$C_5H_{10}O_5 + 5\ O_2 \longrightarrow 5\ CO_2 + 5\ H_2O$$

La ecuación es la misma porque las aldosas y las cetosas son isómeros y su fórmula molecular es la misma.

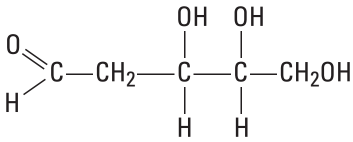
59 Nombra, según la nomenclatura normativa de la IUPAC, las siguientes fórmulas, que corresponden a la D-ribosa y a la D-desoxirribosa.

a)



2,3,4,5-tetrahidroxipentanal

b)



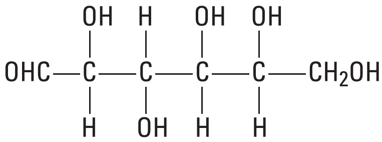
3,4,5-trihidroxipentanal

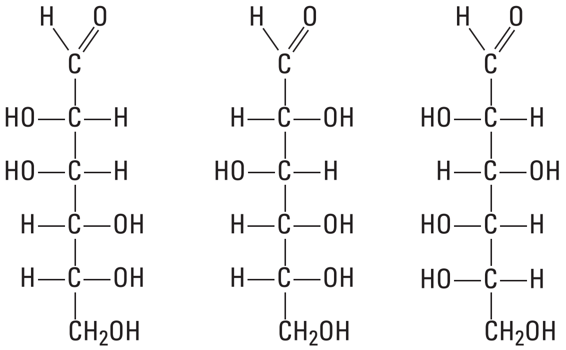
¿Cuántos estereoisómeros tiene cada una de ellas?

La D-ribosa tiene tres C quirales con lo que el número de estereoisómeros es $2^3 = 8$.

En el caso de la D-desoxirribosa, el número de C quirales es solo 2. Por tanto el número de estereoisómeros es $2^2 = 4$.

60 Escribe un enantiómero y un diastereómero para la molécula de D-glucosa:





D-glucosa

Diastereómeros   Enantiómeros

61 Calcula la energía que puede obtenerse de la combustión de 1 kg de glucosa. (Datos: M (C) = 12,0107; M (O) = 15,9994; M (H) = 1,00797; ΔH^0_C (glucosa) = –2 808 kJ/mol).

$$10^3 \text{ g } C_6H_{12}O_6 \cdot \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{180{,}1562 \text{ g } C_6H_{12}O_6} \cdot \frac{2\,808 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6} = 15\,586 \text{ kJ}$$

62 Formula los siguientes compuestos: ácido propenoico, ácido pentanoico, ácido 5-hidroxioctanoico, ácido 2,4-dienpentanoico, ácido propinoico y ácido hexanodioico.

$CH_2{=}CH{-}COOH$; $CH_3{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}COOH$;

$CH_3{-}CH_2{-}CH_2{-}CHOH{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}COOH$;

$CH_2{=}CH{-}CH{=}CH{-}COOH$; $HC{\equiv}C{-}COOH$ y $HOOC{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}COOH$.

63 Nombra los siguientes compuestos: $CH_3{-}CH_2{-}COOH$, $HCOOH$, $HOOC{-}CH_2{-}COOH$, $CH_2{=}CH{-}CO{-}COOH$, $HC{\equiv}C{-}CH_2{-}COOH$ y $CH_3{-}CO{-}CHOH{-}COOH$.

Ácido propanoico; ácido metanoico; ácido propanodioico; ácido 2-oxo-3-butenoico; ácido 3-butinoico y ácido 2-hidroxi-3-oxobutanoico.

64 Escribe y ajusta la reacción de neutralización del ácido etanoico con hidróxido de calcio.

$$2\ CH_3{-}COOH + Ca(OH)_2 \longrightarrow Ca(CH_3{-}COO)_2 + 2\ H_2O$$

65 Escribe y ajusta la reacción del ácido propanodioico con hidróxido potásico.

$$HOOC-CH_2-COOH + 2\ KOH \longrightarrow KOOC-CH_2-COOK + 2\ H_2O$$

66 Calcula la concentración molar de una disolución obtenida disolviendo 10 g de ácido etanoico en agua hasta un volumen de 500 mL. (Datos: *M* (C) = 12,0107; *M* (O) = 15,9994; *M* (H) = 1,00797.)

$$\frac{10\ g\ C_2H_4O_2 \cdot \dfrac{1\ mol\ C_2H_4O_2}{60{,}0521\ g\ C_2H_4O_2}}{0{,}5\ L} = 0{,}33\ M$$

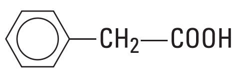
67 Calcula el volumen de una disolución de hidróxido potásico 0,15 M que se necesitará para neutralizar completamente 200 mL de una disolución de ácido acético 0,1 M.

$$CH_3COOH + KOH \longrightarrow CH_3COOK + H_2O$$

$$200\ mL\ disol \cdot \frac{0{,}1\ mol\ CH_3COOH}{1\ 000\ mL\ disol} \cdot \frac{1\ mol\ KOH}{1\ mol\ CH_3COOH} \cdot \frac{1\ 000\ mL}{0{,}15\ mol\ KOH} = 133\ mL$$

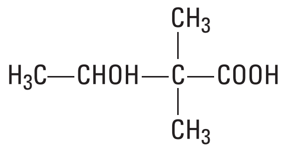
68 Nombra las siguientes sustancias:

a)



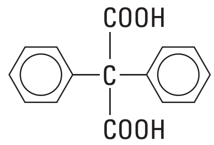
Ácido feniletanoico

b)



Ácido 3-hidroxi-2,2-dimetilbutanoico

c)



Ácido difenilpropanodioico

69 Formula los siguientes ácidos grasos presentes en los aceites vegetales:

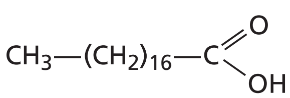
a) Ácido esteárico o ácido octadecanoico.

b) Ácido oleico o ácido cis-9-octadecaenoico.

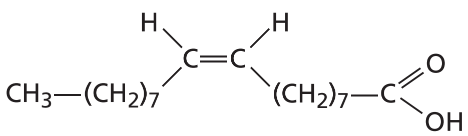
c) Ácido linoleico o ácido *cis, cis*-9,12-octadecadienoico.

d) Ácido linolénico o ácido *cis, cis, cis*-9,12,15-octadecatrienoico.

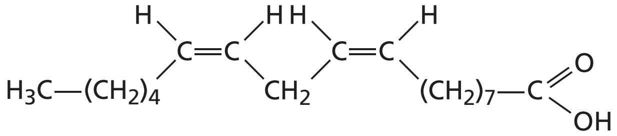
a)



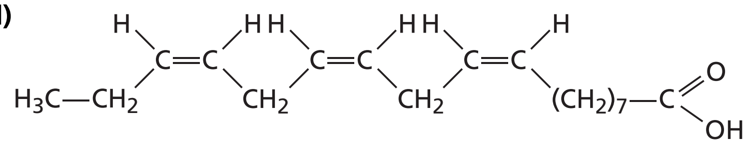
b)



c)



d)



70 Nombra los siguientes compuestos:

$$CH_2{=}CH{-}COO{-}CH_3,\ HCOO{-}CH_3,$$
$$CH_3{-}CH_2{-}COO{-}CH_3 \text{ y } CH_2{=}CH{-}COO{-}C{\equiv}C{-}CH_2{-}CH_3$$

2-propenoato de metilo; metanoato de metilo; propanoato de metilo y propenoato de 1-butinilo.

71 Formula los siguientes compuestos: propinoato de metilo, hexanoato de 2-butinilo, metanoato de etenilo, 3-pentenoato de 2-butinilo y etanoato de etilo.

$CH{\equiv}C{-}COO{-}CH_3$
Propinoato de metilo

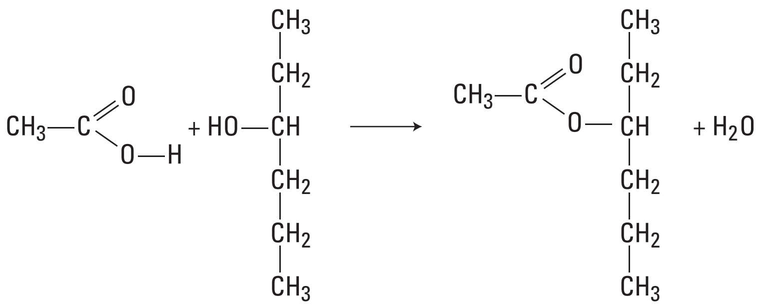
$CH_3{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}COO{-}CH_2{-}C{\equiv}C{-}CH_3$
Hexanoato de 2-butinilo

$HCOO{-}CH{=}CH_2$
Metanoato de etenilo

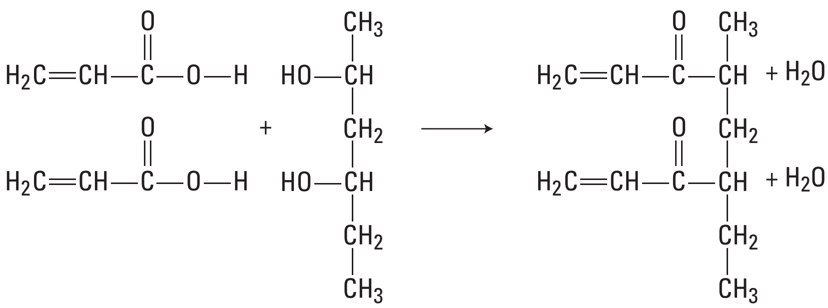
$CH_3{-}CH{=}CH{-}CH_2{-}COO{-}CH_2{-}C{\equiv}C{-}CH_3$
3-pentenoato de 2-butinilo

$CH_3{-}COO{-}CH_2{-}CH_3$
Etanoato de etilo

72 Escribe la reacción de esterificación entre el 3-hexanol y el ácido etanoico.



73 Escribe la reacción de esterificación entre el 2,4-hexanodiol y el ácido propenoico.



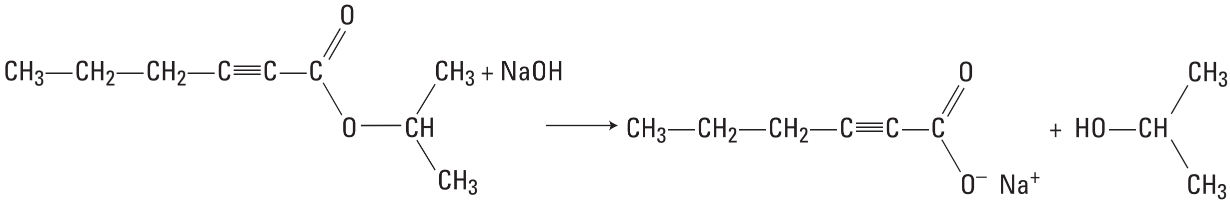
74 Calcula el volumen de etanol que se debe tomar para esterificar completamente 2 L de una disolución de ácido etanoico 0,2 M. (Datos: M(C) = 12,0107; M(O) = 15,9994; M(H) = 1,00797; densidad del etanol = 0,810 g/cm^3).

$$CH_3COOH + CH_3CH_2OH \longrightarrow CH_3COOCH_2CH_3 + H_2O$$

$$2\ \text{L disol} \cdot \frac{0{,}2\ \text{mol}\ CH_3COOH}{1\ \text{L disol}} \cdot \frac{1\ \text{mol}\ CH_3CH_2OH}{1\ \text{mol}\ CH_3COOH} \cdot \frac{46{,}0686\ \text{g}\ CH_3CH_2OH}{1\ \text{mol}\ CH_3CH_2OH} \cdot$$

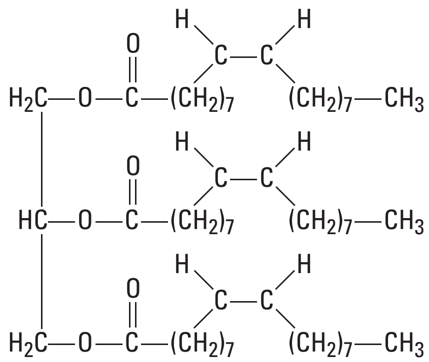
$$\cdot \frac{1\ \text{mL}}{0{,}810\ \text{g}\ CH_3CH_2OH} = 22{,}75\ \text{mL}$$

75 Escribe la reacción de saponificación mediante hidróxido sódico del 2-hexinoato de isopropilo.

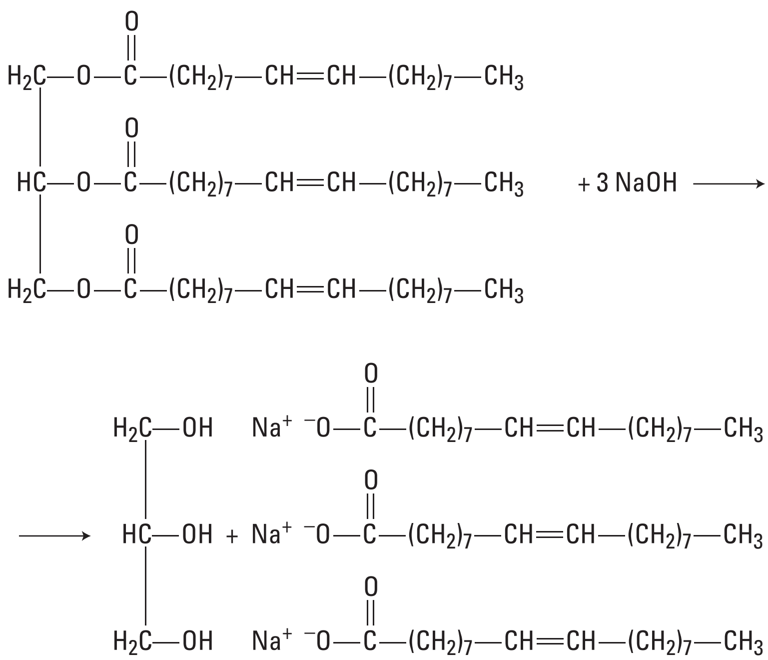


2-hexinoato de isopropilo 2-hexinoato sódico 2-propanol

76 Formula el trioleato de glicerina. El ácido oleico en nomenclatura de la IUPAC es el ácido cis-9-octadecaenoico y la glicerina es el 1,2,3-propanotriol.



77 Ajusta estequiométricamente la reacción de saponificación del trioleato de gllicerina mediante hidróxido sódico.



78 ¿Cuántos ésteres distintos se pueden formar si se mezclan en un mismo recipiente de reacción ácido oleico, ácido linoleico, ácido linolénico y glicerina?

Suponiendo que la reacción de esterificación sea total, el número de triésteres distintos que se formará será el de variaciones con repetición de tres elementos (los tres ácidos grasos) tomados de tres en tres. O sea:

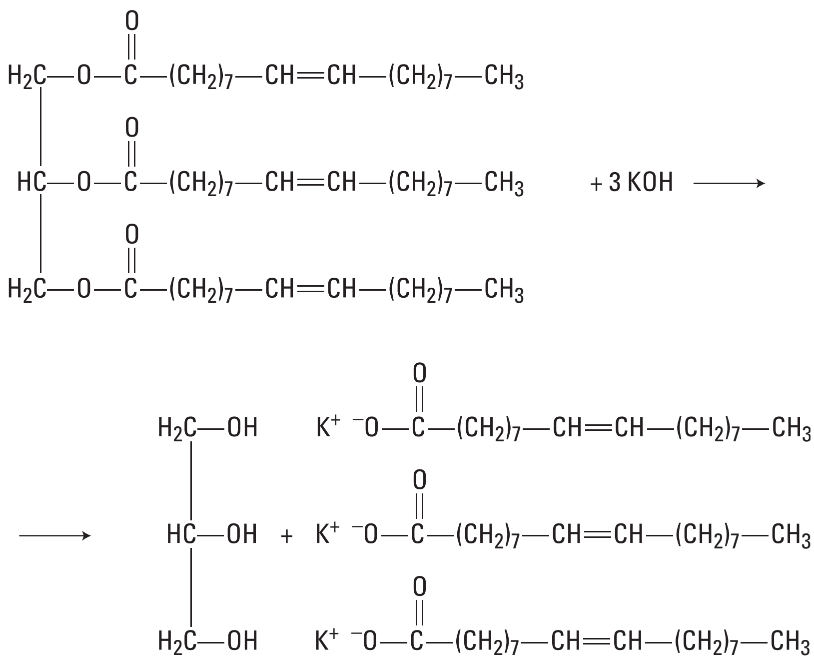
$$VR_3^2 = 3^3 = 27$$

De estas 27 combinaciones, exceptuando las tres que corresponden a triésteres del mismo ácido, los restantes, o sea 27 – 3 = 24, deben dividirse por dos para evitar contar dos veces las combinaciones simétricas. O sea, no son 24 sino 12. En total, los triésteres distintos que se puede formar son: 12 + 3 = 15. Estos son:

Glicerina-	Linoleico Linoleico Linoleico	Clicerina-	Oleico Oleico Oleico	Clicerina-	Linolénico Linolénico Linolénico		
Glicerina-	Oleico Linolénico Linolénico	Glicerina-	Linoleico Linolénico Linolénico	Glicerina-	Linolénico Oleico Linolénico	Glicerina-	Linolénico Linoleico Linolénico
Glicerina-	Oleico Linoleico Linoleico	Glicerina-	Linolénico Linoleico Linoleico	Glicerina-	Linoleico Oleico Linoleico	Glicerina-	Linoleico Linolénico Linoleico
Glicerina-	Linoleico Oleico Oleico	Glicerina-	Linolénico Oleico Oleico	Glicerina-	Oleico Linoleico Oleico	Glicerina-	Oleico Linolénico Oleico
Glicerina-	Oleico Linolénico Linoleico	Glicerina-	Linolénico Oleico Linoleico	Glicerina-	Linolénico Linoleico Oleico		

Si la esterificación no se considera total, deben sumarse los posibles monoésteres y diésteres.

79 1 500 kg de trioleato de glicerina se saponifican con la cantidad suficiente de disolución de hidróxido potásico. Calcula la cantidad de glicerina que se liberará durante la saponificación.



$$C_{57}H_{104}O_6 + 3\ KOH \longrightarrow C_3H_8O_3 + 3\ C_{18}H_{33}O_2\,K$$

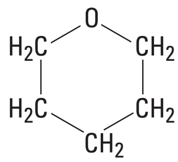
$$15 \cdot 10^5\ g\ C_{57}H_{104}O_6 \cdot \frac{1\ mol\ C_{57}H_{104}O_6}{885{,}4352\ g\ C_{57}H_{104}O_6} \cdot \frac{1\ mol\ C_3H_8O_3}{1\ mol\ C_{57}H_{104}O_6} \cdot \frac{92{,}0941\ C_3H_8O_3}{1\ mol\ C_3H_8O_3} = 156\ 015\ g = 156\ kg$$

80 Nombra los siguientes compuestos:

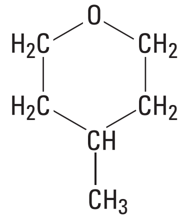
$CH_3-O-CH_2-C{\equiv}C-CH_3$, CH_3-O-CH_2-COOH, $CH_2OH-CH_2-O-CH{=}CH_2$, CH_3-O-CH_3 y $CH_2{=}CH-O-CH{=}CH_2$.

2-butinil metil éter o metoxi-2-butino; metil etanoil éter o ácido metoxietanoico; hidroxietil etenil éter o eteniloxi-2-hidroxietano; dimetil éter o metoximetano; dietenil éter o eteniloxieteno.

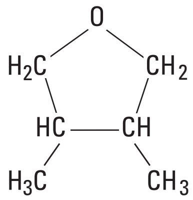
81 Nombra los siguientes compuestos:



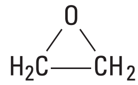
Oxano



3-metiloxano



2,3-dimetiltetrahidrofurano

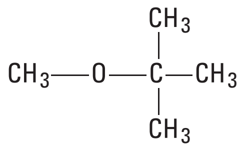


Oxirano

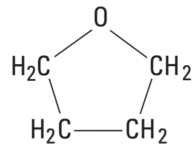
82 Formula los siguientes compuestos: di-2-propiniléter, metil-terc-butiléter, tetrahidrofurano, 2-propinil-1-propiniléter y 2-hidroxipropilmetiléter.

$HC \equiv C—CH_2—O—CH_2—C \equiv CH$

Di-2-propiniléter



Metil-terc-butiléter



tetrahidrofurano

$HC \equiv C—CH_2—O—C \equiv C—CH_2$

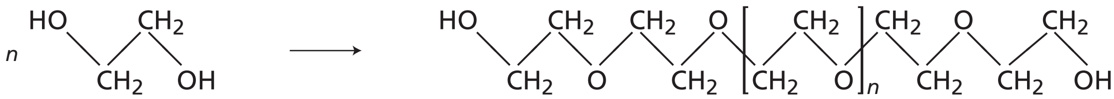
2-propinil-1-propiniléter

$H_3C—CHOH—CH_2—O—CH_3$

2-hidroxipropilmetiléter

83 ¿Cuál es el monómero que forma el polietilenglicol? Escribe la fórmula general de la cadena polimérica.

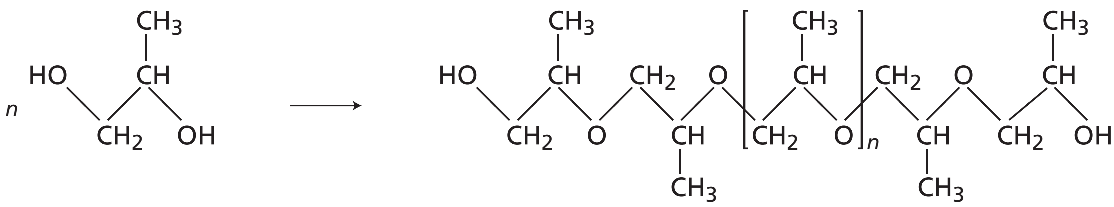
El monómero de partida es el etano-1,2-diol o etilenglicol:



Etilenglicol　　Polietilenglicol

84 Escribe la fórmula general del polipropilenglicol. ¿A partir de qué monómero se forma este polímero?

El monómero de partida es el propano-1,2-diol o propilenglicol:



Propilenglicol　　Polipropilenglicol

85 Escribe una reacción de formación del metilpropiléter a partir de los alcoholes que consideres convenientes. En el proceso de obtención, ¿será el único producto obtenido, o habrá otros? ¿Cuáles?

La reacción de deshidratación de una mezcla de metanol y propanol también puede proporcionar el dimetiléter y el dipropiléter:

$H_3C—CH_2—CH_2—OH + H_3C—OH \xrightarrow{H_2SO_4}$

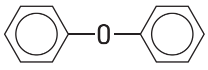
$\rightarrow H_3C—O—CH_3$ Dimetiléter

$\rightarrow H_3C—O—CH_2—CH_2—CH_3$ Metilpropiléter

$\rightarrow H_3C—CH_2—CH_2—O—CH_2—CH_2—CH_3$ Dipropiléter

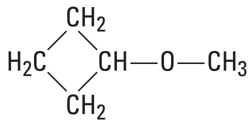
86 Nombra los siguientes compuestos:

a)



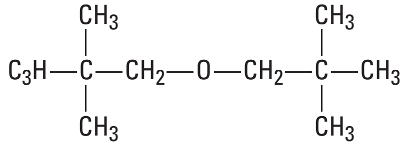
Difeniléter

b)



Ciclobutilmetiléter

c)



Dineopentiléter

87 Escribe y ajusta estequiométricamente la reacción de combustión del dietiléter. Calcula los litros de CO_2, medido en condiciones normales, que se obtendrán por la combustión de 2 L de dietiléter. (Datos: densidad del dietiléter = 0,7134 g/cm^3).

$$CH_3-CH_2-O-CH_2-CH_3 + O_2 \longrightarrow 4\ CO_2 + H_2O$$

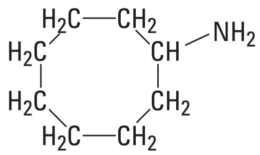
$$C_4H_{10}O + 6\ O_2 \longrightarrow 4\ CO_2 + 5\ H_2O$$

$$2\ \text{L}\ C_4H_{10}O \cdot \frac{713{,}4\ \text{g}\ C_4H_{10}O}{1\ \text{L}} \cdot \frac{1\ \text{mol}\ C_4H_{10}}{74{,}1219\ \text{g}\ C_4H_{10}} \cdot \frac{4\ \text{mol}\ CO_2}{1\ \text{mol}\ C_4H_{10}} \cdot \frac{22{,}4\ \text{L}}{1\ \text{mol}\ C_4H_{10}} = 1\ 724{,}7\ \text{L}$$

88 Escribe y ajusta la reacción de ataque del ácido yodhídrico sobre el dipropiléter.

$$CH_3-CH_2-CH_2-O-CH_2-CH_2-CH_3 + HI \longrightarrow CH_3-CH_2-CH_2-I + HO-CH_2-CH_2-CH_3$$

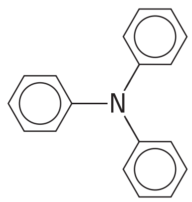
89 Formula los siguientes compuestos: ciclooctilamina, N-propil-N-2-propinilamina, trifenilamina, N-metil-N-etenil-N-propilamina y trimetilamina.



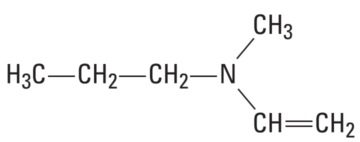
Ciclooctilamina

$$CH_3-CH_2-CH_2-NH-CH_2-C\equiv CH$$

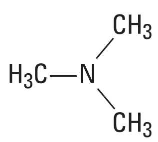
N-propil-N-2-propinilamina



Trifenilamina



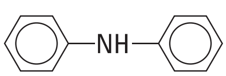
N-metil-N-etenil-N-propilamina



Trimetilamina

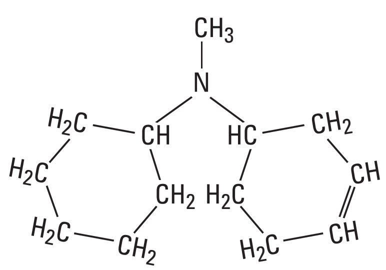
90 Nombra los siguientes compuestos:

a)



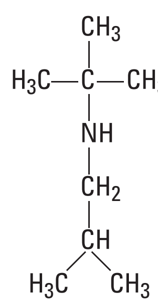
Difenilamina

b)



N-3-ciclohexenil-N-ciclohexil-N-metilamina

c)

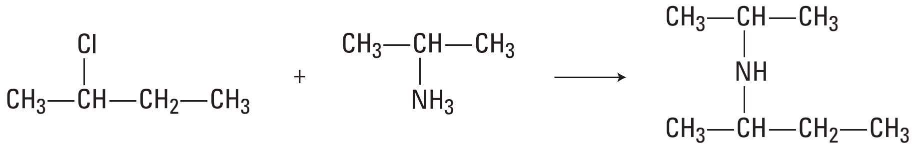


N-isobutil-N-terc-butilamina

91 Se mezcla en un recipiente ácido propanoico y amoníaco, y el producto obtenido se calienta. Escribe las reacciones y nombra el producto resultante intermedio y final.

$$CH_3-CH_2-COOH + NH_3 \longrightarrow CH_3-CH_2-COONH_4\text{: propanoato amónico}$$
$$CH_3-CH_2-COONH_4 \longrightarrow H_2O + CH_3-CH_2-CONH_2\text{: propanamida}$$

92 Escribe la reacción entre 2-clorobutano y 2-propilamina. Nombra el producto resultante de la reacción.



N-2-propil-N-2-butilamina

93 Formula los siguientes compuestos e iguala la reacción de combustión de las siguientes sustancias:

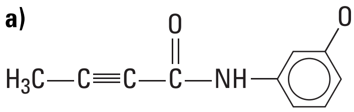
a) Ácido etanoico. **b)** Propeno. **c)** Propino.

a) $CH_3-COOH + 2\ O_2 \longrightarrow 2\ CO_2 + 2\ H_2O$

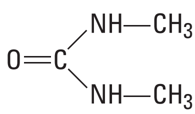
b) $CH_3-CH=CH_2 +\ O_2 \longrightarrow 3\ CO_2 + 3\ H_2O$

c) $CH_3-C\equiv CH + 4\ O_2 \longrightarrow 3\ CO_2 + 2\ H_2O$

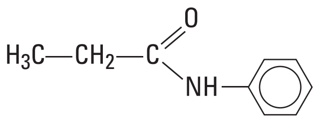
94 Formula los siguientes compuestos:

a) 

N-3-hidroxifenil-2-butinamida

b) 

N-metil-N′-metilmetandiamida

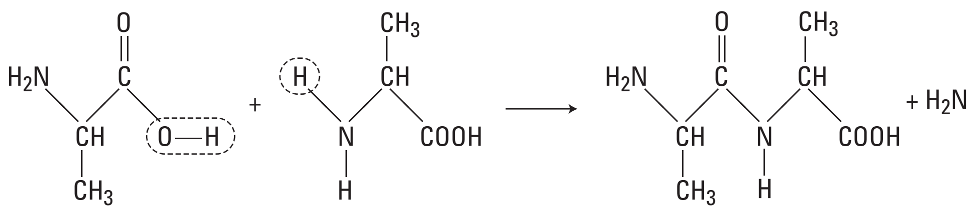
c) 

N-fenilpropanamida

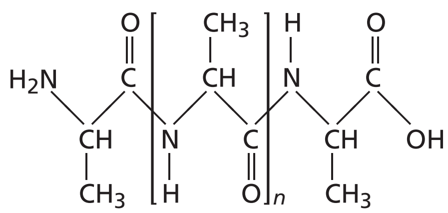
95 Nombra las siguientes sustancias: $CH_3-CONH-CH_3$, $HCONH_2$, $CH_3-CH=CH-CON(CH_3)_2$, $(CH_3)_2NOC-\ CH_2-CH_2-CON(CH_3)_2$ y $CH_3-CH_2-CONH_2$.

N-metiletanamida, metanamida, N,N-dimetil-2-butenamida, N,N,N′,N′-tetrametilbutendiamida y propanamida.

96 Escribe una reacción de polimerización y la fórmula general de la cadena de poliamida que se obtiene a partir del ácido 2-aminopropanoico.

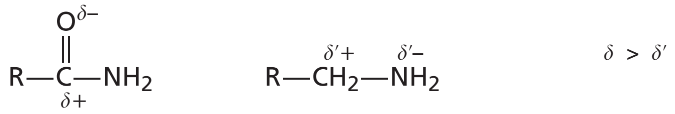


La fórmula general de la poliamida formada será:

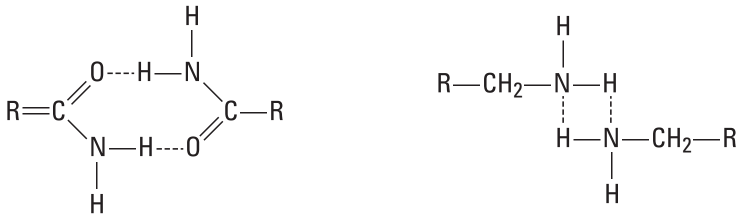


97 Comparando una amina y una amida con la misma cadena hidrocarbonada, ¿cuál de las dos es más soluble en agua y cuál tendrá un punto de fusión más alto?

La amida será más soluble en agua que la amina porque su grupo funcional es más polar. La electronegatividad del O induce una carga parcial positiva sobre el C mucho más elevada que la que pueda inducir el grupo amino $-NH_2-$:



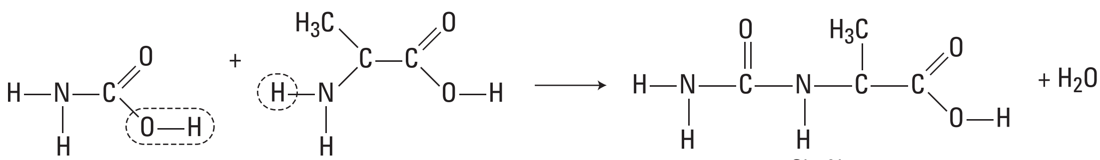
También tendrá la amida un punto de fusión más alto debido a la presencia de puentes de hidrógeno intermoleculares más fuertes que los que pueda formar la amina. La razón de esta mayor fuerza de los puentes de H también se encuentra en la presencia del átomo de O con una mayor electronegatividad que la del N de la amina:



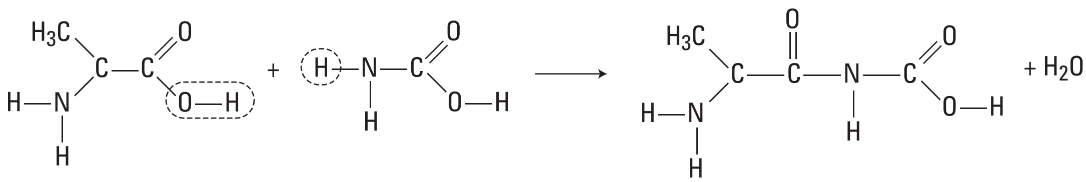
98 Formula los dos isómeros ópticos, R y S, o D y L, de la alanina (ácido 2-aminopropanoico) indicando cuál corresponde a cada fórmula.

2-(R)-alanina o L-alanina　　　2-(S)-alanina o D-alanina

99 Escribe la reacción de entre la glicocola (ácido aminoetanoico) y la alanina (ácido 2-aminopropanoico). Nombra el producto o productos de la reacción.

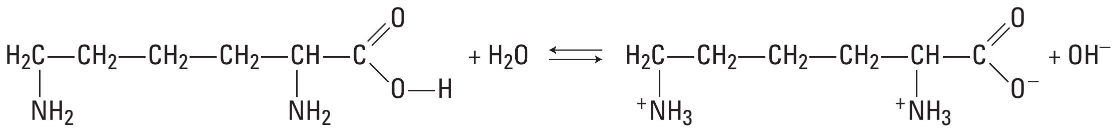


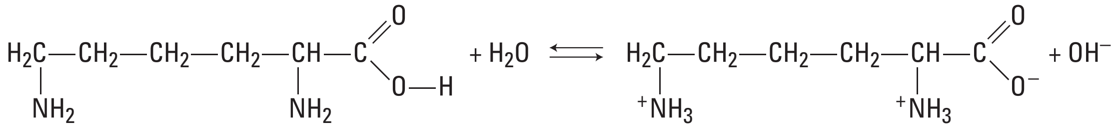
Gly-Ala



Ala-Gly

100 Escribe la ionización de la lisina (ácido 2,6-diaminohexanoico) y del ácido glutámico (ácido 2-aminopentanodioico) a pH neutro.





101 Nombra los siguientes compuestos:

$CH_2{=}CH{-}CHOH{-}C{\equiv}N$, $(CH_3)_2CH{-}CH_2-C{\equiv}N$, $N{\equiv}C{-}CH_2{-}CO{-}CH_2{-}CO{-}CH_2{-}C{\equiv}N$, $CH_2{=}CH{-}C{\equiv}N$ y $CH_2{=}COH{-}CO{-}CH_2{-}C{\equiv}N$.

2-hidroxi-3-butenonitrilo; 3,3-dimetilbutanonitrilo; 3,5-dioxoheptanodinitrilo; propenonitrilo y 4-hidroxi-3-oxo-4-pentenonitrilo.

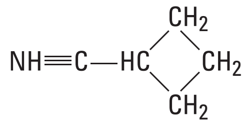
102 Formula los siguientes compuestos: propenonitrilo; butinodinitrilo, cianuro de ciclobutilo, 2,2-dimetilbutanonitrilo y 2,2,4,4-tetraclorooctanonitrilo.

$CH_2{=}CH{-}C{\equiv}N$

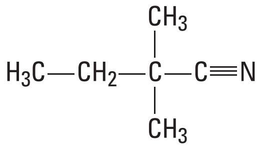
Propenonitrilo

$N{\equiv}C{-}C{\equiv}C{-}C{\equiv}N$

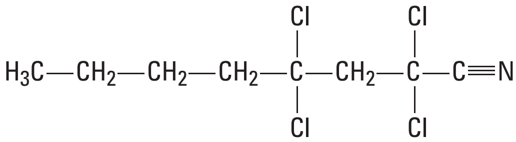
Butinodinitrilo



Cianuro de ciclobutilo

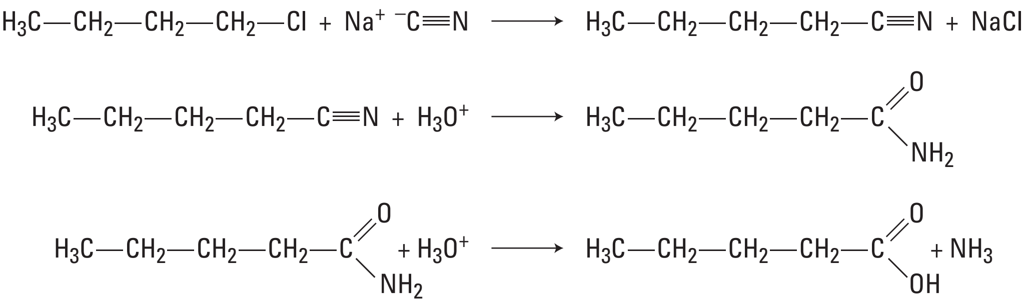


2,2-dimetilbutanonitrilo



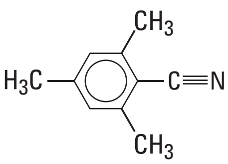
2,2,4,4-tetraclorooctanonitrilo

103 Obtén el ácido butanoico a partir del 1-cloropropano con ayuda de cianuro sódico y ácidos.



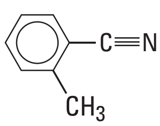
104 Nombra los siguientes compuestos:

a)



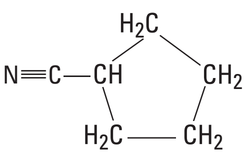
Cianuro de 2,4,6-trimetilfenilo

b)



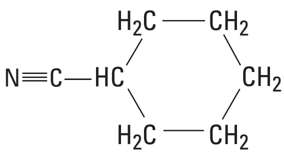
Cianuro de 2-metilfenilo

c)



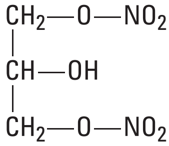
Cianuro de ciclopentilo

d)

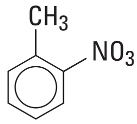


Cianuro de ciclohexilo

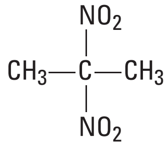
105 Formula las siguientes sustancias: 1,3-dinitroglicerina; *o*-nitrotolueno; 2,2-dinitropropano; 2,6-dinitrofenol, *m*-nitrofenol y nitrociclopentano.



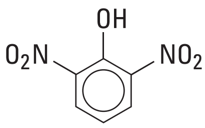
1,3-dinitroglicerina



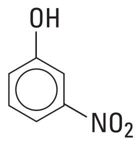
o-nitrotolueno



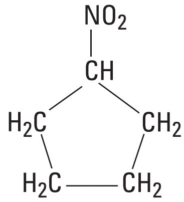
2,2-dinitropropano



2,6-dinitrofenol



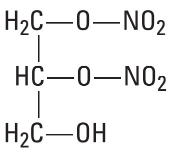
m-nitrofenol



Nitrociclopentano

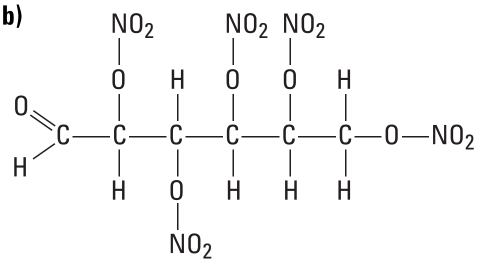
106 Nombra los siguientes compuestos:

a)



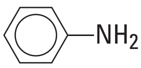
1,2-dinitroglicerina

b)



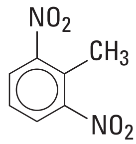
2,3,4,5,6-pentanitroglucosa

c)



Fenilamina

d)



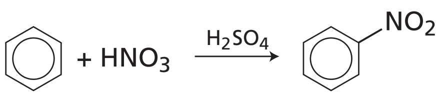
2,6-dinitrotolueno

107 Escribe el proceso químico por el que se podría obtener la 2-butilamina a partir del 2-clorobutano.

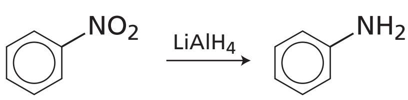
$$H_3C-CH_2-\underset{}{\overset{\overset{\large Cl}{|}}{CH}}-CH_3 + NH_3 \longrightarrow H_3C-CH_2-\overset{\overset{\large NH_2}{|}}{CH}-CH_3 + HCl$$

108 Se dispone de benceno, ácido nítrico, ácido sulfúrico y tetrahidruro de aluminio y litio. Explica cómo se puede obtener anilina a partir de estas sustancias.

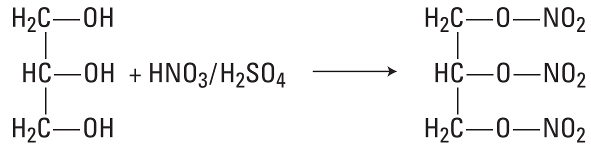
Nitrando el benceno con ácido nítrico y con ayuda del ácido sulfúrico, se obtiene nitrobenceno:



El nitrobenceno puede reducirse hasta fenilamina mediante tetrahidruro de aluminio y litio:



109 Calcula la cantidad de nitroglicerina que puede obtenerse a partir de 100 kg de glicerina (1,2,3-propanotriol), ácido nítrico y ácido sulfúrico en cantidad suficiente. (Datos: M(C) = 12,0107; M(O) = 15,9994; M(H) = 1,00797; M(N) = 14,0067).



$$10^5 \text{ g } C_3H_8O_3 \cdot \frac{1 \text{ mol } C_3H_8O_3}{92{,}0941 \text{ g } C_3H_8O_3} \cdot \frac{1 \text{ mol } C_3H_5O_9N_3}{1 \text{ mol } C_3H_8O_3} \cdot \frac{227{,}0868 \text{ g } C_3H_8O_3}{1 \text{ mol } C_3H_5O_9N_3} = 246\,581 \text{ g} = 246{,}581 \text{ kg}$$

8 Química, industria y sociedad

1 ¿Cuáles son las cinco principales industrias químicas de tu región? ¿En qué sectores químicos podrían encuadrarse? ¿A cuántos trabajadores dan empleo? ¿Qué productos fabrican? ¿Distribuyen su producción localmente, nacionalmente o internacionalmente?

Utiliza como fuentes de información los sitios web del gobierno de tu comunidad autónoma y del Ministerio Español de Industria. Además de las propias webs de las industrias.

Decide la importancia según el número de trabajadores, según la producción y según la rentabilidad económica anual de dichas industrias.

Para averiguar los datos de cada una de ellas puedes dirigirte a los servicios de información de las propias industrias que generalmente son accesibles a través de internet y también a los ayuntamientos de las poblaciones en las que están implantadas.

2 Enumera cinco actividades metalúrgicas que tengan importancia en España. Indica en qué localidades están asentadas y cuál es su producción.

España, con las minas de Almadén y Arrayanes (Mayasa), que se encuentran en Ciudad Real, es la única productora europea de mercurio y la mayor productora del mundo, con unas ventas de entre las 700 y 1 300 toneladas al año. Pero sobre ellas se cierne un acuerdo de La Comunidad Europea para cerrar estas minas y prohibir a partir de 2011 la exportación de mercurio desde la Unión Europea debido a sus efectos tóxicos sobre el ser humano y el Medio Ambiente.

En la minería del cobre, España tenía destacada producción pero, debido a la crisis de precios, Riotinto en Huelva se cerró en el año 2000 y otras muchas minas también lo hicieron por aquel entonces. Actualmente, los precios del cobre y del cinc se han triplicado y vuelve a ser rentable su explotación siempre que se respeten las cuestiones medioambientales que no se respetaron en el pasado. En 2005 se reabrió Aguablanca en Badajoz con una producción de 72 000 toneladas de cobre al año, que es más o menos la cuarta parte de la demanda interna española. Le seguirán Aguas Teñidas y otros yacimientos que están situados sobre el gran filón, una banda rocosa pirítica subterránea que se extiende desde Sevilla al Alentejo y al Algarve, en Portugal. Los mismos minerales proporcionan también níquel y cinc.

Respecto a la producción de aluminio, en Avilés, se producen productos primarios, en Amorebieta, aluminio laminado, chapas y bandas en bobinas con unas 250 000 toneladas al año. En La Coruña, mediante electrólisis y hornos de fundición, se recicla el metal y se fabrican aleaciones de aluminio para el mercado español y europeo con una producción de 140 000 toneladas de aluminio al año. En Alicante, hay industria transformadora que produce plancha litográfica, hoja fina para envase y embalaje, tapones metálicos para botellas y productos de brillo para cosmética y decoración.

En 1992, el cierre de la mina de Peñarroya puso fin a la extracción de plomo en España que, a principios del siglo XX, era el primer país productor de plomo. Hoy la producción nacional de plomo refinado procede, única y exclusivamente, de la valoración de los residuos plomíferos, entre los que predominan las baterías desechadas. La producción de plomo reciclado o secundario se ha situado en los últimos años, en torno a las 150 000 toneladas al año, que se obtienen actualmente en cuatro establecimientos: Albalate del Arzobispo (Teruel), San Esteban de Gormaz (Soria), Medina del Campo (Valladolid) y Espinardo (Murcia).

Respecto a la siderurgia, en los años 80 del pasado siglo cerraron los altos hornos de Sagunto y Mieres. Actualmente la producción siderúrgica se concentra en Sestao, donde ya se emplazó Altos Hornos de Vizcaya en su creación, en 1902, cerca de los yacimientos de hierro, con puerto de mar y alta tradición metalúrgica. En 1997 dio lugar a la creación de Aceralia Corporación Siderúrgica, actualmente parte del grupo Arcelor. Hoy en día, después de una reconversión y de un cambio de nombre (Acería Compacta de Bizkaia), sigue con una producción de acero cercana a los tres millones de toneladas al año.

3 Averigua cuáles son las etapas más importantes en la producción de cemento y de yeso para la construcción.

El cemento se prepara a partir de roca caliza (a base de carbonato cálcico). Los minerales extraídos de las canteras acostumbran a tener ya la composición deseada. A veces, es preciso agregar arcilla o roca calcárea, o bien minerales de hierro, bauxita, u otros minerales residuales de fundiciones. La mezcla se calienta en un horno especial, constituido por un gran cilindro dispuesto horizontalmente con ligera inclinación, y rodando lentamente. La temperatura crece a lo largo del cilindro hasta los 1 400 °C. A esta temperatura, los minerales se combinan pero no se funden o vitrifican.

En la sección de menor temperatura, el carbonato de calcio se separa en óxido de calcio y dióxido de carbono:

$$CaCO_3 \longrightarrow CaO + CO_2$$

En la zona de alta temperatura, el óxido de calcio reacciona con la sílice y forma silicatos de calcio:

$$2\ CaO + SiO_2 \longrightarrow 2\ CaSiO_3$$

Se forma también una pequeña cantidad de aluminato tricálcico y aluminoferrito tricálcico. El material resultante es denominado *clinker*. Para mejorar las características del *clinker*, se agrega un 2 % de yeso que actúa como retardador del fraguado. La mezcla se muele finamente y el polvo obtenido es el cemento listo para ser usado.

El yeso mineral o aljez está formado por sulfato de calcio dihidratado ($CaSO_4 \cdot 2H_2O$). A partir de él se prepara el sulfato de calcio hemihidratado ($CaSO_4 \cdot \frac{1}{2}\ H_2O$) llamado vulgarmente «yeso cocido» que se comercializa molido en forma de polvo.

$$CaSO_4 \cdot 2H_2O \longrightarrow CaSO_4 \cdot \frac{1}{2}\ H_2O$$

La preparación es simplemente por calefacción por encima de 150 °C y molturación.

Desde el punto de vista tradicional, la diferencia entre yeso y escayola es su pureza y diferente granulometría. La escayola tiene un grano más fino que el del yeso. En cuanto a pureza, el yeso tiene pureza superior al 70 %, y la escayola ha de tener una pureza superior al 90 %. Desde el punto de vista industrial, no existe diferencia entre yeso y escayola.

4 Averigua los procesos químicos que tienen lugar para fabricar una pintura.

Las pinturas son mezclas de pigmentos minerales o sintéticos con un líquido que los aglutina y que seca una vez depositada. Este líquido puede ser agua, aceite de diversos tipos o disolventes orgánicos más o menos volátiles. El proceso de producción consta básicamente de la obtención del pigmento, de su purificación si es preciso, de su molienda hasta un grano suficientemente fino y de su mezcla con el líquido aglutinante. A veces, en esta mezcla se añaden sustancias químicas estabilizantes y conservantes, especialmente en el caso de las pinturas acuosas. Las pinturas grasas o aceitosas se diluyen con aguarrás o disolventes parecidos hasta alcanzar la fluidez necesaria para su aplicación. Las de tipo acuosa se diluyen añadiendo mayor cantidad de agua.

5 Calcula qué cantidad de CO_2 emites tú al cabo del año como resultado de las combustiones derivadas del petróleo (transporte y calefacción, principalmente).

Si en tu vivienda tenéis calefacción a gas natural, butano, petróleo o gasóleo, averigua el consumo anual en litros o en kilogramos. Escribe las reacciones químicas de combustión del compuesto químico que se trate y calcula el número de kilogramos de CO_2 liberados a la atmósfera.

Si usas un vehículo individual o familiar, averigua el consumo de tu vehículo en litros de gasolina o de gasóleo cada 100 km. Multiplícalo por los kilómetros anuales que recorres en él y, si lo compartes con otros familiares, divide su consumo por el número de usuarios.

Si tomas un transporte público regularmente, averigua el consumo en combustible de tal transporte y divídelo por el número medio de ocupantes en la franja horaria en que acostumbras a tomarlo.

Para facilitar los cálculos, puedes asimilar todo el combustible de un automóvil a octano. Escribe la ecuación de combustión del octano y calcula, de acuerdo con su estequiometría, los kilogramos de CO_2 emitidos correspondientes al consumo anual de octano realizado.

A los cálculos anteriores, tendría que sumarse la producción de CO_2 relacionada con el consumo de electricidad. Esto es debido a la combustión de carbón en las centrales térmicas, pero es un cálculo menos inmediato porque la electricidad de la red de distribución también tiene su origen en centrales hidráulicas, eólicas y nucleares.

6 Cita tres actividades químicas preindustriales. ¿Qué tipo de materias primas necesitaban?

Tradicionalmente, han existido actividades que hoy en día están protagonizadas por la industria química. Entre otras, se pueden citar:

- La metalurgia, tanto del hierro, estaño, plomo o mercurio como de metales nobles como el cobre y especialmente el oro y la plata. Partían de los minerales que contenían dichos metales y de carbón como sustancia reductora.
- La producción de vidrio. Necesitaban arena de sílice (SiO_2), carbonato sódico (Na_2CO_3) y piedra caliza ($CaCO_3$).
- La conservación de alimentos. A parte de los alimentos, se precisaba sal (NaCl) para las salazones, azúcar (sacarosa), nitrito potásico o sal de chacinero para las carnes curadas, azúcar (sacarosa) para las confituras y mermeladas y humo de leña para los ahumados.
- El curtido de pieles. Se precisa sal para el curado, cal y agua para el ablandado y taninos procedentes de cortezas vegetales para el curtido de la piel.
- La obtención de sal, azufre, etc. Eran primitivas industrias de materias básicas que recolectaban estas sustancias en las salinas, cuevas, laderas de volcanes, etc.

7 ¿Cuándo y para qué se preparó por primera vez el carbón de coque? ¿Cuál es la principal cualidad de este tipo de carbón respecto al carbón vegetal que se usaba antes?

El carbón de coque se preparó para las calefacciones domésticas ya que, a diferencia del carbón ordinario (tal y como se extraía de las minas), al quemar no producía demasiados humos con presencia de óxidos de azufre que eran molestos y tóxicos.

8 ¿Para qué actividad industrial fue usado el carbón de coque una vez descubierto? ¿Qué ventajas aportaba?

El carbón de coque fue rápidamente aplicado a la producción siderúrgica porque presentaba las mismas ventajas que en calefacción, o sea, la prácticamente nula producción de humos y componentes volátiles. La presencia de óxidos de azufre en la combustión del carbón ordinario perjudicaba la calidad del hierro producido y por ello la siderurgia utilizaba carbón de leña. Pero este uso había llevado a la casi destrucción a la mayoría de bosques de las zonas siderúrgicas.

9 ¿Cómo se llaman los procesos químicos que se pueden llevar a cabo con la ayuda de la corriente eléctrica? Cita ejemplos de dos de ellos.

Se trata de los procesos llamados electrolíticos. Entre ellos destacan los destinados a la obtención de elementos puros como el hidrógeno y el oxígeno a partir de la electrólisis del agua, o del cloro y el sodio a partir de la electrólisis de cloruro de sodio fundido.

También se aplica a la purificación de metales, llamada, evidentemente, purificación electrolítica o afinado electrolítico. Útil especialmente para el cobre, la plata, el oro y el aluminio.

Otro proceso se conoce como galvanoplastia y consiste en la reproducción de objetos por deposición electrolítica de metales sobre moldes.

Finalmente, la galvanostegia, que consiste en el recubrimiento de objetos con una capa metálica también depositada electrolíticamente.

10 Escribe la reacción de electrólisis del cloruro de sodio fundido. Se electrolizan 500 kg de cloruro sódico fundido y el proceso transcurre hasta la transformación de un 45 % de la masa inicial. Calcula los kilogramos de sodio y los litros de cloro (medidos en cn) que se obtienen. (Datos: M (Na) = 22,9898; M (Cl) = 35,4532).

$$2\ \text{NaCl}\ (l) \longrightarrow 2\ \text{Na}\ (s) + \text{Cl}_2\ (l)$$

M (NaCl) = M (Na) + M (Cl) = 22,9898 + 35,4532 = 58,4430.

$$500\ \text{kg NaCl} \cdot \frac{1\,000}{1\ \text{kg}} \cdot \frac{45}{100} \cdot \frac{1\ \text{mol NaCl}}{58{,}4430\ \text{g NaCl}} \cdot \frac{1\ \text{mol Na}}{1\ \text{mol NaCl}} \cdot \frac{22{,}9898\ \text{g Na}}{1\ \text{mol Na}} \cdot \frac{1\ \text{kg}}{1\,000\ \text{g}} = 88{,}51\ \text{kg Na}$$

$$500\ \text{kg NaCl} \cdot \frac{1\,000}{1\ \text{kg}} \cdot \frac{45}{100} \cdot \frac{1\ \text{mol NaCl}}{58{,}4430\ \text{g NaCl}} \cdot \frac{1\ \text{mol Cl}_2}{2\ \text{mol NaCl}} \cdot \frac{22{,}4\ \text{L}}{1\ \text{mol Cl}_2\ \text{cn}} = 43\,119\ \text{L Cl}_2$$

11 Dos químicos alemanes, Fritz Haber y Carl Bosch, desarrollaron un método para producir amoníaco a partir del nitrógeno del aire y de hidrógeno obtenido por electrólisis del agua. Esto supuso una fuente prácticamente inagotable de amoníaco. El proceso es difícil y necesita una catálisis adecuada. Los mejores rendimientos alcanzan el 40 %. Calcula los litros de nitrógeno y de hidrógeno medidos en cn que se necesitarán para producir amoníaco suficiente para preparar 10 000 L de disolución 1 M de este gas en agua.

$$\text{N}_2\ (g) + 3\ \text{H}_2\ (g) \longrightarrow 2\ \text{NH}_3\ (g)$$

M (NH_3) = M (N) + 3 · M (H) = 14,0067 + 3 · 1,00797 = 17,0306.

$$10^5\ \text{L disolución} \cdot \frac{1\ \text{mol NH}_3}{\text{L disolución}} \cdot \frac{1\ \text{mol N}_3}{2\ \text{mol NH}_3} \cdot \frac{100}{40} \cdot \frac{22{,}4\ \text{L}}{1\ \text{mol N}_2\ \text{cn}} = 2\,800\,000\ \text{L N}_2$$

$$10^5\ \text{L disolución} \cdot \frac{1\ \text{mol NH}_3}{\text{L disolución}} \cdot \frac{3\ \text{mol H}_2}{2\ \text{mol NH}_3} \cdot \frac{100}{40} \cdot \frac{22{,}4\ \text{L}}{1\ \text{mol H}_2\ \text{cn}} = 8\,400\,000\ \text{L N}_2$$

12 ¿Qué diferencia existe entre una planta química de cabecera y una intermedia? Cita dos ejemplos de cada una de ellas.

En una planta de cabecera se obtienen productos básicos a partir de materias primas naturales. Por ejemplo la producción de ácido sulfúrico, amoníaco o eteno.

Una planta intermedia trabaja a partir de productos básicos y obtiene productos llamados intermedios, que son productos no directamente utilizables por el consumidor final pero, a partir de ellos se pueden obtener un gran número de productos finales.

Dos ejemplos son la producción de fenol y la de cloruro de vinilo, que sirven de punto de partida para la síntesis de muchos polímeros.

13 Pon tres ejemplos de plantas químicas transformadoras. ¿En qué se diferencian de las de consumo?

Las plantas transformadoras fabrican productos finales a partir de los intermedios. Los productos de estas plantas ya no tienen que sufrir ninguna transformación química más, pero todavía no se entregan con el envasado, presentación y dosificación convenientes para el consumidor final.

Por ejemplo, la producción de plásticos, tensoactivos, vitaminas, aditivos y lubrificantes para motores, etc.

Las plantas de consumo a partir de productos finales generan productos con la presentación y envasado listos para ser usados por el consumidor. Cualquier planta que envase alguno de los productos citados anteriormente es un buen ejemplo.

Ejemplos destacados son las industrias farmacéuticas que producen medicamentos con las dosis, el sistema de aplicación y la presentación adecuados para el uso médico.

14 Una planta química produce ácido sulfúrico por el método de contacto aprovechando el SO_2 producido en la tostación de la pirita (FeS_2). El SO_2 se oxida a SO_3 en corriente de aire y este se hidrata hasta dar ácido sulfúrico, Calcula la cantidad de ácido sulfúrico que se puede obtener a partir de 15 t de una pirita de hierro con una riqueza de un 89 % en FeS_2, si el proceso de tostación tiene un rendimiento del 75 % y el de conversión del óxido sulfuroso en óxido sulfúrico, un rendimiento del 90 %. La recuperación del ácido sulfúrico tiene un rendimiento del 95 %. (Datos: M (Fe) = 55,8452; M (O) = 15,9994; M *(s)* = 32,0655).

$$SO_2\ (g) \longrightarrow SO_3\ (g) \longrightarrow H_2SO_4\ (g)$$

$M\ (FeS_2) = M\ (Fe) + 2 \cdot M\ (s) = 55,8452 + 2 \cdot 32,0655 = 119,9762.$

$M\ (H_2SO_4) = M\ (s) + 4 \cdot M\ (O) + 2\ M\ (H) = 32,0655 + 4 \cdot 15,9994 + 2 \cdot 1,00797 = 98,0790.$

$$15 \cdot 10^6 \text{ g pirita} \cdot \frac{89 \text{ g } FeS_2}{100 \text{ g pirita}} \cdot \frac{1 \text{ mol } FeS_2}{119,9762 \text{ g } FeS_2} \cdot \frac{2 \text{ mol } SO_2}{1 \text{ mol } FeS_2} \cdot \frac{75}{100} \cdot \frac{1 \text{ mol } SO_3}{1 \text{ mol } SO_2} \cdot \frac{95}{100} \cdot \frac{1 \text{ mol } H_2SO_4}{1 \text{ mol } SO_3}$$

$$\cdot \frac{90}{100} \cdot \frac{98,0790 \text{ g } H_2SO_4}{1 \text{ mol } H_2SO_4} \cdot \frac{1 \text{ t}}{10^6 \text{ g}} = 13,997 \text{ t}$$

15 Un mineral de cobre contiene un 80 % en masa de sulfuro de cobre (I). El proceso de concentración tiene un rendimiento del 87 % y en el refinado electrolítico se pierde un 4 % de cobre puro. Calcula la cantidad de mineral que habrá que procesar para obtener 2 t de cobre puro.

$$\text{Mineral} \xrightarrow{80\ \%} Cu_2S\ (s) \xrightarrow{87\ \%} Cu_2S\ (s) \xrightarrow{96\ \%} Cu\ (s)$$

$$2 \text{ t Cu} \cdot \frac{100 \text{ t Cu refinado}}{96 \text{ t Cu obtenido}} \cdot \frac{100 \text{ t } Cu_2S}{87 \text{ t } Cu_2S \text{ concentrado}} \cdot \frac{100 \text{ t mineral}}{80 \text{ t } Cu_2S} = 2,99 \text{ t mineral}$$

16 Unos altos hornos transforman diariamente 15 000 toneladas de hematites con un contenido en óxido férrico del 77 %. Calcula la cantidad mínima de carbón de coque que se necesitará y la cantidad de dióxido de carbono liberada a la atmósfera.

(Datos: M (Fe) = 55,8452; M (O) = 15,9994; M (C) = 12,0107).

El carbón de coque se precisa para su conversión en monóxido de carbono:

$$2\ C\ (s) + O_2\ (g) \longrightarrow 2\ CO\ (g)$$

El monóxido de carbono actúa como reductor del óxido de hierro:

$$Fe_2O_3\ (s) + 3\ CO \longrightarrow 2\ Fe + 3\ CO_2$$

Multiplicando por 3/2 la primera de las ecuaciones (para que resulten los 3 CO necesarios en la segunda) y sumando ambas ecuaciones, resulta la ecuación global para el proceso:

$$Fe_2O_3\ (s) + \frac{3}{2}\ O_2\ (g) + 3\ C \longrightarrow 2\ Fe + 3\ CO_2$$

$M\ (Fe_2O_3) = 2 \cdot M\ (Fe) + 3 \cdot M\ (O) = 2 \cdot 55,8452 + 3 \cdot 15,9994 = 159,6886.$

$M\ (CO_2) = M\ (C) + 2 \cdot M\ (O) = 12,0107 + 2 \cdot 15,9994 = 44,0095.$

$$15\,000 \text{ t hematites} \cdot \frac{10^6 \text{ g}}{1 \text{ t}} \cdot \frac{77 \text{ g } Fe_2O_3}{100 \text{ g hematites}} \cdot \frac{1 \text{ mol } Fe_2O_3}{159,6886 \text{ g } Fe_2O_3} \cdot \frac{3 \text{ mol C}}{1 \text{ mol } Fe_2O_3} \cdot \frac{12,0107 \text{ g C}}{1 \text{ mol C}} \cdot$$

$$\cdot \frac{1 \text{ t}}{10^6 \text{ g}} = 2\,606 \text{ t C}$$

$$15\,000 \text{ t hematites} \cdot \frac{10^6 \text{ g}}{1 \text{ t}} \cdot \frac{77 \text{ g } Fe_2O_3}{100 \text{ g hematites}} \cdot \frac{1 \text{ mol } Fe_2O_3}{159,6886 \text{ g } Fe_2O_3} \cdot \frac{3 \text{ mol C}}{1 \text{ mol } Fe_2O_3} \cdot \frac{1 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol C}} \cdot$$

$$\cdot \frac{44,0095 \text{ g } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} \cdot \frac{1 \text{ t}}{10^6 \text{ g}} = 9\,549 \text{ t de } CO_2$$

17 Para obtener hidrógeno, se hace pasar vapor de agua calentado a unos 600 ºC sobre hierro candente, que se oxida hasta Fe_3O_4. El Fe_3O_4 es reducido de nuevo a hierro por acción del monóxido de carbono.

a) Escribe e iguala las reacciones.

b) Calcula la cantidad de hidrógeno que se liberará a partir de 1 500 kg de carbón, suponiendo un rendimiento del 65 %.

(Datos: *M* (Fe) = 55,8452; *M* (O) = 15,9994; *M* (C) = 12,0107; *M* (H) = 1,00797).

a)

$$3\ Fe\ (s) + 4\ H_2O\ (v) \longrightarrow Fe_3O_4\ (s) + 4\ H_2\ (g)$$
$$Fe_3O_4\ (s) + 4\ CO\ (g) \longrightarrow 3\ Fe\ (s) + 4\ CO_2\ (g)$$
$$\overline{4\ H_2O\ (v) + 4\ CO\ (g) \longrightarrow 4\ H_2\ (g) + 4\ CO_2\ (g)}$$

b) $1\,500\ \text{kg C} \cdot \frac{10^3\text{g}}{1\ \text{kg}} \cdot \frac{1\ \text{mol CO}}{12{,}0107\ \text{g C}} \cdot \frac{1\ \text{mol CO}}{1\ \text{mol C}} \cdot \frac{4\ \text{mol}\ H_2}{4\ \text{mol CO}} \cdot \frac{22{,}4\ \text{L}\ H_2}{1\ \text{mol}\ H_2} \cdot \frac{65}{100} = 1\,818\,378{,}6\ \text{L}\ H_2.$

18 Se ataca 2,5 t de óxido de plomo (II) con 100 L de ácido nítrico concentrado del 68 % y densidad 1,4 g/cm^3. Calcula la cantidad de nitrato de plomo (II) que se obtendrá suponiendo un rendimiento del 87 %. (Datos: *M* (Pb) = 207,21; *M* (O) = 15,9994; *M* (N) = 14,0067; *M* (H) =1,00797).

$$PbO\ (s) + 2\ HNO_3\ (aq) \longrightarrow Pb(NO_3)_2\ (aq) + H_2O\ (l)$$

$M\ (Pb(NO_3)_2) = M\ (Pb) + 2 \cdot M\ (N) + 6 \cdot M\ (O) = 207{,}21 + 2 \cdot 14{,}0067 + 6 \cdot 15{,}9994 = 331{,}2198.$

$M\ (HNO_3) = M\ (H) + M\ (N) + 3 \cdot M\ (O) = 1{,}00797 + 14{,}0067 + 3 \cdot 15{,}9994 = 63{,}0129.$

Como no se indica que alguno de los dos reactivos esté en exceso, se calculará primero los moles de uno y otro para averiguar cuál de ellos se agota y cuál está en exceso:

$$2{,}5\ \text{t PbO} \cdot \frac{10^6\ \text{g}}{1\ \text{t}} \cdot \frac{1\ \text{mol PbO}}{223{,}2094\ \text{g PbO}} = 11\,200{,}25\ \text{mol PbO}$$

$$100\ \text{L disoluc.} \cdot \frac{10^3\ \text{cm}^3}{1\ \text{L}} \cdot \frac{1{,}4\ \text{g disoluc.}}{\text{cm}^3\ \text{disoluc.}} \cdot \frac{68\ \text{g}\ HNO_3}{100\ \text{g disoluc.}} \cdot \frac{1\ \text{mol}\ HNO_3}{63{,}0129\ \text{g}\ HNO_3} = 1\,510{,}80\ \text{mol}\ HNO_3$$

De la observación de las cantidades anteriores y de la estequiometría de la reacción (la proporción en que reaccionan PbO y HNO_3 es la de 2:1) se ve que el reactivo limitante es el HNO_3, por tanto:

$$1\,510{,}80\ \text{mol}\ HNO_3 \cdot \frac{1\ \text{mol}\ Pb(NO_3)_2}{2\ \text{mol}\ HNO_3} \cdot \frac{87}{100} \cdot \frac{331{,}2198\ \text{g}}{1\ \text{mol}\ Pb(NO_3)_2} \cdot \frac{1\ \text{kg}}{10^6\ \text{g}} = 217{,}68\ \text{kg}\ Pb(NO_3)_2$$

19 Después de la tostación de 10 toneladas de pirita de hierro (FeS_2), el óxido sulfúrico se disuelve en 10 000 L de agua. Calcula:

a) La concentración de la disolución.

b) El volumen de oxígeno consumido, medido en condiciones normales.

(Datos: *M* (Fe) = 55,8452; *M (s)* = 32,0655).

$$FeS_2\ (s) +\ O_2\ (g) \longrightarrow 4\ SO_2\ (g) + Fe_2O_3\ (s)$$
$$SO_2\ (g) +\ O_2\ (g) \longrightarrow SO_3\ (g)$$
$$SO_3\ (g) + H_2O\ (l) \longrightarrow H_2SO_4\ (l)$$

$M\ (FeS_2) = M\ (Fe) + 2 \cdot M\ (s) = 55{,}8452 + 2 \cdot 32{,}0655 = 119{,}9762.$

$$10\ \text{t pirita} \cdot \frac{10^6\ \text{g}}{1\ \text{t}} \cdot \frac{1\ \text{mol}\ FeS_2}{119{,}9762\ \text{g}\ FeS_2} \cdot \frac{2\ \text{mol}\ SO_3}{1\ \text{mol}\ FeS_2} \cdot \frac{1\ \text{mol}\ H_2SO_4}{1\ \text{mol}\ SO_3} = 166\,699{,}7\ \text{mol}\ H_2SO_4$$

$$[H_2SO_4] = \frac{166\,699{,}7\ \text{mol}}{10\,000\ \text{L}} = 16{,}67\ \text{M}$$

20 Se prepara ácido nítrico por el método de Ostwald, que consiste en la oxidación directa del amoníaco mediante oxígeno hasta óxido nítrico y su posterior hidratación. Calcula el volumen de amoníaco, medido en condiciones normales, necesario para obtener 100 L de ácido nítrico del 68 % de concentración y densidad 1,4 g/cm^3.

$$4\ NH_3\ (aq) + 5\ O_2\ (g) \longrightarrow 4\ NO\ (g) + 6\ H_2O\ (l)$$

$$2\ NO\ (g) + O_2\ (aq) \longrightarrow 2\ NO_2\ (g)$$

$$3\ NO\ (g) + H_2O\ (l) \longrightarrow 2\ HNO_3\ (aq) + NO\ (g)$$

$$100\ \text{L disolución} \cdot \frac{100\ \text{cm}^3}{1\ \text{L}} \cdot \frac{1{,}4\ \text{g disolución}}{\text{cm}^3\ \text{disolución}} \cdot \frac{68\ \text{g}\ HNO_3}{100\ \text{g disolución}} \cdot \frac{1\ \text{mol}\ HNO_3}{1\ \text{mol}\ HNO_3} \cdot$$

$$\cdot \frac{22{,}4}{1\ \text{mol}\ NH_3\ \text{cn}} = 2\ 132\ 480\ \text{L}\ NH_3$$

21 Una planta química prepara ácido clorhídrico por reacción entre cloruro sódico y ácido sulfúrico en caliente. Calcula la masa de ácido sulfúrico del 90 % en masa que se necesitará para preparar 100 kg de ácido clorhídrico comercial con una riqueza del 35 % en masa. (Datos: M (Cl) = 35,4532; M (O) = 15,9994; M *(s)* = 32,065; M (H) = 1,00797).

$$2\ NaCl\ (s) + H_2SO_4\ (l) \longrightarrow HCl\ (aq) + Na_2SO_4\ (l)$$

$M\ (H_2SO_4) = 2 \cdot M\ (H) + M\ (s) + 4 \cdot M\ (O) = 2 \cdot 1{,}00797 + 32{,}065 + 4 \cdot 15{,}9994 = 98{,}0785.$

$M\ (HCl) = M\ (H) + M\ (Cl) = 1{,}00797 + 35{,}4532 = 36{,}4612.$

$$100\ \text{kg disolución} \cdot \frac{10^3\ \text{g}}{1\ \text{kg}} \cdot \frac{35\ \text{g HCl}}{100\ \text{g disolución}} \cdot \frac{1\ \text{mol}\ H_2SO_4}{2\ \text{mol Cl}} \cdot \frac{98{,}0785\ \text{g}\ H_2SO_4}{1\ \text{mol}\ H_2SO_4} \cdot$$

$$\cdot \frac{100\ \text{g disolución sulfúrico}}{90\ \text{g}\ H_2SO_4} \cdot \frac{1\ \text{kg}}{10^3\ \text{g}} = 52{,}304\ \text{kg}$$

22 Industrialmente se obtiene el fósforo a partir de fosfato cálcico, sílice y carbón de coque. La mezcla se calienta en un horno hasta unos 1 500 ºC. La reacción produce vapor de fósforo y monóxido de carbono, junto con escorias de silicato cálcico. Los vapores pasan a un condensador que los enfría hasta fósforo líquido, que se deposita bajo agua. Escribe la reacción que tiene lugar, indicando el estado físico de los reactivos. ¿Cómo crees que se aprovecha el CO resultante de la reacción?

$$2\ Ca_3(PO_4)_2\ (s) + 3\ SiO_2\ (s) + 10\ C\ (s) \longrightarrow 4\ P\ (v) + 10\ CO\ (g) + 3\ Ca_2SiO_4\ (s)$$

El CO puede aprovecharse como gas combustible para mantener el calor en el horno de reacción:

$$2\ CO\ (s) + O_2\ (g) \longrightarrow 2\ CO_2\ (g); \quad \Delta H < 0$$

23 Una industria produce gas flúor por electrólisis de criolita (Na_3AlF_6) fundida. Calcula los metros cúbicos de gas flúor, medido en condiciones de 15 °C y 2 atm de presión, que podrá producir a partir de 2 500 kg de un mineral con una riqueza del 82 % en Na_3AlF_6. (Datos: M (Na) = 22,9897; M (F) = 18,9984; M (Al) = 26,9815).

$$Na_3AlF_6\ (l) \longrightarrow 3\ F_2\ (g) + \ldots$$

$M\ (Na_3AlF_6) = 3 \cdot M\ (Na) + M\ (Al) + 6 \cdot M\ (F) = 3 \cdot 22{,}9897 + 26{,}9815 + 6 \cdot 18{,}9984 = 209{,}9410.$

$$2\ 500\ \text{kg criolita} \cdot \frac{10^3\ \text{g}}{1\ \text{kg}} \cdot \frac{82\ \text{g}\ Na_3AlF_6}{209{,}9410\ \text{g}\ Na_3AlF_6} \cdot \frac{3\ \text{mol}\ F_2}{1\ \text{mol}\ Na_3AlF_6} = 29\ 293{,}95\ \text{mol}\ F_2$$

Para averiguar el volumen ocupado por estos moles a 15 °C y 2 atm:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \rightarrow 2\ \text{atm} \cdot V = 29\ 293{,}95\ \text{mol} \cdot 0{,}082\ \frac{\text{atm L}}{\text{K mol}} \cdot (20 + 273{,}15)\ \text{K} \rightarrow V = 352\ 088\ \text{L} = 352\ \text{m}^3$$

24 ¿Qué significa el término *craking*? ¿Para qué se utiliza?

Es un término inglés que designa los procesos por los cuales moléculas orgánicas complejas se rompen en otras más simples. En los derivados del petróleo, permite obtener gasolinas a partir de hidrocarburos de cadenas largas que no son apropiados para los motores de automoción. Aunque su uso principal actualmente es la producción de alquenos de bajo peso molecular como eteno o propeno, destinados a la síntesis química.

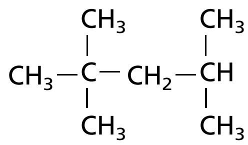
25 ¿Qué es el octanaje de una gasolina? ¿Qué compuesto se toma como referencia? Escribe su fórmula.

El octanaje o índice de octano es una escala para medir el poder antidetonante de un combustible. La llamada detonación en los motores es causada por una inflamación demasiado rápida de la mezcla de aire y gasolina. La consecuencia es un golpeteo brusco en los pistones del motor en lugar de un empuje continuo y regular, de modo que se produce una pérdida de potencia y se perjudica el funcionamiento normal.

Se toman el heptano (nivel 0) y el isooctano (nivel 100) como niveles de referencia. Así, una gasolina de 95 octanos es una gasolina que tiene un poder antidetonante igual al que tendría una mezcla de 95 % de isooctano y 5 % de heptano.

$$CH_3{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_3$$

Heptano



Isooctano

26 Explica qué tipo de contaminación ambiental produce la combustión de derivados del petróleo:

a) Si no tienen impurezas.

b) Si contienen impurezas de azufre.

c) Si contienen impurezas de derivados nitrogenados.

a) Si se trata de hidrocarburos puros, su combustión produce solo CO_2 y H_2O:

$$C_xH_y + O_2\ (g) \longrightarrow CO_2\ (g) + H_2O\ (v)$$

El CO_2 y el H_2O no son sustancias contaminantes. Ambas están presentes de modo natural en la atmósfera y contribuyen al efecto invernadero del planeta. Mientras que la regulación de la humedad atmosférica no se ve afectada por la emisión de vapor los niveles de CO_2 son muy bajos y las variaciones introducidas en ellos por la combustión de hidrocarburos parecen determinantes para cambiar la temperatura media del planeta y desencadenar un conjunto de efectos que se conocen como cambio climático.

b) Si contienen impurezas de azufre, se producen óxidos de este elemento:

$$C_xH_yS_z + O_2\ (g) \longrightarrow CO_2\ (g) + H_2O\ (v) + SO_2\ (g) + SO_3\ (g)$$

Estos óxidos de azufre en combinación con la humedad atmosférica producen la formación de los correspondientes oxoácidos del azufre, que son ácidos fuertes y protagonistas principales de la llamada lluvia ácida, o también de la precipitación seca ácida (cuando se depositan mezclados con partículas de polvo en lugar de gotas de lluvia):

$$SO_2\ (g) + H_2O\ (g) \longrightarrow H_2SO_3\ (l)$$

$$SO_3\ (g) + H_2O\ (g) \longrightarrow H_2SO_4\ (l)$$

c) Si contienen impurezas de nitrógeno también se producen óxidos de este elemento: NO, NO_2, N_2O_3, N_2O_5:

$$C_xH_yN_t + O_2\ (g) \longrightarrow CO_2\ (g) + H_2O\ (v) + N_2O_3\ (g) + N_2O_5\ (g)$$

Al igual que ocurre con los óxidos de azufre, algunos de estos óxidos de nitrógeno, en combinación con la humedad atmosférica, conduce a los correspondientes oxoácidos. Y también en este caso son ácidos fuertes que producen precipitación o deposición ácida:

$$N_2O_5\,(g) + H_2O\,(v) \longrightarrow HNO_3\,(l)$$

27 Un motor de automóvil está adaptado al consumo de *gasohol*, una mezcla de gasolina y alcohol al 15 % en masa en etanol (existen también mezclas comerciales al 10 % y al 85 %). Calcula el calor de combustión de 1 kg de *gasohol*. Se puede asimilar la gasolina a octano puro. Las entalpías de combustión estándares del etanol y del octano son 1 368 kJ/mol y 5 471 kJ/mol, respectivamente. (Datos: M (O) = 15,9994; M (C) = 12,0107; M (H) = 1,00797).

$$150\text{ g } C_2H_6O \cdot \frac{1\text{ mol } C_2H_6O}{46{,}0686\text{ g } C_2H_6O} \cdot \frac{1\,368\text{ kJ}}{1\text{ mol } C_2H_6O} = 4\,454\text{ kJ}$$

$$850\text{ g } C_8H_{18} \cdot \frac{1\text{ mol } C_8H_{18}}{114{,}2291\text{ g } C_8H_{18}} \cdot \frac{5\,471\text{ kJ}}{1\text{ mol } C_8H_{18}} = 40\,711\text{ kJ}$$

El total: 4 454 kJ + 40 711 kJ = 45 165 kJ.

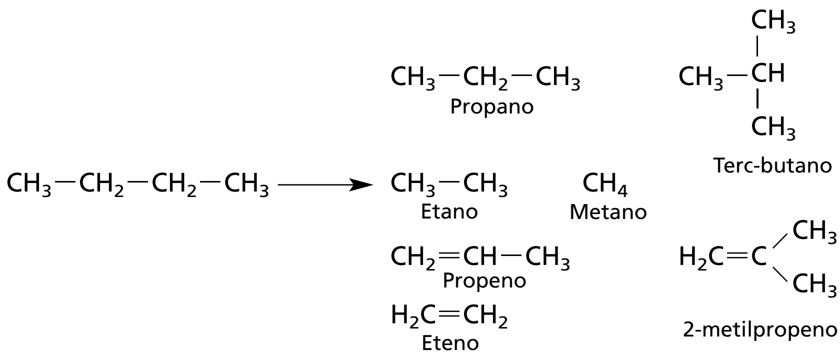
28 Enumera las fracciones principales de la destilación fraccionada del petróleo.

A diferentes alturas de la columna de destilación hay conductos laterales por donde se extraen los componentes cuya volatilidad les permite llegar hasta esta altura. En general, de lo más alto a lo más bajo de la columna, se obtienen gases licuados (butano y propano), gasolina ligera, nafta, queroseno, diesel–oil, gas–oil y, en el fondo de la columna, el llamado residuo atmosférico (porque la destilación se realiza a presión atmosférica). Este residuo atmosférico, sometido a nueva destilación en una columna que trabaje en vacío atmosférico, permite separar fuel–oil, aceites lubricantes y asfalto.

29 Cita y explica en qué consisten los llamados procesos de acabado y transformación del petróleo.

Los procesos de acabado y transformación se realizan para obtener nuevos productos a partir de los obtenidos en la destilación y mejorar sus propiedades. Los principales tratamientos son la hidrogenación y la hidrodesulfuración para la eliminación del azufre, la isomerización para aumentar el índice de octano y el tratamiento con oxidantes, conocido como endulzamiento, para eliminar los mercaptanos. Y, especialmente, dos procesos conocidos como craqueo (que permite obtener hidrocarburos más ligeros que los de partida) y reformado (que permite aumentar el índice de octano de una mezcla de hidrocarburos).

30 Formula y nombra todos los posibles compuestos obtenidos por craqueo y reformado del butano.



31 ¿Qué tipos de combustibles derivados del petróleo conoces y para qué tipo de vehículos se usan?

Según su volatilidad, se pueden clasificar en:

- Gases: metano, etano, propano y butano. Con temperaturas de ebullición por debajo de 0 °C. Aunque algunos vehículos se han adaptado a la combustión de butano, no es muy frecuente. Generalmente se destina a la combustión casera e industrial.

- Éter de petróleo. Con temperaturas de ebullición entre 30 °C y 90 °C. Fracción ligera del petróleo formada principalmente por pentanos y hexanos. Se destina a la producción de gasolinas de alto octanaje.
- Gasolinas. Con puntos de ebullición entre 30° C y 200 °C. Formadas por mezclas de hidrocarburos. Se usan como combustibles en motores de aviación y automoción.
- Queroseno o petróleo refinado. Con puntos de ebullición entre 175 °C y 275 °C. Su uso principal es el de combustible en los motores a reacción y de turbina de gas de cohetes y aviones y, en parte, se añade al diesel de automoción. Combustible de uso específico en maquinaria pesada en minería, movimiento de tierras y agricultura.
- Gasóleos. Se comercializan seis tipos de gasóleo con distintos puntos de ebullición, siempre superiores a las gasolinas. Están formados por alcanos, cicloalcanos e hidrocarburos aromáticos. Se usa en los motores diesel.
- Aceites pesados. Con temperaturas de ebullición entre 175 °C y 400 °C. Usados como combustible en hornos y en motores de compresión.
- Ceras. Sólidas a temperatura ordinaria. Con temperaturas de ebullición de unos 350 °C. No se usa en motores sino como combustibles de calefacción. Su estado sólido les da facilidad de transporte, pero al arder producen mucho humo y dejan muchos residuos sólidos.

32 Cita los derivados industriales del petróleo que conozcas y, al menos, un uso o aplicación para cada uno de ellos.

Entre los derivados del petróleo con aplicaciones industriales, se pueden citar:

- Aceites lubricantes: utilizados para disminuir la fricción en máquinas y motores, disminuir el calentamiento y aumentar el rendimiento.
- Asfalto: usado en la impermeabilización de superficies y, con arenas y gravillas, en la pavimentación de carreteras.
- Plásticos y polímeros: usados para recubrimientos a láminas extensas y para fabricar envases para diversos usos.
- Caucho sintético: destinado a la producción de neumáticos de automoción.
- Fibras textiles sintéticas: como nylon, poliéster y seda artificial.
- Detergentes, jabones y productos blanqueantes.
- Insecticidas: como el malathion, plaguicidas, productos sanitarios y fitosanitarios en general.
- Productos farmacéuticos: como la aspirina o el salbutamol (2-(hidroximetil)-4-[1-hidroxi-2-(tert-butilamino)etil]fenol) que es un antiasmático.
- Explosivos como el TNT, disolventes, pinturas y barnices.

33 Durante el año 2005, el consumo estimado de petróleo fue de 82 459 000 barriles de petróleo al día. El 90 % de este petróleo se destina a su uso como combustible. Calcula los kilogramos y litros de CO_2, medidos en condiciones normales, que cada día se liberan a la atmósfera de la Tierra. Para simplificar los cálculos, puedes considerar que un barril de petróleo contiene 159 L y que la densidad del petróleo es 0,85 g/cm^3. También puedes equiparar todo el petróleo a octano para calcular el CO_2 producido por combustión. (Datos: M(H) = 1,00797; M(C) = 12,0107; M(O) = 15,9994).

$$C_8H_{18}\ (g) + \frac{25}{2}\ O_2\ (g) \longrightarrow 8\ CO_2\ (g) + 9\ H_2O\ (l)$$

$M\ (C_8H_{18}) = 8 \cdot M\ (C) + 18 \cdot M\ (H) = 8 \cdot 12{,}0107 + 18 \cdot 1{,}00797 = 114{,}2291.$

$M\ (CO_2) = M\ (C) + 2 \cdot M\ (O) = 12{,}0107 + 2 \cdot 15{,}9994 = 44{,}0095.$

$$82\,459\,000 \text{ barriles} \cdot \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ barril}} \cdot \frac{850 \text{ g}}{1 \text{ L}} \cdot \frac{1 \text{ mol } C_6H_{18}}{114{,}22291 \text{ g } C_6H_{18}} \cdot \frac{8 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ ml } C_6H_{18}} = 7{,}8 \cdot 10^{11} \text{ mol } CO_2$$

$$7{,}8 \cdot 10^{11} \text{ mol } CO_2 \cdot \frac{22{,}4 \text{ L}}{1 \text{ mol } CO_2 \text{ cn}} = 1{,}748 \cdot 10^{13} \text{ L}$$

$$7{,}8 \cdot 10^{11} \text{ mol } CO_2 \cdot \frac{44{,}0095 \text{ g}}{1 \text{ mol } CO_2} \cdot \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} = 3{,}433 \cdot 10^{10} \text{ kg}$$

34 Compara el poder calorífico de 1 L de metano con el de 1 kg de hidrógeno, medidos ambos en condiciones normales. (Datos: M (H) = 1,00797; M (C) = 12,0107. La entalpía estándar de combustión del H_2 es –286 kJ/mol y la del CH_4 es –890 kJ/mol).

$$CH_4\ (g) + 2\ O_2\ (g) \longrightarrow CO_2\ (g) + 2\ H_2O\ (l)$$

$$H_2\ (g) + \frac{1}{2}\ O_2\ (g) \longrightarrow H_2O\ (l)$$

$M\ (CH_4) = M\ (C) + 4 \cdot M\ (H) = 8 \cdot 12{,}0107 + 4 \cdot 1{,}00797 = 16{,}0426.$

$M\ (H_2) = 2 \cdot M\ (H) = 2 \cdot 1{,}00797 = 2{,}01594.$

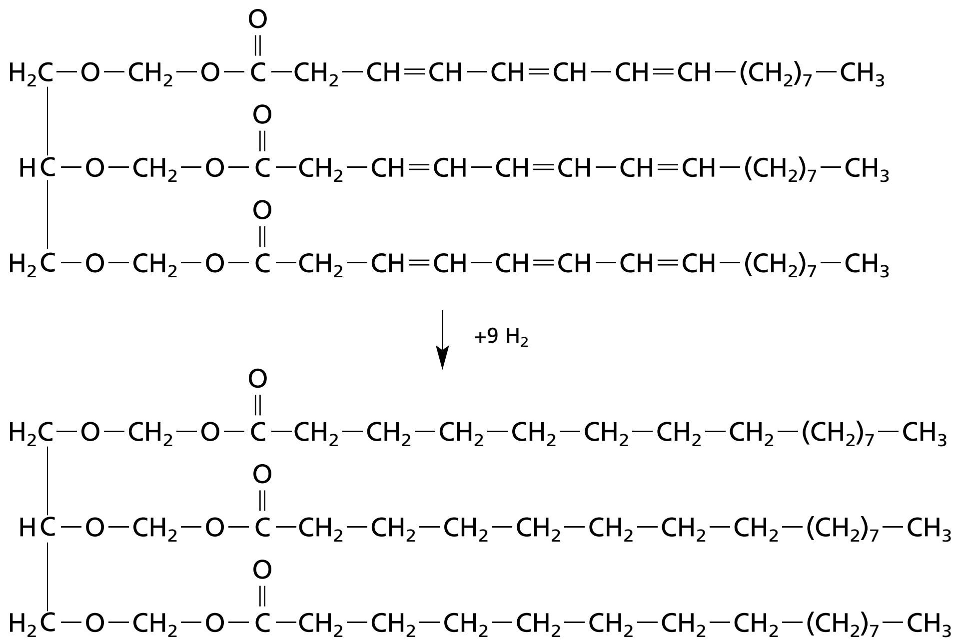
$$1\ \text{kg}\ CH_4 \cdot \frac{10^3\ \text{g}}{1\ \text{kg}} \cdot \frac{1\ \text{mol}\ H_2}{2{,}01594\ \text{g}\ H_2} \cdot \frac{|-286\ \text{kJ}|}{1\ \text{mol}\ H_2} = 141\,869\ \text{kJ}$$

$$1\ \text{kg}\ CH_4 \cdot \frac{10^3\ \text{g}}{1\ \text{kg}} \cdot \frac{1\ \text{mol}\ CH_4}{16{,}0426\ \text{g}\ CH_4} \cdot \frac{|-890\ \text{kJ}|}{1\ \text{mol}\ CH_4} = 55\,477\ \text{kJ}$$

35 Busca los nombres de cinco polímeros plásticos artificiales que se obtengan a partir de derivados del petróleo.

Polipropileno: a partir del etileno.
Polietileno: a partir del etileno.
Poliestireno: a partir del estireno.
Poliisopreno: a partir del isopreno.
Poliuretano: a partir del óxido de propileno.
Plexiglás: a partir de la acetona.

36 En una planta química que trabaja con aceites y grasas se desea hidrogenar por completo un aceite formado básicamente por tri(hexadeca-3,5,7-trienoato) de glicerina. Calcula los litros de hidrógeno, medido en condiciones normales, que se necesitarán para hidrogenar totalmente 100 g del aceite citado y convertirlo, así, en una grasa sólida. (Datos: M (O) = 15,9994; M (C) = 12,0107; M (H) = 1,00797).



$M\ (C_{51}O_6H_{28}) = 51 \cdot M\ (C) + 6 \cdot M\ (O) + 28 \cdot M\ (H) = 51 \cdot 12{,}0107 + 6 \cdot 15{,}9994 + 28 \cdot 1{,}00797 = 736{,}76526.$

$$100\ \text{g triglicérido} \cdot \frac{1\ \text{mol triglicérido}}{736{,}76526} \cdot \frac{9\ \text{mol}\ H_2}{1\ \text{mol triglicérido}} \cdot \frac{22{,}4\ \text{L}}{1\ \text{mol}\ H_2} = 27\,362{,}9\ \text{L}$$

37 El politetrafluoroetileno se conoce con el nombre comercial de teflón. Se fabrica por polimerización del tetrafluoroeteno. Calcula los litros (medidos en cn) de tetrafluoroeteno necesarios para fabricar 200 kg de teflón de masa molecular media igual a 1 500 000. (Datos: *M* (F) = 18,9984; *M* (C) = 12,0107; *M* (H) = 1,00797).

$$n\ CF_2{=}CF_2 \longrightarrow ---CF_2{-}CF_2{-}CF_2{-}CF_2{-}CF_2{-}CF_2---$$

La masa correspondiente al monómero $CF_2{=}CF_2$ es:

$M\ (C_2F_4) = 2 \cdot M\ (C) + 4 \cdot M\ (F) = 2 \cdot 12{,}0107 + 4 \cdot 18{,}9984 = 100{,}0150$.

El número de unidades C_2F_4 que integran una molécula de politetrafluoroetileno de masa molecular media 1 500 000 se puede encontrar dividiendo esta masa molecular por la masa molecular del C_2F_4:

$$\frac{1\ 500\ 000}{100{,}015} = 14\ 998 \text{ moléculas de } C_2F_4$$

Estas moléculas representan un número de moles calculables a partir del número de Avogadro:

$$\frac{14\ 998}{6{,}022 \cdot 10^{23}} = 2{,}49 \cdot 10^{-20} \text{ mol}$$

$$200 \text{ kg teflón} \cdot \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \cdot \frac{1 \text{ mol teflón}}{1\ 500\ 000} \cdot \frac{14\ 998 \text{ mol } C_2F_4}{1 \text{ mol teflón}} \cdot \frac{22{,}4 \text{ L}}{1 \text{ mol } C_2F_4 \text{ (cn)}} = 44\ 793 \text{ L}$$

38 El teflón también puede obtenerse fluorando exhaustivamente el polietileno. Calcula la masa molecular media del teflón obtenido. Halla también los litros de flúor que se necesitarán para fluorar completamente 500 kg de polietileno de alta densidad, de una masa molecular media de 400 000. (Datos: *M* (F) = 18,9984; *M* (C) = 12,0107; *M* (H) = 1,00797).

$$---CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2{-}CH_2--- + n\ F_2 \longrightarrow ---CF_2{-}CF_2{-}CF_2{-}CF_2{-}CF_2{-}CF_2---$$

En el polietileno, la unidad fundamental que se repite es $-CH_2-$, la masa de esta unidad es:

$M\ (CH_2) = M\ (C) + 2 \cdot M\ (H) = 12{,}0107 + 2 \cdot 1{,}00797 = 14{,}0266$.

El número de unidades CH_2 en una molécula de polietileno se puede encontrar dividiendo la masa de una molécula de polietileno por la masa de un eslabón CH_2:

$$\frac{400\ 000}{14{,}0266} = 28\ 517$$

El número de átomos de H a sustituir son dos veces este número, pues en cada unidad hay dos: $2 \cdot 28\ 517 = 57\ 034$.

Tomando este número de átomos de H, son anecdóticos los dos H más de ambos extremos que son CH_3 y no CH_2, se puede encontrar la masa molecular del teflón a partir de la del polietileno:

$M_{\text{teflón}} = M_{\text{polietileno}} - 57\ 034 \cdot M\ (H) + 57\ 034 \cdot M\ (F) = 400\ 000 - 57\ 034 \cdot 1{,}00797 + 57\ 034 \cdot 18{,}9984 =$
$= 1\ 426\ 066$.

$$500 \text{ kg polietileno} \cdot \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \cdot \frac{1 \text{ mol polietileno}}{400\ 000 \text{ g polietileno}} \cdot \frac{28\ 517 \text{ mol } F_2}{1 \text{ mol polietileno}} \cdot \frac{22{,}4 \text{ L}}{1 \text{ mol } F_2 \text{ (cn)}} = 798\ 476 \text{ L}$$

39 El teflón es un material muy resistente a la acción de ácidos, bases y múltiples agentes químicos. También resiste bien la temperatura hasta unos 250 °C. Pero, a partir de unos 350 °C, se degrada, liberando, entre otros productos, ácidos orgánicos polifluorados. Uno de estos ácidos es el difluroetanoico. Se ha demostrado la toxicidad de estos compuestos volátiles, especialmente para los pájaros. Por eso se debe evitar incinerar la basura que lleve residuos de teflón. Suponiendo que un 20 % en moles de los productos de degradación sea ácido difluoroetanoico, calcula la concentración de este ácido producida al quemar 300 kg de teflón de una masa molecular media de 10^6 y diluirse los gases en 1 000 m^3 de aire.

$$---CF_2{-}CF_2{-}CF_2{-}CF_2{-}CF_2{-}CF_2--- \longrightarrow CHF_2{-}COOH$$

$$300 \text{ kg teflón} \cdot \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \cdot \frac{1 \text{ mol teflón}}{10^6 \text{ g teflón}} \cdot \frac{20 \text{ mol } CHF_2{-}COOH}{100 \text{ mol teflón}} = 0{,}06 \text{ mol}$$

$$[CHF_2{-}COOH] = \frac{0{,}06 \text{ mol}}{1\ 000 \text{ m}^3 \text{ aire}} \cdot \frac{1 \text{ m}^3}{10^3 \text{ L}} = 6 \cdot 10^{-8} \text{ M}$$

Formulación y nomenclatura inorgánica

1 Escribe la valencia y el número de oxidación de cada elemento en las siguientes sustancias químicas: H–O–H, H–O–O–H, O=O, H–H, C=O, O=C=O, H–Cl, Cl–Cl, N≡N, H–CN, H–F, F–F, F–O–F.

H—O—H	O: valencia 2, número de oxidación –2. H: valencia 1, número de oxidación +1.
H—O—O—H	O: valencia 2, número de oxidación –1. H: valencia 1, número de oxidación +1.
O=O	O: valencia 2, número de oxidación 0.
H—H	H: valencia 1, número de oxidación 0.
C=O	O: valencia 2, número de oxidación –2. C: valencia 2, número de oxidación –2.
O=C=O	O: valencia 2, número de oxidación –2. C: valencia 4, número de oxidación –4.
H—Cl	Cl: valencia 1, número de oxidación –1. H: valencia 1, número de oxidación +1.
Cl—Cl	Cl: valencia 1, número de oxidación 0.
N≡N	N: valencia 3, número de oxidación 0.
H—C≡N	N: valencia 3, número de oxidación –3. C: valencia 4, número de oxidación +2. H: valencia 1, número de oxidación +1.
H—F	F: valencia 1, número de oxidación –1. H: valencia 1, número de oxidación +1.
F—F	F: valencia 1, número de oxidación 0.
F—O—F	O: valencia 2, número de oxidación +2. F: valencia 1, número de oxidación –1.

2 Escribe el número de oxidación de cada uno de los átomos de los siguientes compuestos: H_2SO_4, K_2O, NaCl, H_2S, $K_2Cr_2O_7$, BaO, BaO_2.

H_2SO_4	H: +1, S: –6, O: –2	K_2O	H: +1, O: –2	NaCl	Na: +1, Cl: –1
H_2S	H: +1, S: –2	$K_2Cr_2O_7$	K: +1, Cr: +6, O: –2	BaO	Ba: +2, O: –2
BaO_2	Ba: +2, O: –1				

3 Cita y formula cinco óxidos que puedas encontrar en tu mismo domicilio.

CO_2, dióxido de carbono (en el aire); H_2O, agua; Fe_2O_3, óxido de hierro (III); SiO_2, quarzo (en la arena); CaO, cal.

4 Menciona un óxido gaseoso, un óxido líquido y un óxido sólido considerados todos ellos a temperatura ambiente.

CO_2, dióxido de carbono (gaseoso); H_2O, agua (líquido); Fe_2O_3, óxido de hierro (sólido).

5 Formula las siguientes sustancias: óxido de calcio, trióxido de dicloro, óxido de litio, óxido de boro, óxido de berilio, óxido de oro (I), óxido de aluminio, óxido de oro (III), pentaóxido de dinitrógeno, óxido de plata, trióxido de dicobalto, óxido de niquel (III), óxido de cesio.

óxido de calcio: CaO	trióxido de dicloro: Cl_2O_3	óxido de litio: Li_2O
óxido de boro: B_2O_3	óxido de berilio: BeO	óxido de oro (I): Au_2O
óxido de aluminio: Al_2O_3	óxido de oro (III): Au_2O_3	pentaóxido de dinitrógeno: N_2O_5
óxido de plata: Ag_2O	trióxido de dicobalto: Co_2O_3	óxido de niquel (III): Ni_2O_3
óxido de cesio: Cs_2O.		

6 Nombra las siguientes sustancias: N_2O_3, Na_2O, K_2O, P_2O_5, SO_2, Cl_2O_3, SO_3, P_2O_3, N_2O_5, CO_2, Br_2O_3, I_2O_5.

N_2O_3 óxido de nitrógeno (III) | Na_2O óxido de sodio | K_2O óxido de potasio
P_2O_5 óxido de fósforo (V) | SO_2 óxido de azufre (IV) | Cl_2O_3 óxido de cloro (III)
SO_3 óxido de azufre (VI) | P_2O_3 óxido de fósforo (III) | N_2O_5 óxido de nitrógeno (V)
CO_2 óxido decarbono (IV) | Br_2O_3 óxido de bromo (III) | I_2O_5 óxido de yodo (V)

7 Formula las siguientes sustancias: hidruro de rubidio, ácido fluorhídrico, hidruro de litio, ácido selenhídrico, hidruro de níquel (III), amoníaco, hidruro de paladio(II), silano, hidruro de cromo (III), borano.

hidruro de rubidio LiH | ácido fluorhídrico HF | hidruro de litio LiH
ácido selenhídrico H_2S | hidruro de níquel (III) NiH_3 | amoníaco NH_3
hidruro de paladio (II) PdH_2 | silano SiH_4 | hidruro de cromo (III) CrH_3
borano BH_3

8 Formula las siguientes sustancias: hidróxido de magnesio, hidróxido de plomo (II), hidróxido de potasio, hidróxido de cobre (II), hidróxido de níquel (II), hidróxido de plomo (IV), hidróxido de aluminio, hidróxido de oro (III), hidróxido de estroncio, hidróxido de platino (II).

hidróxido de magnesio $Mg(OH)_2$ | hidróxido de plomo (II) $Pb(OH)_2$
hidróxido de potasio KOH | hidróxido de cobre (II) $Cu(OH)_2$
hidróxido de níquel (II) $Ni(OH)_2$ | hidróxido de plomo (IV) $Pb(OH)_4$
hidróxido de aluminio $Al(OH)_3$ | hidróxido de oro (III) $Au(OH)_3$
hidróxido de estroncio $Sr(OH)_2$ | hidróxido de platino (II) $Pt(OH)_2$

9 Nombra las siguientes sustancias: $Hg(OH)_2$, $Pb(OH)_2$, CsOH, LiOH, $Sr(OH)_2$, NaOH, RbOH, $Co(OH)_2$, $Bi(OH)_3$, $Sn(OH)_4$.

$Hg(OH)_2$ hidróxido de mercurio (II) | $Pb(OH)_2$ hidróxido de plomo (II)
CsOH hidróxido de cesio | LiOH hidróxido de litio
$Sr(OH)_2$ hidróxido de estroncio | NaOH hidróxido de sodio
RbOH hidróxido de rubidio | $Co(OH)_2$ hidróxido de cobalto (II)
$Bi(OH)_3$ hidróxido de bismuto | $Sn(OH)_4$ hidróxido de estaño (IV)

10 Nombra las siguientes sustancias: H_2O, FrH, AsH_3, AuH_3, HBr, PbH_2, H_2S, SrH_2, CH_4, HgH_2.

H_2O agua | FrH hidruro de francio | AsH_3 arsina
AuH_3 hidruro de oro (III) | HBr ácido bromhídrico | PbH_2 hidruro de plomo (II)
H_2S ácido sulfhídrico | SrH_2 hidruro de estroncio | CH_4 metano
HgH_2 hidruro de mercurio (I)

11 Formula las siguientes sustancias: cloruro de mercurio (II), sulfuro de plata, nitruro de potasio, bromuro potásico, yoduro de litio, carburo magnésico, sulfuro de oro (III), fluoruro de potasio, nitruro de calcio, seleniuro de hierro (III).

cloruro de mercurio (II) $HgCl_2$ | sulfuro de plata Ag_2S | nitruro de potasio K_3N
bromuro potásico KBr | yoduro de litio LiI | carburo magnésico Mg_2C
sulfuro de oro (III) Au_2S_3 | fluoruro de potasio KF | nitruro de calcio Ca_3N_2
seleniuro de hierro (III) Fe_2Se_3

12 Nombra las siguientes sustancias: $PbCl_4$, BeF_2, CsF, ZnS, $BaBr_2$, $RaBr_2$, K_4C, FeI_3, FeN, Al_2S_3.

$PbCl_4$ cloruro de plomo (IV) | BeF_2 fluoruro de berilio | CsF fluoruro de cesio
ZnS sulfuro de cinc | $BaBr_2$ bromuro de bario | $RaBr_2$ bromuro de radio

K_4C carburo potásico FeI_3 yoduro de hierro (III) FeN nitruro de hierro (III)
Al_2S_3 sulfuro de aluminio

13 Nombra las siguientes sustancias: HNO_3, $HClO_4$, $HClO_2$, H_2SO_3, $H_2Cr_2O_7$, H_3BO_3, H_2CO_3, H_3PO_2, HPO_3.

HNO_3 ácido nítrico $HClO_4$ ácido perclórico $HClO_2$ ácido cloroso
H_2SO_3 ácido sulfuroso $H_2Cr_2O_7$ ácido dicrómico H_3BO_3 ácido bórico
H_2CO_3 ácido carbónico H_3PO_2 ácido ortohipofosforoso HPO_3 ácido metafosfórico

14 Nombra las sustancias: $K_2Cr_2O_7$, $CaSO_4$, $CuSO_3$, $LiNO_3$, K_3BO_3, $MgCO_3$, $Cu(ClO_3)_2$.

$K_2Cr_2O_7$ dicromato potásico $CaSO_4$ sulfato cálcico $CuSO_3$ sulfito cúprico
$LiNO_3$ nitrato lítico K_3BO_3 borato potásico $MgCO_3$ carbonato magnésico
$Cu(ClO_3)_2$ clorato cúprico

15 Formula los compuestos: metaborato sódico, silicato magnésico, clorato de plomo (II), peryodato férrico, carbonato magnésico, hipoclorito sódico.

metaborato sódico $NaBO_2$ silicato magnésico Mg_2SiO_4 clorato de plomo (II) $Pb(ClO_3)_2$
peryodato férrico $Fe(IO_4)_3$ carbonato magnésico $MgCO_3$ hipoclorito sódico NaClO

16 Nombra las sustancias: $KLiSO_3$, NH_4BaPO_4, AgCsS, $AuLi(SO_4)_2$, $NH_4K(CO_3)_2$, $PbBaSiO_4$.

$KLiSO_3$ sulfito de litio y potasio NH_4BaPO_4 fosfato de bario y amonio
AgCsS sulfuro de cesio y plata $AuLi(SO_4)_2$ sulfato de litio y oro (III)
$NH_4K(CO_3)_2$ carbonato de potasio y amonio $PbBaSiO_4$ silicato de bario y plomo (II)

17 Nombra las sustancias: $AlCO_3Br$, BeICl, BaClBr, $CuNO_3NO_2$, $(NH_4)_3CO_3Cl$, $NaKB_4O_7$.

$AlCO_3Br$ bromuro y carbonato de aluminio BeICl cloruro y yoduro de berilio
BaClBr bromuro y cloruro de bario $CuNO_3NO_2$ nitrito y nitrato de cobre
$(NH_4)_3CO_3Cl$ cloruro y carbonato de amonio $NaKB_4O_7$ tetraborato de sodio y potasio

18 Formula las sustancias: sufato lítico y sódico, carbonato cuproso y amónico, nitrato de litio y potasio, sulfuro de cesio y francio, borato de magnesio y sodio.

sufato lítico y sódico $NaLiSO_4$ carbonato cuproso y amónico NH_4CuCO_3
nitrato de litio y potasio $KLi(NO_3)_2$ sulfuro de cesio y francio FrCsS
borato de magnesio y sodio $NaMgBO_3$

19 Formula las sustancias: fluoruro y carbonato de aluminio, yoduro y nitrito de calcio, cloruro y bromuro de estroncio, yoduro y sulfuro de aluminio, cloruro y bromuro de calcio.

fluoruro y carbonato de aluminio $AlCO_3F$ yoduro y nitrito de calcio $CaNO_2I$
cloruro y bromuro de estroncio SrBrCl yoduro y sulfuro de aluminio AlSI
cloruro y bromuro de calcio CaBrCl

20 Nombra los compuestos: $NaHSO_4$, KH_2PO_4, $LiHCO_3$, $Cu(HS)_2$, $CsHCO_3$, $Ca(HCO_3)_2$, $BaHPO_4$, AgHSe.

$NaHSO_4$ hidrogenosulfato sódico KH_2PO_4 dihidrogenofosfato potásico
$LiHCO_3$ hidrogenocarbonato lítico $Cu(HS)_2$ hidrogenosulfuro cúprico
$CsHCO_3$ hidrogenocarbonato césico $Ca(HCO_3)_2$ hidrogenocarbonato cálcico
$BaHPO_4$ Hidrogenofosfato bárico AgHSe hidrogenoseleniuro argéntico

21 Formula los compuestos: hidrogenoselenito potásico, hidrogenofosfato cálcico, hidrogenocarbonato potásico, hidrogenosulfuro berílico, dihidrogenopirofosfito estróncico.

hidrogenoselenito potásico $KHSeO_2$
hidrogenofosfato cálcico $CaHPO_4$
hidrogenocarbonato potásico $KHCO_3$
hidrogenosulfuro berílico $Be(HS)_2$
dihidrogenopirofosfito estróncico $SrH_2P_2O_5$

22 Formula las siguientes sustancias: hidroxisulfito de aluminio, dihidroxisulfato de calcio, dihidroxifluoruro de aluminio, dihidroxicarbonato de plomo (IV), trihidroxiyoduro de dicobre.

hidroxisulfito de aluminio $AlSO_3(OH)$
dihidroxisulfato de calcio $CaSO_4(OH)_2$
dihidroxifluoruro de aluminio $AlF(OH)_2$
dihidroxicarbonato de plomo (IV) $PbCO_3(OH)_2$
trihidroxiyoduro de dicobre $Cu_2I(OH)_3$

23 Nombra las siguientes sustancias: $FeSO_3(OH)$, $(NH_4)_2I(OH)$, $AlClO_3(OH)_2$, $BaNO_3(OH)$, $Ra_2Se(OH)_2$.

$FeSO_3(OH)$ Hidrosulfito de hierro (III)
$(NH_4)_2I(OH)$ hidroxiyoduro de diamonio
$AlClO_3(OH)_2$ Dihidroxiclorato de aluminio
$BaNO_3(OH)$ hidroxinitrato de bario
$Ra_2Se(OH)_2$ Dihidroxiseleniuro de radio

24 Formula todos los ácidos que conozcas en los que intervenga el elemento cloro.

HCl ácido clorhídrico
$HClO$ ácido hipocloroso
$HClO_2$ ácido cloroso
$HClO_3$ ácido clórico
$HClO_4$ ácido perclórico

25 Formula todas las sustancias e iones que contengan solo átomos de hidrógeno, de oxígeno o de ambos elementos.

H_2 hidrógeno
O_2 oxígeno
O_3 ozono
H_2O agua
H_2O_2 agua oxigenada
H^+ protón
H_3O^+ ion hidronio
OH ion hidroxilo

26 Formula los siguientes compuestos: ácido fluorhídrico, carbonato de plomo (IV), arsina, óxido áurico, hidrogenocarbonato lítico, nitruro de berilio, metano, metahipoantimoniato de rubidio.

ácido fluorhídrico HF
carbonato de plomo (IV) $Pb(CO_3)_2$
arsina AsH_3
óxido áurico Au_2O_3
hidrogenocarbonato lítico $LiHCO_3$
nitruro de berilio Be_3N_2
metano CH_4
metahipoantimoniato de rubidio $RbSbO$

27 Formula las siguientes sustancias: metafosfito cálcico, hipoclorito magnésico, sulfuro de hidrógeno, heptaoxotetraborato (III) de calcio; azufre, carbonato cálcico, hidróxido de aluminio, aziduro de plomo (II), yoduro potásico, ozono, silano, tiosulfato bárico, hidrógeno.

metafosfito cálcico $Ca(PO)_2$
hipoclorito magnésico $Mg(ClO)_2$
sulfuro de hidrógeno H_2S
heptaoxotetraborato (III) de calcio CaB_4O_7
azufre S_8
carbonato cálcico $CaCO_3$
hidróxido de aluminio $Al(OH)_3$
aziduro de plomo (II) $Pb(N_3)_2$
yoduro potásico KI
ozono O_3
silano SiH_4

tiosulfato bárico BaS_2O_3
hidrógeno H_2

28 Nombra las siguientes sustancias: PH_3, Li_2O, HPO, $LiHCO_3$, K_2SO_3, KHS, $HClO_4$, NaK_2PO_4, $AlCl_2ClO_4$, NH_3.

PH_3 fosfina
Li_2O óxido de litio
HPO ácido metahipofosforoso
$LiHCO_3$ hidrogenocarbonato de lítio
K_2SO_3 sulfito de potasio
KHS hidrógeno sulfuro de potasio
$HClO_4$ ácido perclórico
NaK_2PO_4 fosfato dipotásico y sódico
$AlCl_2ClO_4$ perclorato y dicloruro de aluminio
NH_3 amoníaco

29 Nombra las siguientes sustancias: MgO, SrI_2, HI, HIO_4, $Ca(OH)_2$, $BaCrO_4$, BH_3, SiH_4, BeO, $CaClO_4(OH)$.

MgO óxido de magnesio
SrI_2 yoduro de estroncio
HI ácido yodhídrico
HIO_4 ácido peryódico
$Ca(OH)_2$ hidróxido cálcico
$BaCrO_4$ cromato bárico
BH_3 borano
SiH_4 silano
BeO óxido de berilio
$CaClO_4(OH)$ hidroxiperclorato cálcico

30 Escribe un óxido, un hidruro no metálico, un hidróxido, una sal de ácido hidrácido y otra de ácido oxoácido que puedas encontrar con facilidad en tu casa.

H_2O agua
HCl ácido clorhídrico o salfumán
NaOH hidróxido sódico o sosa cáustica
NaCl cloruro sódico o sal común
$CaCO_3$ carbonato cálcico o mármol.

31 Formula los siguientes sustancias: hidrógenosulfito auroso, carbonato de zinc, helio, óxido plúmbico, hidróxido niquélico, ácido peryódico, monóxido de carbono, nitrógeno, hidroxihipoclorito de estaño (II); hipobromito estánnico; sulfuro de sodio y potasio; nitruro de berilio.

hidrógenosulfito auroso $AuHSO_3$
carbonato de zinc $ZnCO_3$
helio He
óxido plúmbico PbO_2
hidróxido niquélico $Ni(OH)_2$
ácido peryódico HIO_4
monóxido de carbono CO

nitrógeno N_2
hidroxihipoclorito de estaño (II) $SnClO(OH)$
hipobromito estánnico $Sn(BrO)_4$
sulfuro de sodio y potasio $NaKS$
nitruro de berilio Be_3N_2

32 Formula las sustancias: agua, hidróxido plúmbico, argón, silano, ácido yodhídrico, hierro, sulfuro de cromo (III), dihidrogenofosfato cúprico; oxicloruro de aluminio, amoníaco, mercurio, aziduro de estroncio, metahipoarseniato de amonio.

agua H_2O
hidróxido plúmbico $Pb(OH)_4$
argón Ar
silano SiH_4
ácido yodhídrico HI
hierro Fe
sulfuro de cromo (III) Cr_2S_3
dihidrógenofosfato cúprico $Cu(H_2PO_4)_2$
oxicloruro de aluminio $Al(ClO)_3$
amoníaco NH_3
mercurio Hg
aziduro de estroncio $Sr(N_3)_2$
metahipoarseniato de amonio NH_4AsO

Herramientas de la Física

1 Sin utilizar la calculadora, expresa como una única potencia de 10 la siguiente operación:

$$\sqrt{\frac{10^9 \cdot 10^{-6} \cdot (10^{-2})^6}{10^{-4} \cdot 10^{-3}}}$$

Para multiplicar potencias de la misma base se deja la misma base y se suman los exponentes. Para dividirlas se deja la misma base y se restan los exponentes. Para elevar una potencia a otra potencia se deja la misma base y se multiplican los exponentes.

$$\sqrt{\frac{10^9 \cdot 10^{-8} \cdot (10^{-2})^6}{10^{-4} \cdot 10^{-3}}} = \sqrt{\frac{10^9 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-12}}{10^{-4} \cdot 10^{-3}}} = \sqrt{\frac{10^{9-6-12}}{10^{-4-3}}} = \sqrt{\frac{10^{-9}}{10^{-7}}} = \sqrt{10^{-9-(-7)}} = \sqrt{10^{-2}} = 10^{\frac{2}{2}} = 10^{-1}$$

2 La ecuación de un movimiento viene expresada como:

$$x = t^2 - t + 6$$

donde la posición, x, se mide en metros y el tiempo, t, en segundos. ¿En que instantes el móvil pasa por la posición $x = 0$?

Los instantes en que $x = 0$ se obtienen de la ecuación: $0 = t^2 - t + 6$.

$$t = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 6}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{-23}}{2} \quad \rightarrow \quad \text{No hay soluciones reales a la ecuación.}$$

El móvil no pasa nunca por $x = 0$ m.

3 Expresa:

a) En radianes 36°, dejando el resultado en función de π.

b) En grados, 1,2 π radianes.

a) Como 180° son π radianes podemos utilizar la proporción:

$$\frac{\pi \text{ rad}}{180°} = \frac{x \text{ rad}}{2} \quad \rightarrow \quad x = \frac{36° \cdot \pi \text{ rad}}{180°} = 0{,}2\ \pi \text{ rad}$$

b) De la misma forma:

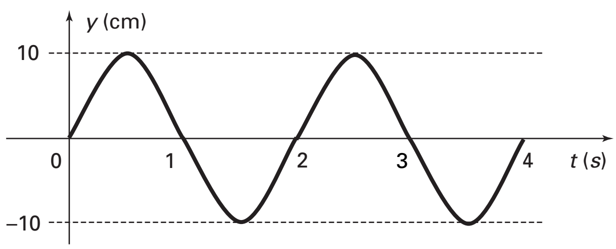
$$\frac{\pi \text{ rad}}{180°} = \frac{1{,}2\ \pi \text{ rad}}{x°} \quad \rightarrow \quad x = \frac{180° \cdot 12{,}2\ \pi \text{ rad}}{\pi \text{ rad}} = 216°$$

4 La ecuación del movimiento de un muñeco que oscila colgado del techo mediante un muelle es:

$$y = 10 \cdot \sin \pi t$$

donde las distancias se expresan en centímetros y el tiempo, en segundos. Represéntala en un diagrama *y-t.*

La gráfica será la misma que la del seno en $t = 0$, $y = 0$; tomando valores entre ± 10 cm y con un periodo de 2 s.



5 Estudiamos el movimiento de un juguete de cuerda y obtenemos los siguientes datos:

***x* (cm)**	0	2	4	6	8	10
***t* (s)**	0	1	2	3	4	5

La representación gráfica de estos datos en un diagrama *x-t* es una recta. Calcula su pendiente e indica su significado físico.

Para calcular la pendiente bastan dos puntos de la recta. Cojamos, por ejemplo, el primero $(t_1, x_1) = (0, 0)$; y el último: $(t_2, x_2) = (5, 10)$.
La pendiente se calcula como:

$$m = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{10\text{ cm} - 0\text{ cm}}{5\text{ s} - 0\text{ s}} = 2\text{ cm/s}$$

La pendiente indica los centímetros que recorre el juguete en cada segundo. Representa, por tanto, la velocidad del juguete.

6 La ecuación de la trayectoria de la Tierra alrededor del Sol es:

$$x^2 + y^2 = 22\,500$$

donde las distancias están expresadas en millones de kilómetros. ¿Qué espacio recorre la Tierra al dar una vuelta completa alrededor del Sol?

La ecuación de la trayectoria corresponde a la de una circunferencia centrada en el origen ($x^2 + y^2 = r^2$). Por tanto el radio sería:

$$r = \sqrt{22\,500} = 150 \text{ millones de kilómetros}$$

El espacio recorrido en una vuelta será la longitud de la circunferencia:

$$L = 2\pi \cdot r$$
$$L = 2\pi \cdot 150 = 942{,}5 \text{ millones de kilómetros}$$

7 Dado el siguiente sistema de vectores:

$$\mathbf{F}_1 = 2\,\mathbf{i} - 5\,\mathbf{j}; \qquad \mathbf{F}_2 = -3\,\mathbf{i} + 2\,\mathbf{j}; \qquad \mathbf{F}_3 = 5\,\mathbf{i}$$

Calcula la resultante y su módulo.

La resultante de un sistema de vectores es la suma de los vectores que componen el sistema:

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 = (2\,\mathbf{i} - 5\,\mathbf{j}) + (-3\,\mathbf{i} + 2\,\mathbf{j}) + 5\,\mathbf{i}$$

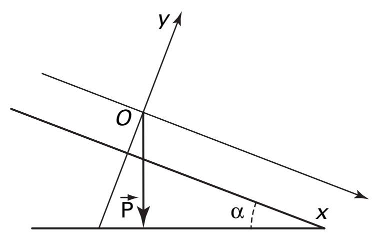
Sacando factor común a los vectores unitarios:

$$\mathbf{R} = (2 - 3 + 5)\,\mathbf{i} + (-5 + 2)\,\mathbf{j} = 4\,\mathbf{i} - 3\,\mathbf{j}$$

El módulo será:

$$R = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5 \text{ U}$$

8 Sabiendo que $\alpha = 30°$, calcula las componentes del vector **P**, cuyo módulo es 700,0 U, en el sistema de coordenadas de la figura.



El ángulo que forma el vector **P** con el eje de las *y* es igual a α, por ser ángulos de lados perpendiculares. Las componentes P_x y P_y se obtienen trazando las perpendiculares desde el extremo del vector a los ejes.

En el triángulo rectángulo $\widehat{OAB}$, las definiciones del seno y coseno del ángulo α, permiten calcular las componentes del vector **P:**

$$\sin \alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{OB}} = \frac{P_x}{P} \quad \rightarrow \quad P_x = P \cdot \sin \alpha \quad \rightarrow \quad P_x = 700 \cdot \sin 30° = 350{,}0 \text{ U}$$

$$\cos \alpha = \frac{\overline{OA}}{\overline{OB}} = \frac{P_y}{P} \quad \rightarrow \quad P_y = P \cdot \cos \alpha \quad \rightarrow \quad P_y = 700 \cdot \cos 30° = 606{,}2 \text{ U}$$

9 Dados los vectores $\mathbf{a} = 2\,\mathbf{i} - 3\,\mathbf{j}$ y $\mathbf{b} = 3\,\mathbf{i} + 3\,\mathbf{j}$, calcula:

a) El producto escalar.

b) El ángulo que forman.

c) El área del paralelogramo que originan.

a) Utilizando la expresión cartesiana del producto escalar obtenemos:

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 2 \cdot 3 + (-3) \cdot 3 = -3 \text{ U}^2$$

b) Como conocemos el producto escalar, el ángulo que forman los vectores se puede calcular a partir de su coseno:

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a \cdot b \cdot \cos \alpha \quad \rightarrow \quad \cos \alpha = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{a \cdot b}$$

Los módulos son: $a = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = 3{,}61$ U; $b = \sqrt{3^2 + 3^2} = 4{,}24$ U.

$$\cos \alpha = \frac{-3}{3{,}61 \cdot 4{,}24} = -0{,}20 \quad \rightarrow \quad \alpha = \cos^{-1}(-0{,}20) = 101{,}3°$$

c) El área del paralelogramo que engendran coincide con el módulo de su producto vectorial:

$$A = |\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = a \cdot b \cdot \sin \alpha = 3{,}61 \cdot 4{,}24 \cdot \sin 101{,}3° = 15 \text{ U}^2$$

10 La ecuación del movimiento de una piedra que ha sido lanzada al mar con un cierto ángulo desde un acantilado viene dada por:

$$\mathbf{r}\,(t) = 4{,}3 \cdot t\,\mathbf{i} + (15 + 2{,}5 \cdot t - 4{,}9 \cdot t^2)\,\mathbf{j}$$

donde las distancias se expresan en metros y el tiempo, en segundos.

a) Sabiendo que la velocidad es la derivada de la posición respecto del tiempo, calcula la velocidad en el instante $t = 1$ s.

b) Sabiendo que la aceleración es la derivada de la velocidad respecto del tiempo, calcula la aceleración de la piedra en cualquier instante.

a) Para derivar un vector hay que derivar cada una de sus componentes:

$$\mathbf{v}\,(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\,\mathbf{r}\,(t) = 4{,}3\,\mathbf{i} + (2{,}5 - 9{,}8 \cdot t)\,\mathbf{j} \text{ m/s}$$

En el instante $t = 1$ s, la velocidad vale:

$$\mathbf{v}\,(1) = 4{,}3\,\mathbf{i} + (2{,}5 - 9{,}8)\,\mathbf{j} = 4{,}3\,\mathbf{i} - 7{,}3\,\mathbf{j} \text{ m/s}$$

b) La derivada de la velocidad es:

$$\mathbf{a}\,(t) = \mathbf{v}\,(t) = 0\,\mathbf{i} - 9{,}8\,\mathbf{j} = -9{,}8\,\mathbf{j} \text{ m/s}^2$$

La aceleración es constante.

11 Dada la función vectorial:

$$\mathbf{r}\,(t) = 9 \sin \frac{\pi}{3}\, t\, \mathbf{i} + 9 \cos \frac{\pi}{3}\, t\, \mathbf{j}$$

Calcula:

a) Su derivada respecto del tiempo.

b) El módulo de la derivada.

c) La derivada de este módulo.

d) La derivada de la derivada (segunda derivada).

e) El módulo de la segunda derivada.

Para derivar un vector hay que derivar cada una de sus componentes:

a) $\dfrac{d}{dt}\, \mathbf{r}\,(t) = \mathbf{r}'\,(t) = 9 \cdot \dfrac{\pi}{3} \cos \dfrac{\pi}{3}\, t\, \mathbf{i} - 9 \cdot \dfrac{\pi}{3} \sin \dfrac{\pi}{3}\, t = 3\pi \cos \dfrac{\pi}{3}\, t\, \mathbf{i} - 3\pi \sin \dfrac{\pi}{3}\, t\, \mathbf{j}$.

b) El módulo de esta derivada sería:

$$|\mathbf{r}'(t)| = \sqrt{\left(3\pi \cos \frac{\pi}{3}\, t\right)^2 + \left(-3\pi \sin \frac{\pi}{3}\, t\right)^2} = \sqrt{9\pi^2 \cos^2 \frac{\pi}{3}\, t + 9\pi^2 \sin^2 \frac{\pi}{3}\, t} = \sqrt{9\pi^2 \left(\cos^2 \frac{\pi}{3}\, t + \sin^2 \frac{\pi}{3}\, t\right)} = 3\pi$$

c) El módulo de la derivada es constante, en consecuencia su derivada será cero:

$$\frac{d}{dt}\, |\mathbf{r}'(t)| = 0$$

d) En este caso hay que derivar, respecto del tiempo, la función vectorial: $\mathbf{r}'(t) = 3\pi \cos t\, \mathbf{i} - 3\pi \sin t\, \mathbf{j}$.

$$\frac{d}{dt}\, \mathbf{r}'(t) = \mathbf{r}''(t) = -3\pi \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{3}\, t\, \mathbf{i} - 3\pi \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{3}\, t\, \mathbf{j} = -\pi^2 \sin \frac{\pi}{3}\, t\, \mathbf{i} - \pi^2 \cos \frac{\pi}{3}\, t\, \mathbf{j}$$

e) $|\mathbf{r}''(t)| = \sqrt{\left(-\pi^2 \sin \dfrac{\pi}{3}\, t + -\pi^2 \cos \dfrac{\pi}{3}\, t\right)^2} = \sqrt{\pi^4 \sin^2 \dfrac{\pi}{3}\, t + \pi^4 \cos^2 \dfrac{\pi}{3}\, t} = \sqrt{\pi^4 \cdot \left(\sin^2 \dfrac{\pi}{3}\, t + \cos^2 \dfrac{\pi}{3}\, t\right)} = \pi^2$.

9 La ciencia y sus métodos

1 Indica el modelo que tomarías para la Tierra si quisieras estudiar el sistema planetario. ¿Y si quieres estudiar las mareas?

Cuando se estudia el sistema planetario, el planeta Tierra y el resto se consideran masas puntuales.

Cuando se estudian las mareas la Tierra se considera una esfera de radio R_T.

2 La cantidad de energía absorbida por un cuerpo con el fin de aumentar su temperatura depende del material de que está hecho el propio cuerpo, de su masa y del aumento de temperatura. Diseña tres experimentos para estudiar la relación entre estas variables, indicando en cada caso cuáles de ellas se deben fijar.

- Fijando las variables masa y naturaleza del cuerpo se irían comunicando a masas iguales del mismo cuerpo distintas cantidades de calor y se medirían los incrementos de temperatura, representando los resultados en una gráfica calor-temperatura.
- Fijando las variables naturaleza del cuerpo e incremento de temperatura se iría comunicando la cantidad de calor necesaria para que distintas masas del mismo cuerpo adquieran el mismo aumento de temperatura, representando los resultados en una gráfica calor-masa.
- Fijando las variables masa e incremento de temperatura se iría comunicando la cantidad de calor necesaria a masas iguales de diferentes cuerpos para obtener los mismos incrementos de temperatura, ordenando y clasificando los resultados.

3 Busca en libros, en enciclopedias o en Internet la definición de las siguientes unidades fundamentales del Sistema Internacional: metro, kilogramo, segundo, amperio, kelvin y mol.

El **metro** (m) es la longitud del trayecto recorrido por la luz, en el vacío, durante un tiempo igual a 1/299 792 458 de segundo.

El **kilogramo** (kg) es igual a la masa del prototipo internacional del kilogramo.

El **segundo** (s) es la duración de 9 192 631 770 periodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de cesio 133.

El **amperio** (A) es la intensidad de una corriente constante que manteniéndose en dos conductores paralelos, rectilíneos, de longitud infinita, de sección circular despreciable y situados a una distancia de un metro uno de otro en el vacío, produciría una fuerza igual a $2 \cdot 10^{-7}$ N por metro de longitud.

El **kelvin** (K), unidad de temperatura termodinámica, es la fracción 1/273,16 de la temperatura termodinámica del punto triple del agua.

El **mol** (mol) es la cantidad de sustancia de un sistema que contiene tantas entidades elementales como átomos hay en 0,012 kg de carbono 12.

4 La fuerza se puede calcular como el producto de la masa por la aceleración. Calcula la ecuación de dimensiones de esta magnitud.

La masa es una magnitud fundamental y la aceleración tiene dimensiones:

$$[a] = L \cdot T^{-2}$$

$$F = m \cdot a \quad \rightarrow \quad [F] = M \cdot L \cdot T^{-2}$$

5 Comprueba que la siguiente fórmula es homogénea, es decir, que la dimensión de todos los términos es una longitud:

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

El primero de los términos es una velocidad por un tiempo. El segundo, una aceleración por un tiempo al cuadrado.

La ecuación de dimensiones de la velocidad y la aceleración son: $[v] = L \cdot T^{-1}$ y $[a] = L \cdot T^{-2}$.

$$[v_0 \cdot t] = L \cdot T^{-1} \cdot T = L; \quad [a \cdot t^2] = L \cdot T^{-2} \cdot T^2 = L$$

6 Medimos la longitud de una mesa y resulta un valor de 98,50 cm. ¿Cuántas cifras significativas tiene la medida? Expresa el valor en metros y en milímetros indicando, en cada caso, el número de cifras significativas.

El valor de la medida tiene cuatro cifras significativas.

Las cifras significativas de una medida son independientes de las unidades en que se exprese, por tanto, en metros: 0,9850 m; en milímetros: 985,0 mm, siempre con cuatro cifras significativas.

7 ¿Cómo hallarías el volumen exterior de un portalápices cilíndrico si dispones de una regla milimetrada? ¿Qué tipo de medida realizas, directa o indirecta?

El volumen de un cilindro se puede calcular como: $V = \pi \cdot R^2 \cdot h$.

Se mide el diámetro y la altura, tomando como incertidumbre de la medida la sensibilidad del aparato de medida, es decir, de ± 1 mm, y se calcula el volumen con la relación anterior.

Las medidas del diámetro y de la altura son directas. La del volumen indirecta.

8 Se mide la masa y el volumen de un sólido, obteniendo como resultados $m = 46{,}72$ g y $V = 24{,}5$ cm^3. Calcula su densidad y escríbela con el número de decimales correcto.

La densidad se calcula como el cociente entre la masa y el volumen; por tanto, se debe redondear hasta un número de cifras significativas igual a las del dato que menos tenga, en este caso es el volumen, que tiene solo tres cifras significativas:

$$d = \frac{m}{V} = \frac{46{,}72}{24{,}5} = 1{,}91 \text{ g/cm}^3$$

9 Halla la densidad de una esfera de diámetro 2,1 cm, y cuya masa es de 20,28 g.

El volumen hay que redondearlo a dos cifras significativas, que son las que tiene el radio:

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 = 4{,}8 \text{ cm}^3$$

El valor de la densidad habrá que redondearlo a dos cifras significativas:

$$d = \frac{m}{V} = \frac{20{,}28}{4{,}8} = 4{,}2 \text{ g/cm}^3$$

10 Indica la incertidumbre de las siguientes medidas y escríbelas acompañadas de esa incertidumbre: 2,04 g; 18,152 m y 5,4 °C.

Las incertidumbres son de centésimas de gramos, 0,01 g; milímetros, 0,001 m y décimas de grado Celsius, 0,1 °C. Los valores se escribirían: (2,04 ± 0,01) g; (18,152 ± 0,001) m; (5,4 ± 0,1) °C.

11 Se hacen cinco medidas del ancho de una calculadora de bolsillo y se obtienen los siguientes valores: 7,0 cm; 6,9 cm; 7,0 cm; 7,1 cm y 7,0 cm. ¿Qué valor das para el ancho de la calculadora?

En un conjunto de medidas, se toma como valor exacto, la media aritmética de los valores medidos. Tomaríamos como ancho de la calculadora la media aritmética de estos valores:

$$\bar{x} = \frac{7{,}0 + 6{,}9 + 7{,}0 + 7{,}1 + 7{,}0}{5} = 7{,}0 \text{ cm}$$

12 Un bebé inquieto se pesa varias veces en una balanza pediátrica. Se obtienen los siguientes resultados: 7 840 g; 7 920 g; 9 800 g; 7 800 g; 7 960 g y 7 880 g. ¿Cómo interpretas la tercera medida? ¿Qué valor tomas como verdadero? Expresa el peso del bebe correctamente e indica el error relativo de la medida.

La tercera media, 9 800 g, está muy apartada del resto de la serie, evidentemente se ha cometido un error al realizarla, en consecuencia no la tendremos en cuenta.

El valor verdadero será la media aritmética de los cinco valores válidos de la serie.

$$\bar{x} = \frac{7\,840 + 7\,920 + 7\,800 + 7\,960 + 7\,880}{5} = 7\,880 \text{ g}$$

El error absoluto será:

$$\varepsilon_a = \frac{40 + 40 + 80 + 80}{5} \text{ g} = 48 \text{ g}$$

El error se ajusta por exceso a una cifra significativa: $\varepsilon_a = 50$ g.

La expresión del peso del bebé será:

$$m = 7\,880 \pm 50 \text{ g}$$

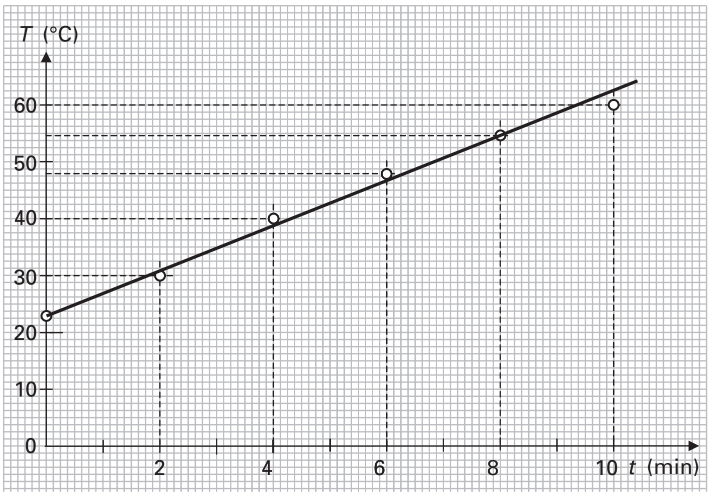
El error relativo será:

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_a}{m} \cdot 100 = \frac{50}{7\,880} \cdot 100 = 0{,}6\ \%$$

13 Calentamos con un hornillo 500 g de agua, inicialmente a 23 °C, tomando valores de temperaturas cada 2 minutos. Los datos obtenidos los ordenamos en esta tabla:

***t* (min)**	0	2	4	6	8	10
***T* (°C)**	23	30	40	48	54	60

Representa los datos de la tabla en una gráfica y estudia qué tipo de relación existe entre las dos variables.



Los puntos están más o menos alineados de forma que se pueden ajustar a una recta que corta al eje de temperaturas en el punto 23 °C.

$$T = m \cdot t + 23$$

El tipo de relación de las magnitudes es, en consecuencia, lineal.

14 Explica en qué consiste cada una de las fases de la actividad científica.

- **Plantear un problema o una pregunta:** el origen puede estar en tener que resolver una situación surgida dentro del contexto social o la simple curiosidad de conocer la explicación de un fenómeno observado.

- **Análisis de la situación:** se recurre a modelos simplificados de las situaciones que se quieren estudiar.
- **Recopilación, análisis y estudio de la información:** se recurre a temas ya estudiados y que guarden algún tipo de relación con el problema planteado.
- **Enunciado de hipótesis:** se enuncian explicaciones coherentes con los conocimientos que se tienen y que se puedan contrastar experimentalmente.
- **Experimentación:** se reproduce el fenómeno en condiciones controladas.
- **Ordenación y análisis de los datos experimentales:** se ordenan los datos en tablas y se analizan mediante gráficas las posibles regularidades o relaciones entre las variables.
- **Comunicación de los resultados:** se hacen públicos los resultados de forma que la comunidad científica tenga acceso a ellos y pasen, si procede, a formar parte de la estructura de conocimientos que existan en ese momento.

15 Indica cuáles de los siguientes términos tienen más afinidad con el trabajo científico: comprobar, credulidad, constatar, idear, transigir, dogmatismo, intolerancia, medir, creer, superstición, inducción y deducción.

Los términos más afines son:

Comprobar y constatar: son sinónimos de confirmar algo.

Inducir: es realizar razonamientos que van de lo particular a lo general.

Idear: es sinónimo de imaginar.

Medir: es comparar con una cantidad tomada como unidad.

Deducir: es obtener consecuencias de algo.

16 Enumera objetos de uso cotidiano que son resultado de la investigación espacial.

El velcro, los pañales, los parches transcutáneos, el láser, las herramientas inalámbricas, la vitrocerámica, el vidrio pirex, etc.

17 Busca información sobre las vidas de estas científicas: Hipatia de Alejandría, Lise Meitner, Maria Sklodowska.

Hipatia de Alejandría (370-415): nació en Alejandría, su padre era matemático y profesor de museo y se preocupó de darle una buena formación y lo consiguió, pues Hipatia fue una filósofa, astrónoma y matemática que llegó a superar a su padre.

Contribuyó a la invención de aparatos como el aerómetro y construyó el astrolabio.

Era defensora del heliocentrismo (teoría que defiende que la Tierra gira alrededor del Sol).

Trabajó sobre escritos relacionados con las ecuaciones diofánticas, sobre las cónicas y la geometría y también elaboró tablas sobre los movimientos de los astros.

Estudió en el museo y después viajó por Italia y Atenas donde perfeccionó sus conocimientos, y cuando volvió a Alejandría fue profesora durante 20 años. Enseñó matemáticas, astronomía, lógica, filosofía, mecánica... de todas partes del mundo llegaban estudiantes para aprender de ella.

En el año 415, cuando tenia 45 años, fue asesinada por monjes fanáticos de la iglesia de San Cirilo de Jerusalén ya que ella era partidaria del racionalismo científico griego y no quiso convertirse al cristianismo.

Lise Meitner (1878-1968): especialista austriaca en física nuclear, nacida en Viena y fallecida en Cambridge. Estudió en las universidades de su ciudad natal y de Berlín. En 1917 se encargó de la cátedra de física del Instituto del Emperador Guillermo, de Berlín-Dahlem, e inició su colaboración con el director del mismo, Otto Hahn, con quien descubrió el protactinio.

En 1939 propuso una interpretación de los experimentos de bombardeo con neutrones, realizados por Hahn y su ayudante Fritz Strassmann, que allanó de manera extraordinaria el camino para lograr, de forma práctica, la liberación de la energía atómica.

A causa de su ascendencia parcialmente judía, Lise Meitner se vio obligada a emigrar de Alemania cuando se hizo cargo del poder el Partido Nacionalsocialista en 1933. Primero vivió en Holanda y luego en Suecia, donde estuvo relacionada con el Instituto Nobel. Explicó física como profesora visitante el año 1946 en la Universidad Católica de América, para regresar en el mismo año a Suecia e incorporarse al equipo de investigación atómica de la Universidad de Estocolmo.

Recibió varios doctorados Honoris Causa y, junto con Otto Hahn, la medalla de oro Max-Plank en 1949, el premio Otto Hahn de Física y Química en 1955 y el premio Enrico Fermi junto con Hahn y Strassmann en 1966.

En 1994, la IUPAC aprobó el nombre de los seis elementos pesados descubiertos últimamente: el último es el 109, Meitnerio, Mt, en honor a Lise Meitner.

Maria Sklodowska, de casada Marie Curie: nació el 7 de noviembre de 1867 en Varsovia (Polonia), hija de un profesor de física. En 1891 se matriculó en el curso de ciencias de la Universidad parisiense de la Sorbona.

Pasados dos años, finalizó sus estudios de física con el número uno de su promoción. En 1894 conoció a Pierre Curie. En este momento, los dos trabajaban en el campo del magnetismo. Marie Curie estaba interesada en los recientes descubrimientos de los nuevos tipos de radiación. Wilhelm Roentgen había descubierto los rayos X en 1895, y en 1896 Antoine Henri Becquerel descubrió que el uranio emitía radiaciones invisibles similares. Por todo esto comenzó a estudiar las radiaciones del uranio y, utilizando las técnicas piezoeléctricas inventadas por Pierre, midió cuidadosamente las radiaciones en la pechblenda, un mineral que contiene uranio. Cuando vio que las radiaciones del mineral eran más intensas que las del propio uranio, se dio cuenta de que tenía que haber elementos desconocidos, incluso más radiactivos que el uranio.

Marie Curie fue la primera en utilizar el término «radiactivo» para describir los elementos que emiten radiaciones cuando se descomponen sus núcleos. Su marido acabó su trabajo sobre el magnetismo para unirse a la investigación de su esposa, y en 1898 el matrimonio anunció el descubrimiento de dos nuevos elementos: el polonio (Marie le dio ese nombre en honor de su país de nacimiento) y el radio. Durante los siguientes cuatro años el matrimonio, trabajando en condiciones muy precarias, trató una tonelada de pechblenda, de la que aislaron una fracción de radio de un gramo.

En 1903 les concedieron el Premio Nobel de Física por el descubrimiento de los elementos radiactivos, que compartieron con Becquerel. Marie Curie se convirtió en la primera mujer que recibía este premio. En 1904 Pierre Curie fue nombrado profesor de física en la Universidad de París, y en 1905 miembro de la Academia Francesa. Estos cargos no eran normalmente ocupados por mujeres, y Marie no tuvo el mismo reconocimiento. Pierre falleció mientras cruzaba la calle Dauphine, atropellado por un carro de caballos el 19 de abril de 1906. A partir de este momento, Marie se ocupó de sus clases y continuó sus propias investigaciones.

En 1911, la otorgaron un segundo Nobel, el de Química, por sus investigaciones sobre el radio y sus compuestos. Fue nombrada directora del Instituto de Radio de París en 1914 y se fundó el Instituto Curie. Marie Curie sufrió una leucemia perniciosa causada por las largas exposiciones a la radiación. Falleció el 4 de julio de 1934 en la Alta Saboya.

18 Diferencia entre ley y teoría. Pon un ejemplo.

Una ley es una hipótesis confirmada que muestra una relación cuantitativa entre dos o más variables.

Una teoría es un conjunto de leyes coherentes entre si.

19 ¿Por qué son necesarios los modelos científicos?

Los modelos idealizan las situaciones que se quieren estudiar, las simplifican. Con ellos se reducen las variables de las que depende el fenómeno, se aíslan del entorno, se idealiza su comportamiento de forma que sea más fácil estudiarlo.

20 Menciona instituciones españolas relacionadas con la investigación científica y tecnológica.

Centro Nacional de Microelectrónica (CNM); Instituto del frio (IF); Instituto de robótica e informática industrial (IRII); Instituto de química física Rocasolano (IQFR); Instituto de microbiología bioquímica (IMB); Instituto de investigaciones marinas (IIM); Instituto de investigación en inteligencia artificial (IIIA); Instituto de ciencias del espacio (ICE); Instituto de ciencia y tecnología de polímeros (ICTP); Instituto de biología y genética molecular (IBGM); Centro de investigación en nanociencia y nanotecnología (CIN2); Centro de astrobiología (CAB).

21 El sistema solar, a lo largo de la historia, ha sido modelizado de diferentes formas. Indica y explica dos de ellas.

Modelo geocéntrico: la Tierra se encuentra inmóvil en el centro del universo, el Sol, la Luna y los planetas giran alrededor de ella en órbitas circulares.

Modelo heliocéntrico: el Sol se encuentra en el centro del universo, la Tierra y los planetas giran alrededor de él en órbitas elípticas.

22 ¿Qué validez científica tiene esta hipótesis: «los rayos son lanzados por Zeus para castigar las acciones de los humanos»? ¿Por qué?

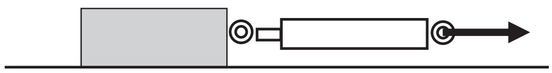
Ninguna. Las hipótesis deben ser coherentes con los conocimientos que se tienen y deben poder contrastarse experimentalmente.

23 A principios del siglo XVIII se trabajaba con la siguiente hipótesis: «el calor es un fluido que pasa de los cuerpos de mayor temperatura a los de menor temperatura». ¿Se podía considerar hipótesis científica este enunciado? Y en la actualidad, ¿se puede considerar como hipótesis científica?

Si, es compatible con los conocimientos que se tenían en ese momento. En la actualidad se sabe que el calor no es un fluido, en consecuencia, no se pude considerar como hipótesis.

24 Diseña un experimento para comprobar la siguiente hipótesis: «el rozamiento es debido a las rugosidades que existen en las superficies de los cuerpos en contacto».

Se cogen cuerpos iguales, misma masa, mismo material, misma forma, que se diferencien solo en el estado de rugosidad de sus superficies y estudiamos la fuerza necesaria para ponerles en movimiento mediante un dinamómetro.



25 Idea un modelo sobre la evaporación de un líquido, indicando las posibles variables de las que depende este fenómeno.

Supongamos que la materia está compuesta por partículas en constante movimiento, y que el movimiento tiene que ver con la temperatura. En el estado líquido, las partículas tienen cierta capacidad de desplazamiento, aunque existe cohesión entre ellas. Al aumentar la temperatura del líquido, las partículas aumentan su velocidad de forma que las que se encuentren en la superficie del líquido, pueden desprenderse de las fuerzas de cohesión que las mantenían unidas dando lugar al fenómeno de la evaporación.

Con este modelo las posibles variables de las que depende el fenómeno serán:

- La temperatura: a mayor temperatura mayor evaporación.
- El tamaño de la superficie del líquido: a mayor superficie mayor evaporación.
- La presión en el exterior del líquido: a mayor presión menor evaporación.

26 Son las 10 h del viernes y hasta las 12 h del próximo lunes no irá a casa un fontanero a reparar un grifo que gotea constantemente. ¿Cómo determinarás la cantidad de agua perdida en ese tiempo?

Si el goteo es constante, medimos el volumen, V', recogido en una hora. El volumen, V, recogido en las 74 horas que van desde las 10 h del viernes hasta las 12 h del lunes será:

$$V = 74 \cdot V'$$

27 Aplica la manera de trabajar de los científicos al estudio de la siguiente observación: «dos bolas, una de cuero y otra de corcho, se dejan sobre la superficie del agua, y mientras la de cuero se hunde, la de corcho queda flotando».

Se emitirían hipótesis sobre la causa que hace hundirse a la bola de cuero y no a la de corcho. La hipótesis más lógica es pensar que se hunde la de cuero porque pesa más. Se contrastaría «la causa del hundimiento es la masa de la bola» con experimentos en los que la variable independiente fuera la masa. Los experimentos indicarían que las bolas de corcho siempre flotan y las de cuero siempre se hunden, independientemente de la masa. Habría que volver a emitir hipótesis, en este caso la más lógica sería afirmar «el tipo de material es la causa de que una se hunda y otra no». Volveríamos a experimentar en este caso con bolas idénticas en masa una de cuero y otra de corcho. Los resultados indicarían que el cuero y el corcho tienen una propiedad diferente de la masa que les diferencia en su comportamiento frente a la flotación.

28 La resistencia eléctrica de un conductor depende del tipo de material, de la longitud del conductor y de su sección. ¿Cómo controlarás estas tres variables para estudiar la relación que existe entre la longitud y la resistencia eléctrica?

Cogeríamos varios conductores de un mismo material y de la misma sección pero de diferentes longitudes.

29 Se toman medidas y se ordenan en una tabla para determinar la densidad de una roca de apariencia homogénea.

a) Calcula la media aritmética de las densidades.

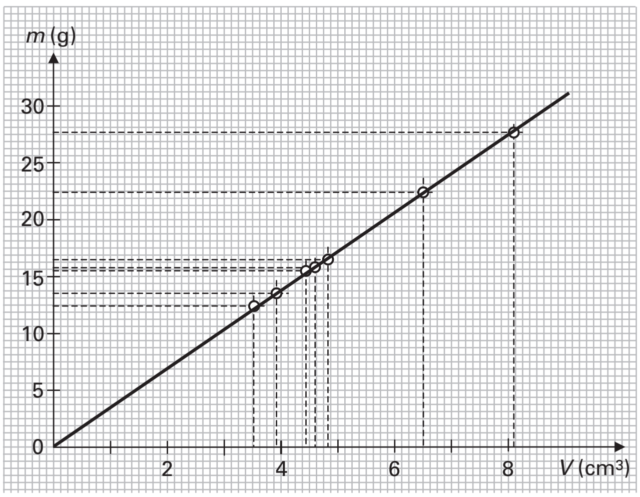
b) Con los valores de la tabla, haz una gráfica y calcula la densidad sobre ella.

***m*(g)**	***V*(cm³)**	***d*(g/cm³)**
12,20	3,56	3,43
13,52	3,92	3,45
15,16	4,42	3,43
15,80	4,59	3,44
16,50	4,81	3,43
22,40	6,49	3,45
27,70	8,12	3,41

a) La densidad calculada como media aritmética de las medidas es:

$$d = \frac{3{,}43 + 3{,}45 + 3{,}43 + 3{,}44 + 3{,}43 + 3{,}45 + 3{,}41}{7} = 3{,}43\ \text{g/cm}^3$$

b) La representación gráfica es una recta que pasa por el origen, es decir, una ecuación del tipo $y = m \cdot x$. En nuestro caso: masa = Cte · Volumen.



La constante coincide con la densidad de la roca y a su vez con la pendiente de la recta. Por tanto, tomando dos puntos de la recta, por ejemplo el primero (3,56, 12,20) y el penúltimo (6,49, 22,40) la densidad sería:

$$d = \frac{22{,}40 - 12{,}20}{6{,}49 - 3{,}56} = 3{,}48\ \text{g/cm}^3$$

30 La fuerza de rozamiento con el aire de un objeto que se mueve en la atmósfera terrestre varía con la velocidad según la tabla:

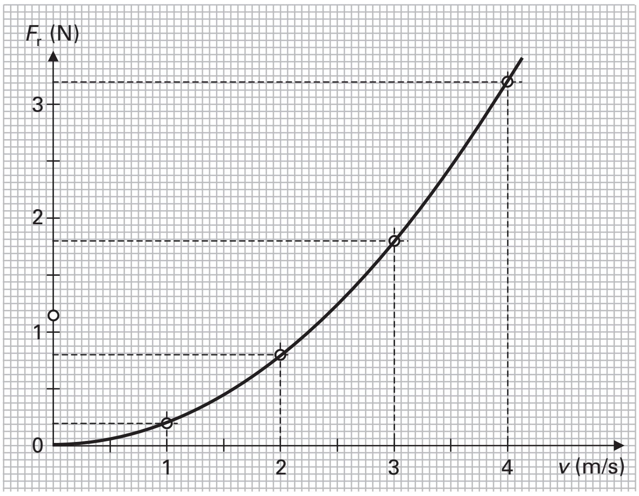
***v* (m/s)**	0	1	2	3	4
F_r (N)	0,0	0,2	0,8	1,8	3,2

a) Investiga el tipo de relación existente entre las variables.

b) Indica cuál será la fuerza de rozamiento cuando la velocidad es de 10 m/s.

a) Al representar los datos en una gráfica vemos que los puntos se pueden ajustar a una parábola de ecuación:

$$F_r = \text{Cte} \cdot v^2$$



Podríamos obtener el valor de la constante, en una primera aproximación, a partir de uno de los puntos (2, 0,8).

$$\text{Cte} = \frac{F_r}{v^2} = \frac{0{,}8}{2^2} = 0{,}2$$

Por tanto, la relación se podría escribir como:

$$F_r = 0{,}2 \cdot v^2$$

b) El valor de la fuerza de rozamiento cuando la velocidad es 10 m/s será:

$$F_r = 0{,}2 \cdot 10^2 = 20\ \text{N}$$

31 Explica qué son magnitudes escalares y vectoriales, así como las características que las definen.

La magnitud escalar queda definida mediante un número (positivo o negativo) acompañado de la unidad correspondiente.

La magnitud vectorial queda definida mediante:

- Un número acompañado de la unidad correspondiente (siempre positivo).
- La dirección que tiene.

- El sentido.
- El punto de aplicación.

32 De las magnitudes siguientes, indica cuáles son fundamentales y cuáles derivadas: fuerza, aceleración, longitud, tiempo, velocidad, volumen, superficie, temperatura, cantidad de sustancia, masa, carga eléctrica y energía.

Son fundamentales en el SI: longitud, tiempo, temperatura, masa y cantidad de sustancia.
Son derivadas en el SI: fuerza, aceleración, velocidad, volumen, superficie, carga eléctrica y energía.

33 Clasifica las siguientes magnitudes físicas en vectoriales o escalares: tiempo, masa, longitud, presión, fuerza, velocidad y potencia.

Son vectoriales: fuerza y velocidad.
Son escalares: tiempo, masa, longitud, presión y potencia.

34 ¿Cuáles son las unidades de las siguientes magnitudes en el SI: fuerza, aceleración, longitud, tiempo, velocidad, volumen, superficie, temperatura, cantidad de sustancia, masa, carga eléctrica y energía?

Magnitud	Longitud	Tiempo	Temperatura	Cantidad sustancia	Masa
Unidad	metro (m)	segundo (s)	kelvin (K)	mol (mol)	kilogramo (kg)

Magnitud	Fuerza	Aceleración	Velocidad	Volumen	Superficie	Carga eléctrica	Energía
Unidad	newton (N)	$\frac{\text{metro}}{\text{segundo}^2}$ (m/s^2)	$\frac{\text{metro}}{\text{segundo}}$ (m/s)	metro^3 (m^3)	metro^2 (m^2)	culombio (C)	julio (J)

35 Escribe, utilizando los símbolos adecuados, las siguientes medidas:
a) Ciento setenta kilómetros.
b) Quince miliamperios.
c) Veinte nanosegundos.
d) Cuarenta megavatios.

a) 170 km; **b)** 15 mA; **c)** 20 ns; **d)** 40 MW.

36 Indica qué símbolos erróneos de unidades hay en la siguiente frase: «las cantidades solicitadas deben estar entre un número de 1 500 millones de Kw · h anuales...».

El símbolo de kilovatios hora, unidad de energía se escribe kWh. El prefijo kilo (k), se escribe con minúscula y el de vatio (W), con mayúscula ya que procede del nombre del ingeniero escocés James Watt.

37 Ordena de mayor a menor los siguientes valores de diferencia de potencial.
a) 250 V.
b) 30 000 mV.
c) 8 000 μV.
d) 60 kV.
e) 0,05 MV.

Para ordenarlos hay que escribirlos todos en la misma unidad:

30 000 mV = 30 V; 8 000 μV = 0,008 V; 60 kV = 60 000 V; 0,05 MV = 50 000 V

El orden sería:

(d) > (e) > (a) > (b) > (c)

38 La energía cinética, E_c, de un cuerpo se calcula mediante la expresión $E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$, y la energía potencial gravitatoria, como $E_p = m \cdot g \cdot h$. Comprueba si estas fórmulas son homogéneas, sabiendo que las dimensiones de una energía son: $[E] = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$.

La masa es una magnitud fundamental y la velocidad tiene de dimensiones: $[v] = L \cdot T^{-1}$, por tanto:

$$[E_c] = M \cdot (L \cdot T^{-1})^2 = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$$

La gravedad es una aceleración, de dimensiones: $[g] = L \cdot T^{-2}$, la altura es una longitud que es magnitud fundamental, por tanto:

$$[E_p] = M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot L = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$$

39 Mediante la ecuación de dimensiones de cada término, indica los que resultan erróneos en la siguiente ecuación, sabiendo que v y v_0 son velocidades, que a es aceleración y que s es espacio.

$$v^2 = v_0 + 2\, a \cdot s$$

Las ecuaciones de dimensión de la velocidad y la aceleración son: $[v] = L \cdot T^{-1}$; $[a] = L \cdot T^{-2}$.

Todos los términos deben tener la ecuación de dimensiones de una velocidad al cuadrado: $[v^2] = (L \cdot T^{-1})^2 = L^2 \cdot T^{-2}$.

$$[v_0] = L \cdot T^{-1} \neq [v^2] \rightarrow \text{término erróneo}$$
$$[a \cdot s] = L \cdot T^{-2} \cdot L = L^2 \cdot T^{-2} \rightarrow \text{término válido}$$

40 Completa en tu cuaderno la tabla a partir del dato que aparece en cada fila.

km	m	mm	µm	nm
$1{,}2 \cdot 10^{-4}$	**0,12**	**120**	$\mathbf{1{,}2 \cdot 10^{5}}$	$\mathbf{1{,}2 \cdot 10^{8}}$
$\mathbf{2 \cdot 10^{-3}}$	2	$\mathbf{2 \cdot 10^{3}}$	$\mathbf{2 \cdot 10^{6}}$	$\mathbf{2 \cdot 10^{9}}$
$\mathbf{1{,}2 \cdot 10^{-8}}$	$\mathbf{1{,}2 \cdot 10^{-5}}$	$\mathbf{1{,}2 \cdot 10^{-2}}$	12	$\mathbf{1{,}2 \cdot 10^{4}}$
$\mathbf{5 \cdot 10^{-8}}$	$\mathbf{5 \cdot 10^{-5}}$	$\mathbf{5 \cdot 10^{-2}}$	**50**	$5 \cdot 10^{4}$

41 Expresa en el Sistema Internacional de unidades las siguientes cantidades:

a) 108 km/h.

b) 13,6 g/cm^3.

c) 980 cm/s^2.

d) –56 °C.

Se deben expresar las unidades en el numerador y en el denominador independientemente y a continuación operar.

a) $108 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 108 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = \frac{108\,000}{3\,600}$ m/s = 30 m/s.

b) $13{,}6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 13{,}6 \cdot \frac{10^{-3} \text{ kg}}{10^{-6} \text{ m}^3} = 13\,600$ kg/m^3.

c) $980 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} = 980 \cdot \frac{10^{-2} \text{ m}}{\text{s}^2} = 9{,}8$ m/s^2.

d) T(K) = 273 + (–56) = 217 K.

42 Expresa en las unidades que se solicitan las siguientes medidas expresadas en el SI:

a) 340 m/s → km/h.

b) 240 kg/m^3 → g/cm^3.

a) $340\ \frac{m}{s} = 340 \cdot \frac{10^{-3}\ km}{\frac{1}{3\ 600}\ h} = 340 \cdot \frac{3\ 600\ km}{1\ 000\ h} = 1\ 224$ km/h.

b) $240\ \frac{kg}{m^3} = 240 \cdot \frac{10^3\ g}{10^6\ cm^3} = 0{,}240\ g/cm^3$.

43 Una unidad de presión utilizada en ingeniería es la atmósfera técnica (se emplea en los manómetros que miden la presión en los neumáticos), que corresponde a una presión de 1 kilogramo fuerza por cm^2 (kg/cm^2). Si un kilogramo fuerza equivale a 9,81 newton:

a) Indica su valor en unidades del SI.

b) ¿Cuál es el orden de magnitud? Compáralo con el de la atmósfera física (101 325 N/m^2).

a) $1\ \frac{kg}{cm^2} = 1 \cdot \frac{9{,}81\ N}{10^{-4}\ m^2} = 98\ 100\ \frac{N}{m^2}$.

b) Son del mismo orden de magnitud, 10^5, algo más pequeña la atmósfera técnica que la física.

44 Hasta finales del siglo XIX, el metro se definía como «la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre». Suponiendo que la Tierra es una esfera de radio 6 370 km, calcula la longitud de uno de sus meridianos y la longitud de la diezmillonésima parte del cuadrante.

El meridiano es la longitud de cualquier circunferencia que pase por los polos.

$$L = 2\pi \cdot R = 2\pi \cdot 6{,}37 \cdot 10^6 = 4{,}00 \cdot 10^7\ m$$

La longitud de un cuadrante será:

$$L_c = \frac{L}{4} = 1{,}00 \cdot 10^7\ m$$

La diezmillonésima parte será:

$$\frac{Lc}{10^7} = 1\ m$$

45 La masa de la Tierra es de $5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg y la masa de la Luna de $7{,}35 \cdot 10^{22}$ kg. Escribe el orden de magnitud de ambas y compáralos.

El orden de magnitud de la masa de la Tierra es de 10^{25}, el de la masa de la Luna, 10^{23}. La masa de la Tierra es 10^2 veces mayor que la de la Luna.

46 ¿Cuántas cifras significativas tienen las siguientes cantidades?

a) 5,3.

b) 0,00340.

c) 23,060.

d) 0,00010.

a) dos cs; **b)** tres cs; **c)** cinco cs; **d)** dos cs.

47 Un embalse con 1 530 hm^3 de capacidad, debido a las abundantes lluvias, ha vertido al mar entre enero y febrero 2 824 hm^3. Expresa en m^3 la capacidad y el agua excedente de ese embalse utilizando notación científica con tres cifras decimales.

Un hectómetro cúbico es un millón de metros cúbicos: 1 $hm^3 = 10^6\ m^3$. Por tanto:

- Capacidad: 1 530 hm^3 = 1 530 $\cdot 10^6\ m^3 = 1{,}530 \cdot 10^9\ m^3$.
- Agua excedente: 2 824 hm^3 = 2 824 $\cdot 10^6\ m^3 = 2{,}824 \cdot 10^9\ m^3$.

48 Escribe el resultado, con el número correcto de cifras significativas, de las operaciones siguientes:

a) 602,023 – 137,04.

b) $\frac{62{,}03}{41{,}589}$.

c) $23{,}060 \cdot \frac{12{,}32 \cdot 3{,}1415}{2{,}539}$.

a) La diferencia debe tener dos decimales: 602,023 – 137,04 = 464,98.

b) El cociente debe tener cuatro cifras significativas: $\frac{62{,}03}{41{,}589} = 1{,}492$.

c) El resultado se debe redondear a cuatro cifras significativas: $23{,}060 \cdot \frac{12{,}32 \cdot 3{,}1415}{2{,}539} = 351{,}5$.

49 Calcula el volumen de una taza cilíndrica cuya base tiene un diámetro de 7,5 cm y de altura 9,5 cm.

El volumen debe redondearse a dos cifras significativas, por tanto:

$$V = \pi \cdot R^2 \cdot h = \pi \cdot \left(\frac{7{,}5}{2}\right)^2 \cdot 9{,}5 = 419{,}7 \cong 420 \text{ cm}^3$$

50 Halla el volumen de una esfera de diámetro 2,4 cm. Si la masa de la esfera es 10,05 g, calcula la densidad. Redondea los resultados convenientemente.

El volumen de la esfera hay que redondearlo a dos cifras significativas, que son las que tiene el radio:

$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{2{,}4}{2}\right)^3 = 7{,}2 \text{ cm}^3$$

El valor de la densidad habrá que redondearla a dos cifras significativas:

$$d = \frac{m}{v} = \frac{10{,}05}{7{,}2} = 1{,}4 \text{ g/cm}^3$$

51 Calcula la capacidad de un envase de *tetra brik*, sabiendo que sus medidas son: 16,5 cm; 6,5 cm y 9,5 cm. Expresa el resultado con el adecuado número de decimales.

El volumen se debe redondear a dos cifras significativas:

$$V = 16{,}5 \cdot 6{,}5 \cdot 9{,}5 = 1\,018{,}9 \text{ cm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$$

52 Expresa con notación científica, redondeando a dos decimales, las cantidades siguientes: 286 842 000; 0,000034267; 0,00017319; 94 000 000 000.

Para escribir números en notación científica hay que situar la coma decimal de forma que solo haya una cifra distinta de cero a su izquierda.

Se cuenta el número de lugares que se ha desplazado la coma y se utiliza este número como exponente de la potencia de 10. El exponente será positivo si hay que mover la coma hacia la izquierda. El exponente será negativo si se hace hacia la derecha.

$286\,842\,000 = 2{,}86842 \cdot 10^8 = 2{,}87 \cdot 10^8$

$0{,}000034267 = 3{,}4267 \cdot 10^{-5} = 3{,}43 \cdot 10^{-5}$

$0{,}00017319 = 1{,}7319 \cdot 10^{-4} = 1{,}73 \cdot 10^{-4}$

$94\,000\,000\,000 = 9{,}40 \cdot 10^{10}$

53 Efectúa las operaciones siguientes con la calculadora, expresando las soluciones en notación científica y redondeando al número de cifras significativas adecuado:

a) $60 \times 0{,}0054 \times 1{,}6 \cdot 10^{-4}$.

b) $(0{,}342 \cdot 10^{-3} - 4{,}45 \cdot 10^{-4}) \cdot 10^{-3}$.

c) $(20 \cdot 10^9 - 1{,}6 \cdot 10^{10}) \cdot (1{,}5 \cdot 10^{-3} - 0{,}30 \cdot 10^{-2})$.

Al realizar productos o cocientes, el resultado se debe redondear, según los criterios normales, hasta un número de decimales igual al de datos con menos decimales en las sumas y restas y hasta un número de cifras significativas igual a las del dato que menos tenga en los productos y cocientes.

a) El redondeo se debe hacer a dos cifras significativas ya que es un producto y los factores tienen dos cifras significativas, por tanto, el resultado sería:

$$60 \times 0{,}0054 \times 1{,}6 \cdot 10^{-4} = 5{,}2 \cdot 10^{-5}$$

b) Es una resta entre dos números con dos decimales cada uno, $3{,}42 \cdot 10^{-4}$ y $4{,}45 \cdot 10^{-4}$, por tanto, el redondeo se debe hacer a dos decimales:

$$(0{,}342 \cdot 10^{-3} - 4{,}45 \cdot 10^{-4}) \cdot 10^{-3} = -1{,}03 \cdot 10^{-7}$$

c) La primera resta se redondea a un decimal:

$$20 \cdot 10^{9} - 1{,}6 \cdot 10^{10} = 2{,}0 \cdot 10^{10} - 1{,}6 \cdot 10^{10} = 0{,}4 \cdot 10^{10} \quad \rightarrow \quad \text{una cifra significativa}$$

La segunda resta se redondea a un decimal:

$$1{,}5 \cdot 10^{-3} - 0{,}30 \cdot 10^{-2} = 1{,}5 \cdot 10^{-3} - 3{,}0 \cdot 10^{-3} = -1{,}5 \cdot 10^{-3} \quad \rightarrow \quad \text{dos cifras significativas}$$

El redondeo del producto se debe hacer a una cifra significativa, por tanto el resultado sería:

$$(20 \cdot 10^{9} - 1{,}6 \cdot 10^{10}) \cdot (1{,}5 \cdot 10^{-3} - 0{,}30 \cdot 10^{-2}) = -6 \cdot 10^{6}$$

54 Escribe en forma decimal las siguientes medidas:

a) $5{,}72 \cdot 10^{4}$ m.

b) $765{,}2 \cdot 10^{-4}$ g/cm^3.

a) $5{,}72 \cdot 10^{4}$ m = 57 200 m; **b)** $765{,}2 \cdot 10^{-4}$ g/cm^3 = 0,07652 g/cm^3.

55 Expresa con notación científica, redondeando a dos decimales, las cantidades siguientes:

a) 826 751 000.

b) 0,000064862.

a) 826 751 000 = $8{,}27 \cdot 10^{8}$; **b)** 0,000064862 = $6{,}49 \cdot 10^{-5}$.

56 Un ordenador tiene las siguientes características: velocidad del procesador 2,4 GHz (gigahercios) y capacidad de memoria RAM 512 Mb (megabytes). ¿Cuál es la velocidad del procesador en hercios y la capacidad en bytes de la memoria RAM? Exprésalo en notación decimal y científica.

Velocidad del procesador: 2,4 GHz = $2{,}4 \cdot 10^{9}$ Hz = 2 400 000 000 Hz.

Capacidad de memoria RAM: 512 Mb = $512 \cdot 10^{6}$ byte = $5{,}12 \cdot 10^{8}$ bytes = 512 000 000 bytes.

57 Justifica si son verdaderas o falsas las afirmaciones siguientes:

a) El error absoluto no tiene dimensiones.

b) Los errores se redondean siempre por exceso.

c) El calibrado de un instrumento viene hecho de fábrica y no hay que volver a realizarlo.

a) Falso, el error absoluto está definido como diferencia entre medidas, por tanto, tiene las mismas unidades que las de las medidas realizadas.

b) Verdadero, en teoría de errores siempre conviene ajustar por exceso con el fin de asegurar la precisión y calidad de la medida.

c) Falso, cualquier instrumento de medida debe calibrarse cada poco tiempo con el fin de mantener la fiabilidad de las medidas.

58 Explica qué es error absoluto y relativo. ¿En qué unidades se expresan? ¿Cuál de ellos da idea de lo bien que está hecha una medida?

- El error absoluto (ε_a) cometido en una medida es el valor absoluto de la diferencia entre la medida realizada, x_i, y el valor real de la medida, $\bar{x}$: $\varepsilon_a = |\bar{x}_i - \bar{x}|$.
- El error relativo (ε_r) es el cociente entre el error absoluto y la medida considerada verdadera. Se suele dar en tanto por ciento: $\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_a}{\bar{x}} \cdot 100$.

El error absoluto se mide en las mismas unidades que las de la medida realizada. El error relativo no tiene unidades y da idea de la exactitud de la medida realizada.

59 A la vista de las siguientes medidas: 5 m; 5,0 m; 5,00 m, indica cuáles de las afirmaciones son falsas:

a) Los ceros que siguen a la coma son innecesarios.

b) Todas las medidas son iguales.

c) Todas las medidas están hechas con el mismo instrumento de medida.

a) Falso, los ceros después de la coma indican que se han medido y, por tanto, forman parte de la medida.

b) Falso, la precisión de cada una es diferente.

c) Falso, los aparatos son diferentes y con distinta sensibilidad, en la primera, el aparato lee hasta las unidades, en la segunda, hasta las décimas y, en la tercera, hasta las centésimas.

60 Escribe correctamente la medida que aparece en el reloj de la figura.

La sensibilidad del reloj es de $\pm$ 1 segundos, por tanto la medida será:

$$2 \text{ h} \quad 25 \text{ min} \quad (16 \pm 1) \text{ s}$$

61 Sabiendo que el error relativo de un producto o cociente es la suma de los errores relativos de sus factores, ¿cómo medirías con un error de 0,1 mm el grosor de una moneda de 1 euro, si dispones de una regla milimetrada? Razona cómo varía la incertidumbre en mediciones como esta.

Si x es la medida del grosor de 1 €, al tomar n monedas el error relativo es:

$$\varepsilon_r (n \cdot x) = \varepsilon_r (n) + \varepsilon_r (x)$$

Utilizando la definición de error relativo, y teniendo en cuenta que n no tiene error absoluto:

$$\frac{\varepsilon_a (n \cdot x)}{n \cdot x} = \frac{\varepsilon_a (x)}{x}$$

simplificando por el valor de la medida:

$$\varepsilon_a (x) = \frac{\varepsilon_a (n \cdot x)}{n}$$

Por tanto, con una regla milimetrada con la que podemos medir con un error de 1 mm, se puede medir el grosor de una moneda con la décima parte de error midiendo el grosor de 10 monedas. Esta medida tiene un error absoluto de:

$$\varepsilon_a(10\, x) = 1 \text{ mm}$$

El error absoluto del espesor en una moneda es:

$$\varepsilon_a (x) = \frac{1 \text{ mm}}{10} = 0{,}1 \text{ mm}$$

62 Medimos cinco veces la masa de una moneda con una balanza cuya sensibilidad es 0,01 g, con los siguientes resultados: 12,52 g; 12,29 g; 12,82 g; 12,39 g y 12,62 g.

a) ¿Qué valor tomaremos como verdadero?

b) Expresa correctamente el valor de la medida.

a) El valor que tomaremos como verdadero será la media aritmética de las medidas:

$$m = \frac{12{,}52 + 12{,}29 + 12{,}82 + 12{,}39 + 122{,}62}{5}\ \text{g} = 12{,}53\ \text{g}$$

b) Las desviaciones, respecto de m, en cada una de las medidas serán:

$$|12{,}52 - 12{,}53| = 0{,}01\ \text{g};\quad |12{,}29 - 12{,}53| = 0{,}24\ \text{g};\quad |12{,}82 - 12{,}53| = 0{,}29\ \text{g};$$
$$|12{,}39 - 12{,}53| = 0{,}14\ \text{g};\quad |12{,}62 - 12{,}53| = 0{,}09\ \text{g}$$

El error absoluto (ε_a), lo calculamos como la media aritmética de los errores cometidos en cada una de las medidas:

$$\varepsilon_a = \frac{0{,}01 + 0{,}24 + 0{,}29 + 0{,}14 + 0{,}09}{5}\ \text{g} = 0{,}15\ \text{g}$$

En este caso el error es mayor que la sensibilidad de la balanza. En consecuencia, redondeando el valor de la medida a un decimal y el error, por exceso, a una cifra significativa, la medida de la masa se expresaría como:

$$m = (12{,}5 \pm 0{,}2)\ \text{g}$$

63 Se realizan cinco medidas del tiempo que tarda un péndulo en dar 10 oscilaciones con un cronómetro cuya sensibilidad es ± 0,01 s. Los resultados obtenidos son: 18,53 s; 18,45 s; 18,75 s; 20,62 s y 18,49 s:

a) ¿Qué valor tomaremos como verdadero?

b) Expresa correctamente el valor de la medida.

El valor de la medida cuatro se desvía mucho de los valores del resto de las medidas, en consecuencia no la tendremos en cuenta al resolver el ejercicio.

a) Tomamos como valor verdadero la media aritmética de los valores de las medidas consideradas válidas.

$$t = \frac{18{,}53 + 18{,}45 + 18{,}75 + 18{,}49}{4}\ \text{s} = 18{,}56\ \text{s}$$

b) Las desviaciones, respecto al valor tomado como verdadero son:

$$|18{,}53 - 18{,}56| = 0{,}03\ \text{s};\quad |18{,}45 - 18{,}56| = 0{,}11\ \text{s};$$
$$|18{,}75 - 18{,}56| = 0{,}19\ \text{s};\quad |18{,}49 - 18{,}56| = 0{,}07\ \text{s}$$

El error absoluto (ε_a), lo calculamos como la media aritmética de los errores cometidos en cada una de las medidas:

$$\varepsilon_a = \frac{0{,}03 + 0{,}11 + 0{,}19 + 0{,}07}{4}\ \text{s} = 0{,}10\ \text{g}$$

En este caso el error es mayor que la sensibilidad del cronómetro. En consecuencia, redondeamos el valor medio de la medida a un decimal y expresamos el tiempo que tarda el péndulo en dar las diez oscilaciones como:

$$t = (18{,}6 \pm 0{,}1)\ \text{s}$$

64 En muchas ocasiones, por comodidad, tomamos el valor de la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre como 10 m/s^2, en lugar de 9,81 m/s^2, su valor real. ¿Qué error absoluto y relativo cometemos en la aproximación?

El error absoluto cometido es:

$$\varepsilon_a = |10 - 9{,}81| = 0{,}19 \text{ m/s}^2 \cong 0{,}2 \text{ m/s}^2$$

El error relativo será:

$$\varepsilon_r = \frac{0{,}2}{9{,}81} \cdot 100 = 2\ \%$$

La aproximación es buena ya que el error cometido es muy pequeño.

65 Un grupo de alumnos, al medir la longitud de su aula con una cinta métrica, ha obtenido los siguientes resultados: 8,02 m; 8,01 m; 8,03 m; 8,04 m; 8,02 m y 8,00 m. Halla el valor verdadero de la medida, el error absoluto y el error relativo.

En un conjunto de medidas, tomamos como valor exacto de la medida la media aritmética:

$$l = \frac{8{,}02 + 8{,}01 + 8{,}03 + 8{,}04 + 8{,}02 + 8{,}00}{6} = 8{,}02 \text{ m}$$

Las desviaciones respecto a este valor son:

$$\varepsilon_1 = |8{,}02 - 8{,}02| = 0 \text{ m};\quad \varepsilon_2 = |8{,}01 - 8{,}02| = 0{,}01 \text{ m};\quad \varepsilon_3 = |8{,}03 - 8{,}02| = 0{,}01 \text{ m};$$
$$\varepsilon_4 = |8{,}04 - 8{,}02| = 0{,}02 \text{ m};\quad \varepsilon_5 = |8{,}02 - 8{,}02| = 0 \text{ m};\quad \varepsilon_6 = |8{,}00 - 8{,}02| = 0{,}02 \text{ m}$$

El error absoluto de la medida se calcula como:

$$\varepsilon_a = \frac{0{,}01 + 0{,}01 + 0{,}02 + 0{,}02}{6} \text{ m} = 0{,}01 \text{ m}$$

En este caso coincide con la sensibilidad del instrumento de medida.
El error relativo será:

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_a}{l} \cdot 100 = \frac{0{,}01}{8{,}02} \cdot 100 = 0{,}1\ \%$$

Un error muy pequeño, lo que implica una medida de mucha calidad.

66 La longitud de una ristra de 100 grapas, medida con una regla milimetrada cuya sensibilidad es de 0,5 mm, es de (67,5 ± 0,5) mm. ¿Cuál es el grosor de cada grapa? ¿Cuál es la incertidumbre de ese grosor?

Si en la ristra hay 100 grapas, el grosor de una grapa será: $x = \dfrac{67{,}5}{100} = 0{,}675$ mm.

El error absoluto será: $\varepsilon_a(x) = \dfrac{\varepsilon_a\,(100\,x)}{100} = \dfrac{0{,}5}{100} = 0{,}005$ mm.

El grosor de una grapa será: $x = (0{,}675 \pm 0{,}005)$ mm.

67 Estás midiendo los catetos de un triángulo con una regla milimetrada de sensibilidad 0,5 mm. Si la medida del cateto mayor está entre 50 mm y 51 mm y la del menor, entre 34 mm y 35 mm, ¿qué medidas darías como buenas?

En un conjunto de medidas se toma la media aritmética de esos valores como valor exacto de la medida:

$$a = \frac{50 + 51}{2} = 50{,}5 \text{ mm};\quad b = \frac{34 + 35}{2} = 34{,}5 \text{ mm}$$

Las medidas las expresaremos como:

$$a = (50{,}5 \pm 0{,}5) \text{ mm};\quad b = (34{,}5 \pm 0{,}5) \text{ mm}$$

68 Con un mismo cronómetro se han tomado medidas del tiempo empleado en una carrera de 100 m lisos, obteniéndose $t = 11{,}31$ s, y del tiempo empleado en una carrera de 400 m lisos, obteniéndose $t = 43{,}53$ s. ¿Qué medida es de mayor calidad?

El cronómetro mide hasta centésimas de segundo, por tanto el error absoluto es de $\pm$ 0,01 s. La calidad de una medida la da el error relativo, por tanto:

$$\varepsilon_r\,(100) = \frac{0{,}01}{11{,}31} \cdot 100 = 0{,}09\ \%$$

$$\varepsilon_r\,(400) = \frac{0{,}01}{43{,}53} \cdot 100 = 0{,}02\ \%$$

La mejor de las dos medidas es la de la carrera de 400 m en la que el error relativo es menor.

69 Calcula la superficie de un triángulo rectángulo de catetos $b = 4{,}2$ cm y $c = 3{,}4$ cm y exprésala correctamente con el error cometido.

La superficie de un triángulo es:

$$S = \frac{b \cdot c}{2} = \frac{4{,}2 \cdot 3{,}4}{2} = 7{,}1\ \text{cm}^2$$

Para obtener el error absoluto, al ser una medida indirecta, tenemos que calcular primero los errores relativos de los catetos.

Los errores absolutos en las medidas de los catetos los tomaremos como una unidad del último orden que figura en la expresión decimal de cada una de las medidas, $\pm$ 0,1 cm. Por tanto:

$$\varepsilon_r\,(b) = \frac{0{,}1}{4{,}2} = 0{,}024; \qquad \varepsilon_r\,(c) = \frac{0{,}1}{3{,}4} = 0{,}029$$

El error relativo de la superficie será la suma de estos errores:

$$\varepsilon_r\,(S) = \varepsilon_r\,(b) + \varepsilon_r\,(c) = 0{,}053$$

En consecuencia, como:

$$\varepsilon_r\,(S) = \frac{\varepsilon_a(S)}{S} \ \rightarrow\ \varepsilon_a\,(S) = S \cdot \varepsilon_r\,(S) = 7{,}1 \cdot 0{,}053 = 0{,}4\ \text{cm}^2$$

$$S = (7{,}1 \pm 0{,}4)\ \text{cm}^2$$

70 Calcula el volumen de un teléfono móvil de dimensiones $a = 4{,}3$ cm; $b = 10{,}3$ cm y $c = 1{,}8$ cm, y exprésalo correctamente con el error cometido.

El volumen será:

$$V = a \cdot b \cdot c = 4{,}3 \cdot 10{,}3 \cdot 1{,}8 = 79{,}7\ \text{cm}^3 \cong 80\ \text{cm}^3$$

Para calcular el error absoluto hay que calcular, previamente, el error relativo:

$$\varepsilon_r\,(a \cdot b \cdot c) = \varepsilon_r\,(a) + \varepsilon_r\,(b) + \varepsilon_r\,(c) = \frac{0{,}1}{4{,}3} + \frac{0{,}1}{10{,}3} + \frac{0{,}1}{1{,}8} = 0{,}02 + 0{,}01 + 0{,}06 = 0{,}09$$

Como:

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_a}{V} \ \rightarrow\ \varepsilon_a = \varepsilon_r \cdot V = 0{,}09 \cdot 80 = 7{,}2\ \text{cm}^3 \cong 8\ \text{cm}^3$$

No es un redondedo, sino tomar un $\varepsilon_a > 7{,}2$.

$$V = (80 \pm 8)\ \text{cm}^3$$

71 En el laboratorio medimos la masa de una piedra caliza y obtenemos un valor de 29,21 g. Medimos el volumen con una probeta que aprecia ± 1 mL, siendo el resultado de la medida 10 mL. Calcula la densidad de la piedra y exprésala correctamente.

El valor de la densidad es:

$$d = \frac{m}{V} = \frac{29{,}21}{10} = 2{,}921\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cong 2{,}9\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Para calcular el error absoluto hay que calcular, previamente, el error relativo:

$$\varepsilon_r \left(\frac{0{,}1}{4{,}3}\right) = \varepsilon_r\,(m) + \varepsilon_r\,(V) = \frac{0{,}01}{29{,}21} + \frac{1}{10} = 0{,}0003 + 0{,}1 = 0{,}1$$

Como:

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_a}{d} \rightarrow \varepsilon_a = \varepsilon_r \cdot d = 0{,}1 \cdot 2{,}9 = 0{,}29\ \text{g/cm}^3 \cong 0{,}3\ \text{g/cm}^3$$

$$d = (2{,}9 \pm 0{,}3)\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

10 El movimiento. Movimientos simples

1 Los movimientos de rotación y traslación de la Tierra, ¿respecto a qué sistemas de referencia los puedes definir?

La Tierra posee dos movimientos fundamentales, uno de rotación en torno al Sol describiendo una órbita prácticamente circular y, otro, de rotación respecto a un eje que pasa por sus polos.

2 Estás sentado en un banco del parque; ¿te encuentras en reposo o en movimiento?

Te encuentras en reposo respecto de un sistema fijo al suelo, y en movimiento respecto al eje de la Tierra o respecto del Sol o la Luna.

3 Un punto de un vehículo en movimiento, ¿puede ser en un determinado momento un sistema de referencia inercial y en otro momento, uno no inercial? Razona tu respuesta.

Sí. Si el vehículo se mueve con velocidad constante en línea recta cualquier punto de él puede ser el origen de un sistema inercial. Pero, si cambia su velocidad o toma una curva, se producen aceleraciones que hacen del vehículo un sistema no inercial.

4 Dibuja los puntos del plano A (–3, –5) y B (3, 4) expresados en el SI.

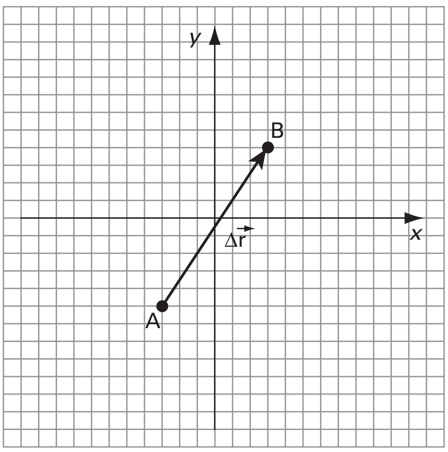
a) Calcula y dibuja el vector desplazamiento desde A hasta B: $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A$.

b) Halla el módulo del vector desplazamiento.

c) Dibuja dos posibles trayectorias que unan ambos puntos y calcula el espacio recorrido en cada caso.

a) El vector desplazamiento es:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A = (3, 4) - (-3, -5) = (6, 9) \text{ m}$$



b) El módulo es:

$$|\Delta\mathbf{r}| = \sqrt{6^2 + 9^2} = 10{,}8 \text{ m}$$

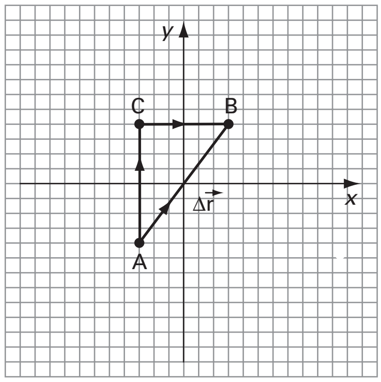
c) Dos posibles trayectorias pueden ser la recta que une A con B y los tramos ACB.

El espacio recorrido en la trayectoria AB, coincide con el módulo del vector desplazamiento:

$$s_1 = 10{,}8 \text{ m}$$

El espacio recorrido en la otra trayectoria será la suma de los tramos AC y CB:

$$s_2 = 9 + 6 = 15 \text{ m}$$



5 El jugador de la figura bota la pelota desde 1 m de altura y, al cabo de 1 s, le vuelve a la mano en la misma posición.

a) ¿Cuál es el desplazamiento de la pelota?

b) Calcula el espacio recorrido por la pelota.

a) El desplazamiento será cero ya que el punto de partida coincide con el de llegada:

$$\Delta\mathbf{r} = 0$$

b) El espacio recorrido será 2 metros, un metro en la bajada y otro en la subida.

6 Jugando a los bolos, la ecuación del movimiento de una bola viene dada en unidades del SI por: $\mathbf{r}(t) = 4\,\mathbf{i} + t\,\mathbf{j}$.

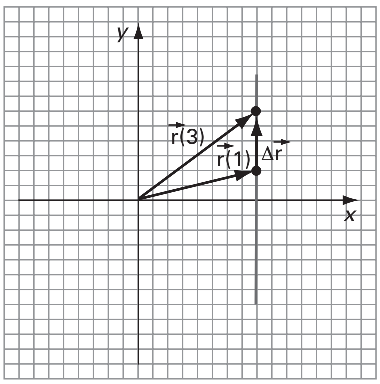
a) Halla la ecuación de la trayectoria y represéntala.

b) Calcula y dibuja el desplazamiento para el intervalo $t = 1$ s y $t = 3$ s (longitud en metros).

c) Halla el módulo de ese desplazamiento.

a) La ecuación de la trayectoria se obtiene eliminando el tiempo de las ecuaciones paramétricas:

$$x = 4; \quad y = t$$



La ecuación es la de una recta paralela al eje *y*.

b) La posición en $t = 1$ s es: $\mathbf{r}\,(1) = 4\,\mathbf{i} + \mathbf{j}$. En el instante $t = 3$ s es: $\mathbf{r}\,(3) = 4\,\mathbf{i} + 3\,\mathbf{j}$.

El desplazamiento será: $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}\,(3) - \mathbf{r}\,(1) = 2\,\mathbf{j}$ m.

c) El módulo del desplazamiento será: $|\Delta\mathbf{r}| = 2$ m.

7 Un ciclista se desplaza en línea recta pasando, respecto a la salida, por el punto $\mathbf{r}_1 = 8\ \mathbf{i}$ a los 2 segundos, por el punto $\mathbf{r}_2 = 40\ \mathbf{i}$ a los 12 segundos, y por el punto $\mathbf{r}_3 = 80\ \mathbf{i}$ a los 28 segundos. Si las posiciones están expresadas en metros, calcula las velocidades medias del ciclista en km/h para los intervalos de tiempo $(t_2 - t_1)$ y $(t_3 - t_1)$.

La velocidad media está definida como: $\mathbf{v}_m = \dfrac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$.

En el intervalo $\Delta t = t_2 - t_1 = 12 - 2 = 10$ s: $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = 40\ \mathbf{i} - 8\ \mathbf{i} = 32\ \mathbf{i}$ m.

Por tanto:

$$\mathbf{v}_m = \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{32\ \mathbf{i}}{10} = 3{,}2\ \mathbf{i}\ \text{m/s}$$

Expresada en km/h sería:

$$\mathbf{v}_m = 3{,}2\ \mathbf{i} \cdot \frac{\frac{1}{1\,000}\ \text{km}}{\frac{1}{3\,600}\ \text{h}} = 3{,}2\ \mathbf{i} \cdot 3{,}6\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 11{,}5\ \mathbf{i}\ \text{km/h}$$

En el intervalo $\Delta t = t_3 - t_1 = 28 - 2 = 26$ s: $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1 = 80\ \mathbf{i} - 8\ \mathbf{i} = 72\ \mathbf{i}$ m.

Por tanto:

$$\mathbf{v}_m = \frac{\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1}{t_3 - t_1} = \frac{72\ \mathbf{i}}{26} = 2{,}8\ \mathbf{i}\ \text{m/s}$$

Expresada en km/h sería:

$$\mathbf{v}_m = 2{,}8\ \mathbf{i}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2{,}8\ \mathbf{i} \cdot 3{,}6\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 10{,}1\ \mathbf{i}\ \text{km/h}$$

8 Un perro se lanza a cruzar un río. Su vector posición en función del tiempo, expresado en el SI de unidades, viene dado por: $\mathbf{r} = 2\ t\ \mathbf{i} + 5\ t\ \mathbf{j}$. Calcula:

a) Los vectores de posición para $t = 1$ s y $t = 3$ s.

b) El desplazamiento en ese intervalo.

c) La velocidad media en ese intervalo y su módulo.

d) La velocidad instantánea a los 3 s y su módulo.

e) La ecuación de la trayectoria.

a) Los vectores posición en los instantes pedidos serán:

$$\mathbf{r}_1 = 2\ \mathbf{i} + 5\ \mathbf{j};\quad \mathbf{r}_3 = 6\ \mathbf{i} + 15\ \mathbf{j}$$

b) El desplazamiento en este intervalo será:

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1 = 4\ \mathbf{i} + 10\ \mathbf{j}\ \text{m}$$

c) En el intervalo $\Delta t = t_3 - t_1 = 3 - 1 = 2$ s:

$$\mathbf{v}_m = \frac{\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1}{t_3 - t_1} = \frac{4\ \mathbf{i} + 10}{2} = 2\ \mathbf{i} + 5\ \mathbf{j}\ \text{m/s}$$

Su modulo:

$$v_m = \sqrt{2^2 + 5^2} = 5{,}4\ \text{m/s}$$

d) La velocidad instantánea se calcula derivando el vector posición:

$$\mathbf{v} = \frac{\text{d}}{\text{d}t}\ \mathbf{r} = 2\ \mathbf{i} + 5\ \mathbf{j}\ \text{m/s}$$

La velocidad es constante y su módulo será:

$$v = \sqrt{2^2 + 5^2} = 5{,}4 \text{ m/s}$$

e) La ecuación de la trayectoria se obtiene eliminando el tiempo de las ecuaciones paramétricas de la ecuación del movimiento:

$$x = 2\,t;\quad y = 5\,t$$

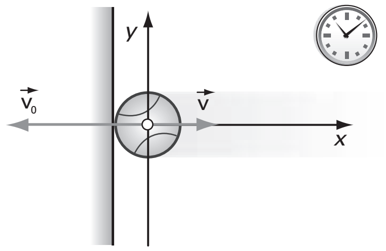
Obtenemos la recta:

$$y = \frac{5}{2}\,x = 2{,}5\,x$$

9 La pelota de la figura choca perpendicularmente contra la pared de un frontón con una velocidad $\mathbf{v}_0 = -10\,\mathbf{i}$ m/s y rebota con una velocidad $\mathbf{v} = 6\,\mathbf{i}$ m/s. Si la duración del choque ha sido de 0,4 s, calcula:

a) La variación de la velocidad en el choque.

b) La aceleración media de la pelota durante el choque.



a) La variación de la velocidad es:

$$\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v} - \mathbf{v}_0 = 6\,\mathbf{i} - (-10\,\mathbf{i}) = 16\,\mathbf{i} \text{ m/s}$$

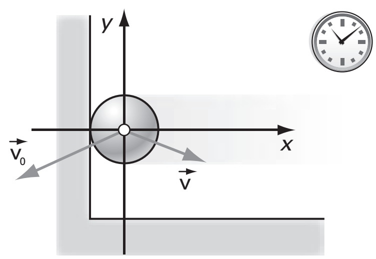
b) La aceleración media es:

$$\mathbf{a}_\mathrm{m} = \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{16\,\mathbf{i}}{0{,}4} = 40\,\mathbf{i} \text{ m/s}^2$$

10 La bola de billar de la figura toca una banda con una velocidad $\mathbf{v}_0 = -1{,}73\,\mathbf{i} - \mathbf{j}$ m/s y sale con una velocidad $\mathbf{v} = 1{,}39\,\mathbf{i} - 0{,}80\,\mathbf{j}$ m/s. Si la duración del choque ha sido de 0,1 s, halla:

a) La variación de la velocidad en el choque.

b) El módulo de la aceleración de la bola durante el choque.



a) La variación de la velocidad es:

$$\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v} - \mathbf{v}_0 = (1{,}39\,\mathbf{i} - 0{,}80\,\mathbf{j}) - (-1{,}73\,\mathbf{i} - \mathbf{j}) = 3{,}12\,\mathbf{i} + 0{,}2\,\mathbf{j} \text{ m/s}$$

b) La aceleración media es:

$$\mathbf{a}_\mathrm{m} = \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{3{,}12\,\mathbf{i} + 0{,}2\,\mathbf{i}}{0{,}1} = 31{,}2\,\mathbf{i} + 2\,\mathbf{j} \text{ m/s}^2$$

El módulo será:

$$a_\mathrm{m} = \sqrt{31{,}2^2 + 2^2} = 31{,}26 \text{ m/s}^2$$

11 Una persona situada (en reposo) sobre el Ecuador terrestre está girando respecto al eje de la Tierra con una velocidad de 1 667,7 km/h.

a) ¿Qué aceleración centrípeta tiene? ¿Y qué dirección y sentido?

b) Si estuviera en el Polo, ¿qué aceleración centrípeta, dirección y sentido tendría?

Considera la Tierra como una esfera de radio R = 6 370 km.

a) La aceleración centrípeta será:

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

La velocidad expresada en m/s vale: $v = 1\,667{,}7 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 463{,}3$ m/s.

Por tanto, en el Ecuador, donde el radio de la trayectoria coincide con el de la Tierra, obtenemos el valor:

$$a_c = \frac{463{,}3^2}{6\,370\,000} = 0{,}03 \text{ m/s}^2$$

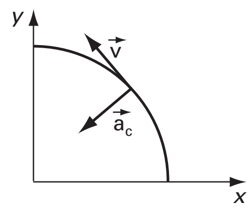
La dirección es la del radio de la circunferencia que describe y el sentido hacia el centro de la Tierra.

b) El eje de la Tierra pasa por los polos, en consecuencia, la persona no describe ninguna trayectoria circular; y no existe aceleración centrípeta.

12 Un coche entra en una curva circular con una velocidad constante e igual a 72 km/h. Mientras está en la curva, la aceleración sobre el coche es $a = 4$ m/s^2. ¿A qué tipo de aceleración está sometido el coche? ¿Cuánto vale el radio de la curva?

La velocidad del coche expresada en unidades internacionales es:

$$v = 72 \text{ km/h} = 72 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = \frac{72\,000}{3\,600} \text{ m/s} = 20 \text{ m/s}$$



Al entrar en la curva de radio R, la dirección del vector velocidad cambia constantemente de forma que, aunque el módulo de la velocidad sea constante, existen variaciones en la dirección. Estas variaciones las estudia la aceleración centrípeta cuyo valor se calcula como:

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

Despejando el radio:

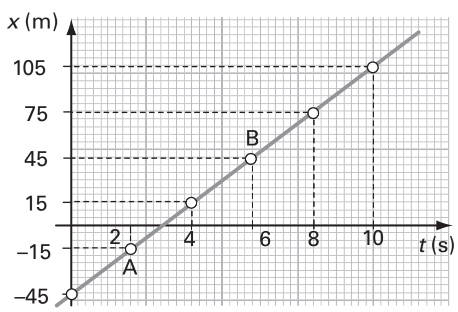
$$R = \frac{v^2}{a_c} = \frac{20^2}{4} = 100 \text{ m}$$

13 Observa la gráfica posición-tiempo de la figura y realiza los ejercicios siguientes:

a) Escribe la ecuación: $x = x_0 + v \cdot t$.

b) Representa la gráfica velocidad-tiempo.

c) Dibuja la gráfica espacio-tiempo (s-t).



a) A la vista de la gráfica: $x_0 = -45$ m.

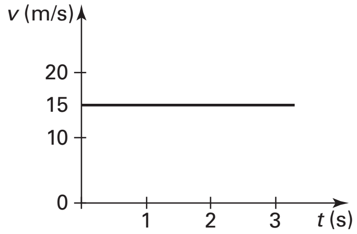
La velocidad se puede calcular como la pendiente de la recta, por ejemplo, escogemos el punto C (8, 75) y el B (6, 45):

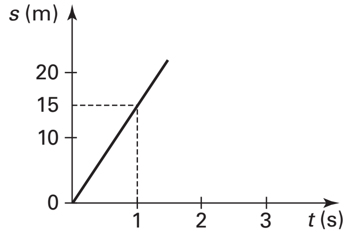
$$v = \frac{75 - 45}{8 - 6} = 15 \text{ m/s}$$

Por tanto:

$$x = -45 + 15\ t$$

b) y **c)** En el movimiento uniforme la velocidad es constante, y la ecuación del espacio será: $s = 15\ t$, en consecuencia:





14 La ecuación de un movimiento en unidades internacionales es:

$$x = 28 - 6\ t$$

a) ¿De qué tipo de movimiento se trata?

b) ¿Cuál es el significado de cada uno de los términos?

c) ¿En qué instante pasa el móvil por el origen del sistema de referencia?

a) La ecuación corresponde a un movimiento rectilíneo uniforme: $x = x_0 + v \cdot t$.

b) $x_0 = 28$ m, es la posición inicial y $v = 6$ m/s en sentido contrario al del sistema de referencia.

c) Cuando el móvil está en $x = 0$ tenemos:

$$0 = 28 - 6\ t \rightarrow t = 4{,}7 \text{ s}$$

15 Imagina que estás situado sobre un puente de una autovía recta. En un instante dado, pasa por debajo de él un camión a 80 km/h. A los 15 s pasa un coche en el mismo sentido y a 120 km/h.

a) ¿En qué instante adelantará el coche al camión?

b) Representa el movimiento de ambos en una gráfica *x-t.*

c) ¿En qué posición se produce el adelantamiento?

a) Las velocidades del camión y del coche en el SI son:

$$v_{\text{camión}} = 80 \text{ km/h} = 80 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 22{,}22 \text{ m/s};\ \ v_{\text{coche}} = 120 \text{ km/h} = 120 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 33{,}33 \text{ m/s}$$

El origen del sistema de referencia lo tomamos en el puente. Si empezamos a contar tiempos en el instante en que el camión pasa por debajo del puente, las ecuaciones de los móviles serían:

$$x_{\text{camión}} = 22{,}22\ t$$
$$x_{\text{coche}} = 33{,}33 \cdot (t - 15)$$

La condición de alcance es que los dos estén en el mismo punto, $x_{\text{camión}} = x_{\text{coche}}$, en el mismo instante, por tanto debemos resolver el sistema:

$$x = 22{,}22\ t$$
$$x = 33{,}33 \cdot (t - 15)$$

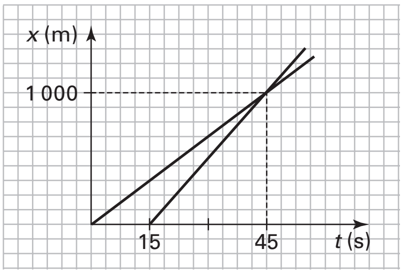
Igualando:

$$22{,}22\ t = 33{,}33 \cdot (t - 15) \rightarrow 11{,}11\ t = 499{,}95 \rightarrow t = 45 \text{ s}$$

Sustituyendo este tiempo en cualquiera de las ecuaciones, obtenemos la posición del alcance:

$$x = 22{,}22 \cdot 45 = 1\,000 \text{ m}$$

b) Las dos rectas que representan los movimientos del coche y el camión deben cortarse en el punto e instante del alcance.



c) En $x = 1\,000$ m.

16 Supón que estás en la misma situación que en la actividad anterior. En el mismo instante divisas dos coches que circulan en sentido contrario y con velocidades de 90 km/h y 110 km/h. A los 35 s se cruzan debajo del puente en el que estás.

a) ¿Qué distancia los separaba en el momento en que empezaste a contar el tiempo?

b) Represента el movimiento de ambos coches en una gráfica *x-t*.

a) El origen del sistema de referencia lo tomamos en el puente. Las velocidades de los coches son:

$$v_1 = 110 \text{ km/h} = 110 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 30{,}56 \text{ m/s};\quad v_2 = 90 \text{ km/h} = 90 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 25 \text{ m/s}$$

que tienen sentidos contrarios.

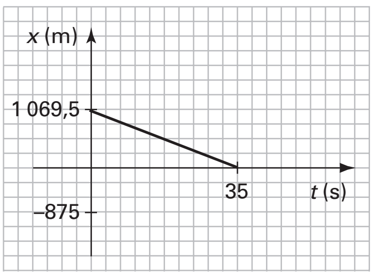
Si llamamos d a la distancia entre los coches en el instante inicial, y x_0 a la posición del coche que se mueve con velocidad 30,36 m/s, las ecuaciones del movimiento de ambos, escritas en el momento del cruce, serían:

$$x = x_0 - 30{,}56\ t$$
$$x = -(d - x_0) + 25\ t$$

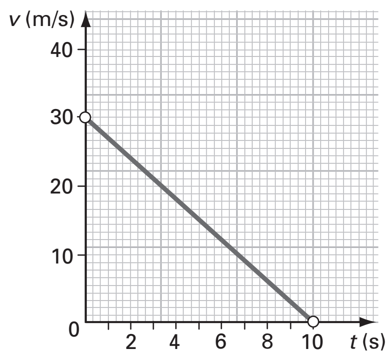
En el instante $t = 35$ s estas ecuaciones quedan:

$$0 = x_0 - 1\,069{,}6 \rightarrow x_0 = 1\,069{,}6 \text{ m}$$
$$0 = -(d - x_0) + 875 \rightarrow d = 1\,944{,}6 \text{ m}$$

b) Las dos rectas que representan los movimientos de los coches deben cortarse en el punto e instante del cruce.



17 Observa la figura y calcula la aceleración, la velocidad inicial, la ecuación de la velocidad y el espacio recorrido a los 8 s.



En los diagramas *v-t*, la representación de la velocidad de un movimiento uniformemente acelerado es una línea recta.

Tomando los puntos de la recta (0, 30) y (10, 0), la aceleración que coincide con la pendiente de la recta será:

$$a = \frac{0 - 30}{10 - 0} = -3 \text{ m/s}^2$$

La velocidad inicial, cuando $t = 0$, vale $v_0 = 30$ m/s.

La ecuación de la velocidad será:

$$v = 30 - 3\,t$$

El espacio, en este tipo de movimiento es:

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}\,a \cdot t^2 \;\rightarrow\; s = 30 \cdot t - 1{,}5\,t^2$$

Cuando $t = 8$ s, obtenemos:

$$s = 30 \cdot 8 - 1{,}5 \cdot 8^2 = 144 \text{ m}$$

18 Un tren que se desplaza por una vía recta, en el momento en que empezamos a contar tiempos, lleva una velocidad de 36 km/h. Un observador que va en la cabina de mandos comprueba que cada 15 s el tren aumenta su velocidad en 18 km/h.

a) Calcula su aceleración.

b) Escribe la ecuación de la velocidad.

c) ¿Cuál es la velocidad a los 15 s?

a) La velocidad que lleva el tren es:

$$v = 36 \text{ km/h} = 36 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 10 \text{ m/s}$$

Cada $\Delta t = 15$ s la velocidad se incrementa en:

$$\Delta v = 18 \text{ km/h} = 18 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 5 \text{ m/s}$$

La aceleración es:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{5}{15} = 0{,}33 \text{ m/s}^2$$

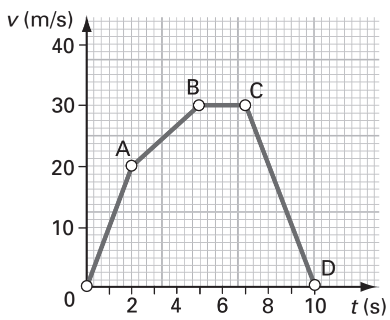
b) Conocidas la velocidad inicial, $v_0 = 10$ m/s, y la aceleración, $a = 0{,}33$ m/s^2, la ecuación de la velocidad será:

$$v = v_0 + a \cdot t \;\rightarrow\; v = 10 + 0{,}33\,t$$

c) Si el tiempo es 15 s la velocidad vale:

$$v = 10 + 0{,}33 \cdot 15 = 14{,}95 \text{ m/s}$$

19 Observa la figura y explica cómo es el movimiento en cada tramo. Siempre que se pueda calcula la aceleración.



Tramo OA: una línea recta en un diagrama *v*-*t*, indica MUA. La aceleración coincide con la pendiente de la recta:

$$a_{OA} = \frac{20}{2} = 10 \text{ m/s}^2$$

Tramo AB: una línea recta en un diagrama *v*-*t*, indica MUA. La aceleración coincide con la pendiente de la recta:

$$a_{AB} = \frac{30 - 20}{5 - 2} = 3{,}3 \text{ m/s}^2$$

Tramo BC: una línea recta paralela al eje de tiempos en un diagrama *v*-*t*, indica MU. No hay aceleración.

Tramo CD: una línea recta en un diagrama v-t, indica MUA. La aceleración coincide con la pendiente de la recta:

$$a_{CD} = \frac{0 - 30}{10 - 7} = -10 \text{ m/s}^2$$

20 Un móvil se desplaza en línea recta. Al empezar a contar tiempos, cuando pasa por el origen del sistema de referencia, su velocidad viene dada por la ecuación $v = 40 - 5 \cdot t$. Determina, en unidades del SI:

a) La velocidad cuando se empieza a cronometrar.

b) El tiempo en que la velocidad es cero.

c) La ecuación del movimiento.

d) ¿En que instantes el móvil pasa por el origen del sistema de referencia?

e) La velocidad, el desplazamiento y el espacio recorrido en $t = 16$ s.

a) Al empezar a contar tiempos, $t = 0$ s, la velocidad será $v = v_0$:

$$v_0 = 40 - 5 \cdot 0 = 40 \text{ m/s}$$

b) Si la velocidad es cero: $v = 0 \rightarrow 0 = 40 - 5\,t$, el instante en que sucede esto será:

$$t = \frac{40}{5} = 8 \text{ s}$$

c) Si empezamos a contar tiempos cuando el móvil pasa por el origen, $x_0 = 0$. La ecuación del movimiento será:

$$x = 40 \cdot t - \frac{5}{2}\,t^2$$

d) El móvil pasa por el origen cuando se cumpla la condición, $x = 0$:

$$0 = 40 \cdot t - \frac{5}{2}\,t^2 \rightarrow 0 = t \cdot (40 - 2{,}5\,t)$$

Dos soluciones: $t_1 = 0$ y $t_2 = 16$ s.

e) La velocidad en $t = 16$ s será: $v = 40 - 5 \cdot 16 = -40$ m/s.

La posición en $t = 16$ s, será $x = 0$. Como partió del origen, el desplazamiento será, $\Delta x = 0$ m.

Para calcular el espacio tenemos que tener en cuenta que el móvil cambia de sentido del movimiento en $t = 8$ s. Por tanto, al cabo de 8 s el móvil se para y ha recorrido:

$$x = 40 \cdot 8 - \frac{5}{2} \cdot 8^2 = 160 \text{ m}$$

En los ocho segundos restantes el móvil vuelve al origen habiendo recorrido:

$$s = 2 \cdot 160 = 320 \text{ m}$$

21 Un chico circula en bicicleta a 15 km/h. En el instante en el que se comienza a contar tiempos, empieza a frenar deteniéndose tras recorrer 10 m.

a) ¿Con qué aceleración de frenado ha realizado este movimiento?

b) Escribe la ecuación de la velocidad de este movimiento.

c) ¿Qué tiempo tarda en parar?

d) Representa el movimiento gráficamente.

a) La velocidad inicial v_0, con que va el chico es:

$$v_0 = 15 \text{ km/h} = 15 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 4{,}17 \text{ m/s}$$

Si el chico se para en $s = 10$ m, la velocidad al final será $v = 0$ m/s, por tanto:

$$v^2 = v_0^2 + 2\,a \cdot s \rightarrow a = \frac{-v_0^2}{2\,s} = \frac{-4{,}17^2}{2 \cdot 10} = -0{,}87 \text{ m/s}^2$$

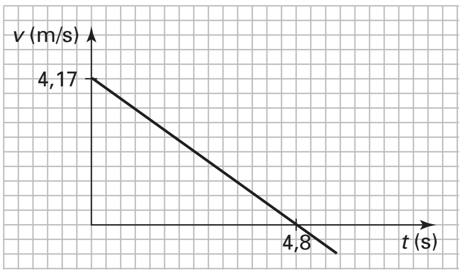
b) La ecuación de la velocidad es $v = v_0 + a \cdot t$. En consecuencia:

$$v = 4{,}17 - 0{,}87\,t$$

c) En la ecuación de la velocidad, la condición de pararse es $v = 0$, por tanto:

$$0 = 4{,}17 - 0{,}87\,t \rightarrow t = 4{,}8 \text{ s}$$

d)



22 Un coche circula a 54 km/h cuando está a 55 m de un semáforo; en este momento frena porque el semáforo se ha puesto rojo. Si el conductor tarda en comenzar a frenar 1 s, ¿cuál es su aceleración de frenado?

La velocidad inicial, expresada en unidades internacionales será:

$$v_0 = 54 \text{ km/h} = 54 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 15 \text{ m/s}$$

El conductor, antes de comenzar a frenar, recorre en 1 s, 15 m. En consecuencia, la distancia que tiene para pararse es de: $s = 55 - 15 = 40$ m.

Como el dato que tenemos es el espacio recorrido hasta pararse, $v = 0$, la forma más rápida de resolver el ejercicio es utilizar la relación entre velocidades y espacio recorrido:

$$v^2 = v_0^2 + 2\,a \cdot s \rightarrow a = \frac{-v_0^2}{2\,s} = \frac{-15^2}{2 \cdot 40} = -2{,}8 \text{ m/s}^2$$

23 En un cruce existe una limitación de velocidad a 40 km/h. Un automóvil pasa por él a una velocidad de 72 km/h, que mantiene constante. En ese momento arranca una motocicleta de la Policía en la misma dirección y sentido, alcanzando una velocidad de 108 km/h en 10 s y manteniendo constante esta velocidad. ¿Cuánto tarda la motocicleta en alcanzar al automóvil y a qué distancia del punto de donde salió? A los 100 m se detienen ambos vehículos, ¿cuál ha sido la aceleración de cada uno?

El movimiento del automóvil, al principio del ejercicio, es uniforme con velocidad constante de valor:

$$v_a = 72 \text{ km/h} = 72 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 20 \text{ m/s}$$

La motocicleta, al comienzo del ejercicio, lleva un movimiento uniformemente acelerado. Parte del reposo, $v_0 = 0$, y alcanza, en 10 segundos, la velocidad:

$$v_m = 108 \text{ km/h} = 108 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 30 \text{ m/s}$$

Por tanto, comienza el movimiento con una aceleración:

$$a = \frac{v_m - v_0}{t} = \frac{30 - 0}{10} = 3 \text{ m/s}^2$$

Durante este tiempo la motocicleta y el vehículo han recorrido un espacio:

$$x_{0m} = \frac{1}{2} a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 10^2 = 150 \text{ m}; \qquad x_{0a} = v_a \cdot t = 20 \cdot 10 = 200 \text{ m}$$

A partir de este momento, la moto sigue un movimiento uniforme con velocidad, $v_m = 30$ m/s, de forma que las ecuaciones de los movimientos de ambos en el instante del alcance serían:

$$x = 150 + 30 \cdot (t - 10); \qquad x = 200 + 20 \cdot (t - 10)$$

Igualando las posiciones y despejando el tiempo:

$$30\,t - 150 = 20\,t \rightarrow 10\,t = 150 \rightarrow t = 15 \text{ s}$$

El alcance se produce 15 segundos después de que la moto arrancó en persecución del automóvil. Sustituyendo este tiempo en cualquiera de las ecuaciones obtenemos la posición:

$$x = 200 + 20 \cdot 15 = 500 \text{ m}$$

Ahora ambos se detienen, $v = 0$, en 100 m, por tanto las aceleraciones de frenado se pueden calcular a partir de:

$$v^2 = v_0^2 + 2\,a \cdot s \rightarrow a = \frac{-v_0^2}{2\,s}$$

$$a_a = \frac{-20^2}{2 \cdot 100} = -2 \text{ m/s}^2; \qquad a_m = \frac{-30^2}{2 \cdot 100} = -4{,}5 \text{ m/s}^2$$

24 ¿Cuál crees que es la causa de que, aparentemente, los cuerpos más pesados caigan con más rapidez? ¿La forma del cuerpo tiene que ver con esa causa?

La causa fundamental es el rozamiento con el aire. El rozamiento depende de la aerodinámica del cuerpo. En consecuencia la forma es importante.

25 Dispones de una hoja de papel y una pelota de tenis. ¿Cómo comprobarías que ambos cuerpos, soltados desde la misma altura, llegan al suelo prácticamente al mismo tiempo?

Lo importante es que las formas que tienen los objetos sean lo más parecidas posibles. Por tanto, haría una bola con la hoja de papel y comprobaría que caen prácticamente al mismo tiempo.

26 Desde la azotea de un edificio de 120 m de altura se lanza hacia abajo una pequeña bola que lleva una velocidad inicial de 20 m/s. Calcula:

a) El tiempo que tarda en llegar al suelo.

b) La velocidad que tiene en ese momento.

a) Tomando como referencia el suelo y positivo hacia arriba, tendríamos: $y_0 = 120$ m; $v_0 = -20$ m/s y $g = -9{,}81$ m/s^2.

$$y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2 \rightarrow y = 120 - 20\,t - 4{,}91\,t^2$$

La posición del suelo es $y = 0$, por tanto, el tiempo que tarda en llegar al suelo se obtiene resolviendo la ecuación:

$$0 = 120 - 20\,t - 4{,}91\,t^2 \rightarrow t = 3{,}31 \text{ s}$$

b) La velocidad sería:

$$v = v_0 + g \cdot t \;\rightarrow\; v = -20 - 9{,}81\ t \;\rightarrow\; v = -20 - 9{,}81 \cdot 3{,}31 = -52{,}47\ \text{m/s}$$

27 Se lanza verticalmente hacia arriba un cuerpo con una velocidad de 200 m/s; al cabo de 4 s, se lanza otro igual con la misma velocidad. Calcula:

a) La altura a la que se encuentran.

b) El tiempo que tardan en encontrarse.

c) La velocidad de cada cuerpo en el momento en que se encuentran.

a) y **b)** Las ecuaciones de los proyectiles que salen con velocidad inicial v_0 = 200 m/s, son:

$$y_1 = 200 \cdot t_1 - \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\ t_1^2; \quad y_2 = 200 \cdot t_2 - \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\ t_2^2$$

En el momento del encuentro:

$$y = y_1 = y_2; \;\; t_1 = t \;\text{ y }\; t_2 = t - 4$$

Sustituyendo:

$$y = 200\ t - 4{,}91\ t^2; \quad y = 200 \cdot (t-4) - 4{,}91 \cdot (t-4)^2$$

Igualando:

$$200\ t - 4{,}91\ t^2 = 200 \cdot (t-4) - 4{,}91 \cdot (t-4)^2 \;\rightarrow\; t = 22{,}4\ \text{s}$$

Sustituyendo en cualquiera de las ecuaciones de la posición se obtiene:

$$y = 200 \cdot 22{,}4 - 4{,}91 \cdot 22{,}4^2 = 2\,016{,}4\ \text{m}$$

c) Las ecuaciones de las velocidades serían:

$$v_1 = 200 - 9{,}81\ t; \quad v_2 = 200 - 9{,}81 \cdot (t-4)$$

Sustituyendo el tiempo:

$$v_1 = 200 - 9{,}81 \cdot 22{,}4 = -19{,}7\ \text{m/s}; \quad v_2 = 200 - 9{,}81 \cdot (22{,}4 - 4) = 19{,}5\ \text{m/s}$$

El primero de los proyectiles, en el momento del encuentro, está bajando (velocidad negativa); y el segundo está subiendo.

28 En la piscina, un chico se deja caer desde un trampolín y llega al agua con una velocidad de 7,7 m/s.

a) ¿A qué altura estaba el trampolín? Al llegar al agua, tarda 1,8 s en perder toda la velocidad.

b) Calcula la aceleración que ha soportado al entrar en el agua.

a) Tomando referencia el trampolín y positivo hacia abajo, el chico sale con velocidad inicial v_0 = 0, de forma que el tiempo que tarda en adquirir la velocidad v = 7,7 m/s será:

$$v = v_0 + g \cdot t \;\rightarrow\; 7{,}7 = 9{,}81\ t \;\rightarrow\; t = 0{,}78\ \text{s}$$

En consecuencia, la altura del trampolín vendrá dada por la expresión:

$$h = \frac{1}{2}\ g \cdot t^2$$

Sustituyendo valores se obtiene:

$$h = 4{,}91 \cdot 0{,}78^2 = 3\ \text{m}$$

b) Tras llegar al agua el chico pasa de tener v_0 = 7,7 m/s a v = 0, en un tiempo de 1,8 s, la aceleración será:

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0 - 7{,}7}{1{,}8} = -4{,}3 \text{ m/s}^2$$

29 ¿Cuándo el módulo del vector desplazamiento coincide con el espacio recorrido por un móvil?

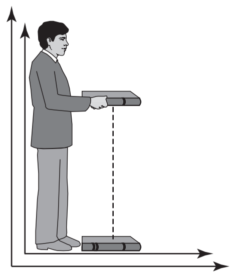
Solo cuando el movimiento es rectilíneo y no existen cambios en el sentido del movimiento.

30 Viajas en autobús por una calle recta, con una velocidad constante, y se te cae el libro que llevas en la mano. Dibuja la trayectoria que sigue el libro hasta llegar al suelo vista por:

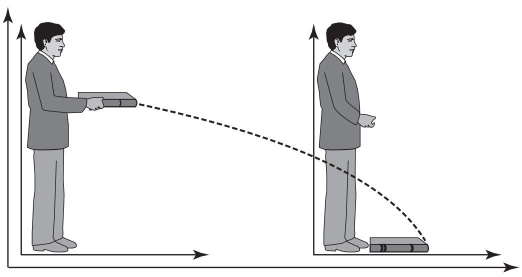
a) Un amigo que viaja contigo en el autobús.

b) Una persona que está en la calle, en reposo, esperando para cruzar.

a) Tu amigo, que viaja contigo, te ve en reposo respecto al autobús. Ve que el libro sale de tu mano y llega a tus pies, de forma que la trayectoria que dibuja es una recta vertical.



b) El señor ve pasar al autobús, y todo lo que va dentro, con velocidad constante. Ve que el libro sale de tu mano y llega a tus pies, de forma que, como respecto de él te has desplazado horizontalmente, la trayectoria que dibuja es una rama de parábola.

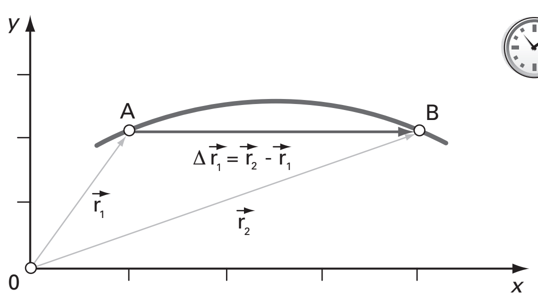


31 A la vista del gráfico, halla y expresa en centímetros:

a) Las coordenadas de los puntos A y B.

b) Los vectores de posición $\mathbf{r}_1$ y $\mathbf{r}_2$.

c) El vector desplazamiento $\Delta\mathbf{r}$ y su módulo.



a) Las coordenadas de los puntos son A (1, 2) y B (4, 2).

b) Los vectores de posición de los puntos A y B tendrían como componentes las coordenadas de estos puntos:

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{i} + 2\,\mathbf{j} \text{ cm}; \quad \mathbf{r}_2 = 4\,\mathbf{i} + 2\,\mathbf{j} \text{ cm}$$

c) El vector desplazamiento será:

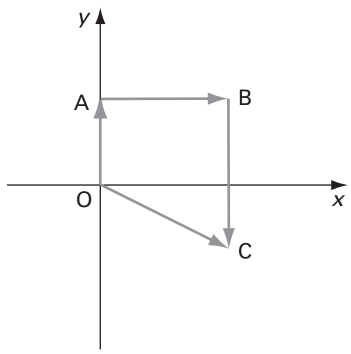
$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = (4\,\mathbf{i} + 2\,\mathbf{j}) - (\mathbf{i} + 2\,\mathbf{j}) = 3\,\mathbf{i} \text{ cm}$$

Por tanto, su módulo es:

$$|\Delta\mathbf{r}| = \sqrt{3^2 + 0^2} = 3 \text{ cm}$$

32 Una persona recorre 30 m hacia el norte en 30 s; después, 40 m hacia el este en 35 s; por último, recorre 60 m hacia el sur en 50 s. Determina la trayectoria, la posición final y el desplazamiento en cada etapa, así como el desplazamiento total.

Se toma dirección y sentido norte el eje *y*, el este el *x*, y el sur el *y'*. La trayectoria es OABC.



En la etapa OA, el vector posición es el del punto A (0, 30) m: $\mathbf{r}_A = 30\,\mathbf{j}$; que, al partir del origen, coincide con el desplazamiento.

En la etapa AB, el vector posición final es el del punto B (40, 30) m: $\mathbf{r}_B = 40\,\mathbf{i} + 30\,\mathbf{j}$. El desplazamiento en esta etapa sería:

$$\Delta\mathbf{r}_{AB} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A = (40\,\mathbf{i} + 30\,\mathbf{j}) - 30\,\mathbf{j} = 40\,\mathbf{i}$$

En la etapa BC, el vector posición final es el del punto C (40, –30) m: $\mathbf{r}_C = 40\,\mathbf{i} - 30\,\mathbf{j}$. El desplazamiento en esta etapa sería:

$$\Delta\mathbf{r}_{BC} = \mathbf{r}_C - \mathbf{r}_B = (40\,\mathbf{i} - 30\,\mathbf{j}) - (40\,\mathbf{i} + 30\,\mathbf{j}) = -60\,\mathbf{j}$$

Si observamos el movimiento total, la posición final viene dada por el vector posición del punto C (40, –30) en metros: $\mathbf{r}_C = 40\,\mathbf{i} - 30\,\mathbf{j}$; que, a partir del origen, coincide con el desplazamiento.

33 La posición de una partícula viene dada por la ecuación

$$\mathbf{r}\,(t) = (5 - t)\,\mathbf{i} + 2\,t\,\mathbf{j}$$

Halla el desplazamiento entre 3 y 4 s.

Los vectores posición en los instantes pedidos son:

$$\mathbf{r}\,(3) = (5 - 3)\,\mathbf{i} + 2 \cdot 3\,\mathbf{j} = 2\,\mathbf{i} + 6\,\mathbf{j}; \quad \mathbf{r}\,(4) = (5 - 4)\,\mathbf{i} + 2 \cdot 4\,\mathbf{j} = \mathbf{i} + 8\,\mathbf{j}$$

El desplazamiento entre estos instantes será:

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}\,(4) - \mathbf{r}\,(3) = (\mathbf{i} + 8\,\mathbf{j}) - (2\,\mathbf{i} + 6\,\mathbf{j}) = (1 - 2)\,\mathbf{i} + (8 - 6)\,\mathbf{j} = -\,\mathbf{i} + 2\,\mathbf{j}$$

34 El vector posición de una partícula viene dado por la ecuación vectorial en función del tiempo:

$$\mathbf{r}\,(t) = 4\,t\,\mathbf{i} + (2 + t)\,\mathbf{j}$$

Halla y representa la posición del móvil en los tiempos 0, 2, 4 y 5 s (en unidades del SI). Comprueba que la ecuación de la trayectoria es la recta que une los extremos de los vectores de posición.

Los vectores de posición en los diferentes intervalos serán:

$$\mathbf{r}_0 = 4 \cdot 0\ \mathbf{i} + (2 + 0)\ \mathbf{j} = 2\ \mathbf{j} \qquad \mathbf{r}_4 = 4 \cdot 4\ \mathbf{i} + (2 + 4)\ \mathbf{j} = 16\ \mathbf{i} + 6\ \mathbf{j}$$
$$\mathbf{r}_2 = 4 \cdot 2\ \mathbf{i} + (2 + 2)\ \mathbf{j} = 8\ \mathbf{i} + 4\ \mathbf{j} \qquad \mathbf{r}_5 = 4 \cdot 5\ \mathbf{i} + (2 + 5)\ \mathbf{j} = 20\ \mathbf{i} + 7\ \mathbf{j}$$

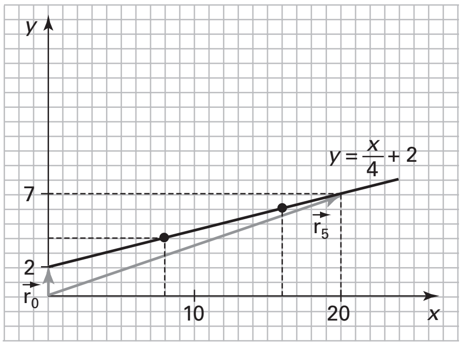
La ecuación de la trayectoria se halla eliminando el tiempo de las ecuaciones paramétricas:

$$x = 4\,t; \qquad y = 2 + t$$

Despejando el tiempo de la primera y sustituyendo en la segunda se obtiene la ecuación de la recta:

$$y = \frac{x}{4} + 2$$

Representada esta recta, que es la ecuación de la trayectoria, se comprueba que los extremos de los vectores pertenecen a la misma.



35 Dos coches hacen el viaje Sevilla - Cáceres en el mismo tiempo. Razona estas cuestiones:

a) Han seguido la misma trayectoria.

b) La velocidad media de ambos es la misma.

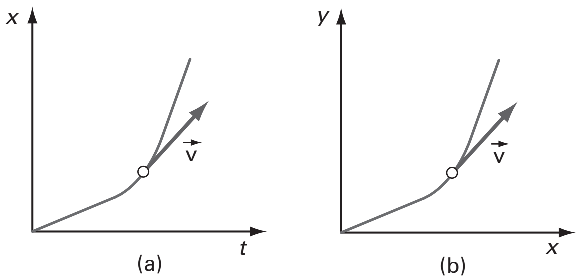
c) Han recorrido el mismo espacio.

a) No, pueden realizar el viaje en el mismo tiempo siguiendo trayectorias diferentes si van a distintas velocidades.

b) Sí.

c) No, si van por trayectorias diferentes recorrerán espacios diferentes.

36 ¿Cuál de estas gráficas representa correctamente la velocidad del móvil?



La velocidad es tangente a la trayectoria, en consecuencia, la respuesta correcta será la **b)**, que es la gráfica en la que se representa la trayectoria. La gráfica **a)** representa la posición frente al tiempo.

37 Una jugadora de balonvolea golpea el balón de forma que la ecuación del movimiento de este es:

$$\mathbf{r}\,(t) = 7\,t\,\mathbf{i} + (1 + 7\,t - 5\,t^2)\,\mathbf{j}$$

Calcula, en unidades del SI:

a) Los vectores posición en los instantes $t = 0$ y $t = 1$ s.

b) El vector desplazamiento en el primer segundo.

c) La velocidad media en ese intervalo de tiempo y su módulo.

d) La velocidad en el instante $t = 1$ s y su módulo.

a) Los vectores posición son:

$$\mathbf{r}_0 = \mathbf{j}\ \text{m}; \quad \mathbf{r}(1) = 7\,\mathbf{i} + 3\,\mathbf{j}\ \text{m}$$

b) El desplazamiento será:

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0 = 7\,\mathbf{i} + 2\,\mathbf{j}\ \text{m}$$

c) La velocidad media es:

$$\mathbf{v}_\text{m} = \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{7\,\mathbf{i} + 2\,\mathbf{j}}{1} = 7\,\mathbf{i} + 2\,\mathbf{j}\ \text{m/s}$$

Su módulo será:

$$v_\text{m} = \sqrt{7^2 + 2^2} = 7{,}3\ \text{m/s}$$

d) Para calcular la velocidad instantánea hay que derivar el vector posición:

$$\mathbf{v} = \frac{\text{d}}{\text{d}t}\,\mathbf{r} = 7\,\mathbf{i} + (7 - 10\,t)\,\mathbf{j}$$

En $t = 1$ s, valdrá:

$$\mathbf{v}_1 = 7\,\mathbf{i} - 3\,\mathbf{j}\ \text{m/s}$$

Su módulo será:

$$v_1 = \sqrt{7^2 + (-3)^2} = 7{,}6\ \text{m/s}$$

38 Si el radio de la Tierra es $R = 6\,370$ km, calcula la velocidad, respecto al eje terrestre, de un objeto situado sobre el Ecuador terrestre en reposo respecto al suelo.

Un objeto situado en el Ecuador recorre un espacio igual a la longitud de la circunferencia de radio *R*, en un tiempo igual a 24 h.

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi \cdot R}{t} = \frac{2\pi \cdot 6\,370}{24\ \text{h}} = 1\,667{,}7\ \text{km/h}$$

39 La posición de una partícula en el plano viene dada por la ecuación vectorial:

$$\mathbf{r}\,(t) = (t^2 - 6)\,\mathbf{i} + (t + 3)\,\mathbf{j}$$

Calcula, en unidades del SI:

a) La posición de la partícula para $t = 2$ s y $t = 3$ s.

b) La velocidad media en ese intervalo.

c) La velocidad instantánea para $t = 2$ s y su módulo.

a) Las posiciones en los instantes indicados son:

$$\mathbf{r}\,(2) = (2^2 - 6)\,\mathbf{i} + (2 + 3)\,\mathbf{j} = -2\,\mathbf{i} + 5\,\mathbf{j}\ \text{m}; \quad \mathbf{r}\,(3) = (3^2 - 6)\,\mathbf{i} + (3 + 3)\,\mathbf{j} = 3\,\mathbf{i} + 6\,\mathbf{j}\ \text{m}$$

b) La velocidad media está definida como:

$$\mathbf{v}_\text{m} = \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t}$$

Por tanto, hay que calcular $\Delta\mathbf{r}_{23}$ y Δt:

$$\Delta\mathbf{r}_{23} = \mathbf{r}\,(3) - \mathbf{r}\,(2) = 3 - (-2)\,\mathbf{i} + (6 - 5)\,\mathbf{j} = 5\,\mathbf{i} + \mathbf{j}\text{ m};\quad \Delta t = 3 - 2 = 1\text{ s}$$

Sustituyendo, la velocidad media es:

$$\mathbf{v}_\text{m} = \frac{5\,\mathbf{i} + 1\,\mathbf{j}}{1} = 5\,\mathbf{i} + \mathbf{j}\text{ m/s}$$

c) La velocidad instantánea se calcula como la derivada, respecto del tiempo, del vector posición:

$$\mathbf{v}\,(\text{t}) = \frac{\text{d}\mathbf{r}(t)}{\text{d}t} = 2\,t\,\mathbf{i} + \mathbf{j}$$

En el instante $t = 2$ s, valdrá:

$$\mathbf{v}_2 = 2 \cdot 2\,\mathbf{i} + \mathbf{j} = 4\,\mathbf{i} + \mathbf{j}\text{ m/s} \rightarrow |\mathbf{v}_2| = \sqrt{4^2 + 1^2} = 4{,}1\text{ m/s}$$

40 Un coche sube un puerto de 5 km en 0,24 h y tarda 0,08 h en bajar por el otro lado los 6 km que tiene. ¿Qué velocidad media ha llevado en el trayecto completo? ¿Coincide con la media de las velocidades?

La velocidad media del coche será:

$$v_\text{m} = \frac{s}{t} = \frac{5 + 6}{0{,}24 + 0{,}08} = 34{,}4\text{ km/h}$$

La velocidad en la subida es:

$$v_\text{s} = \frac{s}{t} = \frac{5}{0{,}24} = 20{,}8\text{ km/h}$$

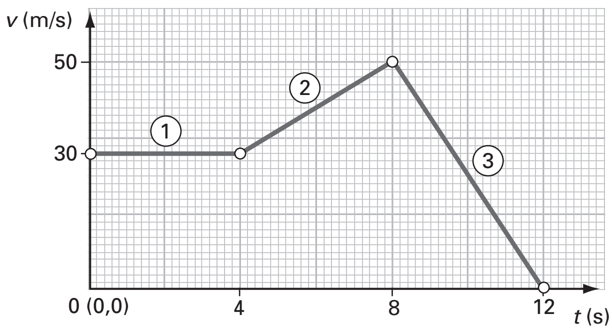
en la bajada:

$$v_\text{b} = \frac{s}{t} = \frac{6}{0{,}08} = 75\text{ km/h}$$

La media de estas velocidades es:

$$\overline{v} = \frac{20{,}8 + 75}{2} = 47{,}9\text{ km/h}$$

41 El gráfico muestra cómo varia la velocidad de un cuerpo en función del tiempo. Calcula en cada uno de los tramos la velocidad final e inicial y la aceleración.



En el primer tramo la velocidad se mantiene constante, $v_1 = 30$ m/s; en el segundo, $v_{2\text{i}} = 30$ m/s; $v_{2\text{f}} = 50$ m/s y, en el tercero, $v_{3\text{i}} = 50$ m/s; $v_{3\text{f}} = 0$.

En el primer tramo no hay aceleración.

En el segundo: $a_2 = \dfrac{v_{2\text{f}} - v_{2\text{i}}}{t} = \dfrac{50 - 30}{4} = 5\text{ m/s}^2$.

En el tercero: $a_3 = \dfrac{0 - 50}{4} = -12{,}5\text{ m/s}^2$.

42 Dejamos en el borde de un disco de 20 cm de radio un céntimo de euro. La ecuación que describe el movimiento de la moneda es $s = 50\ t$, con s en cm y t en segundos.

a) Calcula la velocidad de la moneda.

b) Halla la aceleración centrípeta de la moneda.

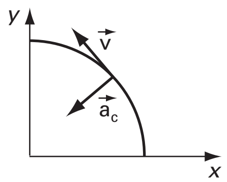
c) En una posición cualquiera de la moneda, dibuja los vectores velocidad y aceleración centrípeta.

a) La ecuación del espacio es: $s = v \cdot t$, por tanto, comparando con la ecuación dada: $v = 50$ cm/s.

b) La aceleración centrípeta es:

$$a_c = \frac{v^2}{R} \rightarrow a_c = \frac{50^2}{20} = 125\ \text{cm/s}^2$$

c)



43 Calcula la aceleración que lleva un móvil cuya ecuación de velocidad, en unidades internacionales, es:

$$\mathbf{v} = (2\ t + 2)\ \mathbf{i} - 4\ \mathbf{j}$$

Para calcular la aceleración basta derivar la velocidad respecto del tiempo:

$$\mathbf{a} = \frac{\text{d}}{\text{d}t}\ \mathbf{v} = 2\ \mathbf{i}\ \ \text{m/s}^2$$

44 La ecuación del movimiento de un móvil, expresadas las magnitudes en el Sistema Internacional, es:

$$\mathbf{r}\ (t) = (4\ t - 7)\ \mathbf{i} + (1{,}5\ t^2 + 14)\ \mathbf{j}$$

Calcula:

a) La velocidad y su módulo en cualquier instante.

b) La aceleración y su módulo.

c) Las componentes intrínsecas de la aceleración en $t = 1$ s.

a) La velocidad instantánea se calcula como la derivada, respecto del tiempo, del vector posición:

$$\mathbf{v}\ (t) = \frac{\text{d}\mathbf{r}(t)}{\text{d}t} = 4\ \mathbf{i} + 3\ t\ \mathbf{j}\ \text{m/s}$$

El módulo será:

$$v = \sqrt{4^2 + (3\ t)^2} = \sqrt{16^2 + 9\ t^2}\ \text{m/s}$$

b) La aceleración se calcula como la derivada, respecto del tiempo, del vector velocidad:

$$\mathbf{a}\ (t) = \frac{\text{d}\mathbf{v}(t)}{\text{d}t} = 3\ \mathbf{j}\ \text{m/s}^2 \quad \rightarrow \quad \text{su módulo será: } a = 3\ \text{m/s}^2$$

c) Las componentes intrínsecas de la aceleración son la aceleración tangencial, a_t y la aceleración centrípeta, a_c.

La aceleración tangencial se calcula como la derivada, respecto del tiempo, del módulo de la velocidad:

$$a_t\ (t) = \frac{\text{d}v(t)}{\text{d}t} = \frac{18\ t}{2\ \sqrt{16 + 9\ t^2}} = \frac{9\ t}{\sqrt{16 + 9\ t^2}}$$

En el instante $t = 1$ s, tendremos:

$$a_t\ (1) = \frac{9}{\sqrt{16 + 9}} = 1{,}80\ \text{m/s}^2$$

La aceleración normal se puede calcular directamente utilizando la definición de módulo de un vector:

$$a^2 = a_t^2 + a_c^2 \quad \rightarrow \quad a_c = \sqrt{a^2 - a_t^2}$$

$$a_c\,(1) = \sqrt{3^2 - 1{,}80^2} = 2{,}40 \text{ m/s}^2$$

45 Un piloto de Fórmula 1 traza con su coche una curva circular de 100 m de radio a 234 km/h.

a) Calcula la aceleración centrípeta que adquiere.

b) Dibuja sobre la trayectoria el vector velocidad y la aceleración en un instante cualquiera.

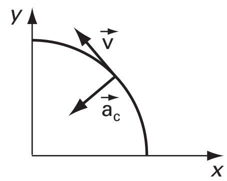
a) La velocidad del piloto expresada en unidades internacionales es:

$$v = 234 \cdot \frac{1\,000}{3\,600} = 65 \text{ m/s}$$

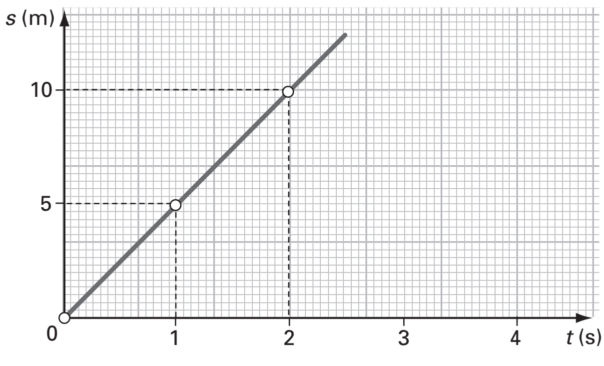
La aceleración centrípeta será:

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{65^2}{100} = 42 \text{ m/s}^2$$

b) El vector velocidad es tangente a la trayectoria y la aceleración centrípeta tiene la dirección del radio y hacia el centro.



46 Dada la gráfica de la figura:



a) ¿Se puede asegurar que la trayectoria del móvil es una línea recta?

b) ¿Qué espacio ha recorrido el móvil en $t = 1{,}5$ s?

c) En caso de que la trayectoria fuese rectilínea, indica el tipo de movimiento del móvil en los dos primeros segundos.

a) No, solo se puede asegurar que el movimiento es uniforme, es decir recorre espacios iguales en tiempos iguales.

b) La velocidad del móvil coincide con la pendiente de la recta, en consecuencia $v = 5$ m/s.

El espacio sería: $s = 5\,t$. En consecuencia en $t = 1{,}5$ s:

$$s = 5 \cdot 1{,}5 = 7{,}5 \text{ m}$$

c) El movimiento sería rectilíneo uniforme.

47 Durante una tormenta se ve un relámpago y se oye un trueno:

a) Calcula la distancia a la que nos encontramos del núcleo de la tormenta si, después de ver el relámpago, oímos el trueno a los 30 s.

b) ¿Por qué podemos suponer que vemos el relámpago en el mismo instante en que se produce?

(Datos: v (sonido) = 340 m/s; v (luz) = $3 \cdot 10^8$ m/s).

a) Como la velocidad de la luz es mucho mayor que la del sonido, supondremos que vemos el relámpago en el mismo instante en el que se produce. La distancia que recorre el sonido en 30 s será:

$$d = 340\ t \quad \rightarrow \quad d = 340 \cdot 30 = 10\ 200 \text{ m}$$

b) La suposición realizada en el apartado anterior se puede hacer sin cometer grandes errores ya que la luz tardaría en recorrer esos 10 200 m:

$$d = 3 \cdot 10^8 \cdot t \quad \rightarrow \quad t = \frac{d}{3 \cdot 10^8} = \frac{10\ 200}{3 \cdot 10^8} = 3{,}4 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

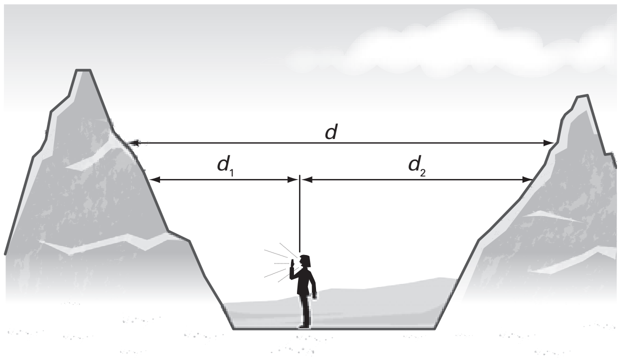
Que es un tiempo imperceptible.

48 Una chica situada entre dos montañas grita «¡hola¡» y oye ecos al cabo de 4 s y 5,5 s.

a) ¿A qué distancia está de la montaña más próxima?

b) ¿Cuál es la distancia entre las dos montañas?

(Dato: v (sonido) = 340 m/s).



a) Si llamamos d_1 a la distancia de la chica a la montaña más cercana, el sonido tarda 4 s en recorrer, con velocidad constante, la distancia, 2 d_1, por tanto:

$$2\ d_1 = v \cdot t_1 = 340 \cdot 4 = 1\ 360 \text{ m} \quad \rightarrow \quad d_1 = 680 \text{ m}$$

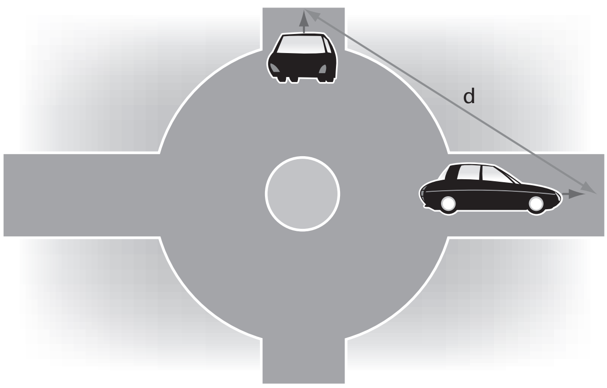
b) Análogamente si llamamos d_2 a la distancia de la chica a la montaña más lejana, como el eco se escucha a los 5,5 s tendríamos:

$$2\ d_2 = v \cdot t_2 = 340 \cdot 5{,}5 = 1\ 870 \text{ m} \quad \rightarrow \quad d_2 = 935 \text{ m}$$

La distancia entre las dos montañas será:

$$d = d_1 + d_2 = 680 + 935 = 1\ 615 \text{ m}$$

49 Dos coches salen a la vez del centro de una glorieta por calles rectas y perpendiculares entre sí, con velocidades constantes de 82 km/h y 70 km/h, respectivamente. ¿Qué marcará un cronómetro cuando la distancia entre los dos coches sea de 40 m?



Las velocidades de los coches, expresadas en m/s serán:

$$v_1 = 82 \text{ km/h} = 82 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 22{,}8 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 70 \text{ km/h} = 70 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 19{,}4 \text{ m/s}$$

Como se ve en la figura, suponiendo que empezamos a contar tiempos en el momento en que ambos coches salen del centro de la glorieta, se forma un triángulo rectángulo en el que la hipotenusa es la distancia entre los coches y los catetos son los espacios recorridos por cada uno de ellos. Por tanto:

$$d^2 = s_1^2 + s_2^2 = (v_1 \cdot t)^2 + (v_2 \cdot t)^2 = v_1^2 \cdot t^2 + v_2^2 \cdot t^2 = (v_1^2 + v_2^2) \cdot t^2$$

Despejando el tiempo:

$$t^2 = \frac{d^2}{v_1^2 + v_2^2} \rightarrow t = \frac{d}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$$

Sustituyendo los datos:

$$t = \frac{40}{\sqrt{22{,}8^2 + 19{,}4^2}} = 1{,}3 \text{ s}$$

50 La luz viaja a $3 \cdot 10^8$ m/s. El año luz es la distancia recorrida por la luz en un año. El objeto estelar más cercano a la Tierra está situado a cuatro años luz. ¿A qué distancia se encuentra?

La distancia que recorre la luz en un año será:

$$s = c \cdot t = 3 \cdot 10^8 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3\,600 = 9{,}5 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

Por tanto, un año luz equivale a $9{,}5 \cdot 10^{15}$ m.

El objeto estará a una distancia:

$$d = 4 \cdot 9{,}5 \cdot 10^{15} \text{ m} = 3{,}8 \cdot 10^{16} \text{ m}$$

51 La ecuación de un movimiento uniforme es:

$$x = 25 - 5\,t$$

Donde x viene expresada en metros y t, en segundos.

a) Indica qué significado tiene cada uno de los coeficientes de la ecuación.

b) ¿En qué instante pasa el móvil por el origen?

c) Representa en un diagrama x-t el movimiento durante los siete primeros segundos.

a) La ecuación del movimiento uniforme es:

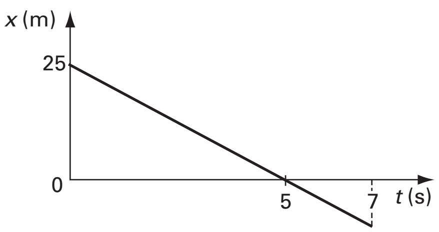
$$x = x_0 + v \cdot t$$

- x_0 = 25 m, es la posición inicial y significa que empezamos a contar tiempos cuando el móvil se encuentra a 25 m a la derecha del origen del sistema de referencia.
- v = –5 m/s, es la velocidad, el signo menos indica que el móvil se desplaza hacia la izquierda (sentido negativo del eje x.

b) El instante en el que pasa por el origen, x = 0, se obtiene de la ecuación del movimiento:

$$0 = 25 - 5\,t \rightarrow t = 5 \text{ s}$$

c)



52 Dos vehículos salen a la misma hora de dos puntos que distan entre sí 40 km en línea recta. El vehículo 1 se mueve con v_1 = 90 km/h y el vehículo 2 con v_2 = 60 km/h. Calcula el instante y la posición en que se produce el encuentro:

a) Si los vehículos van en el mismo sentido.

b) Si los vehículos van en sentidos contrarios.

c) Representa en un mismo diagrama *x-t* el movimiento de ambos vehículos, en los dos casos.

a) Las ecuaciones de los móviles, tomando como referencia la posición inicial del vehículo 1 serán:

$$x_1 = v_1 \cdot t_1;\ \ x_2 = 40 + v_2 \cdot t_2$$

En el punto $x = x_1 = x_2$, e instante $t = t_1 = t_2$, del alcance, las ecuaciones serían:

$$x = 90\ t;\ \ x = 40 + 60\ t$$

Igualando :

$$90\ t = 40 + 60\ t \ \ \rightarrow \ \ t = 1{,}33 \text{ h}$$

Sustituyendo en una de las ecuaciones:

$$x = 90 \cdot 1{,}33 = 119{,}7 \text{ km}$$

b) Las ecuaciones de los móviles, tomando como referencia la posición inicial del móvil 1, y teniendo en cuenta que la velocidad del móvil 2 tiene sentido contrario a la del móvil 1, serán:

$$x_1 = v_1 \cdot t_1;\ \ x_2 = 40 - v_2 \cdot t_2$$

En el punto $x = x_1 = x_2$, e instante $t = t_1 = t_2$, del alcance, las ecuaciones serían:

$$x = 90\ t;\ \ x = 40 - 60\ t$$

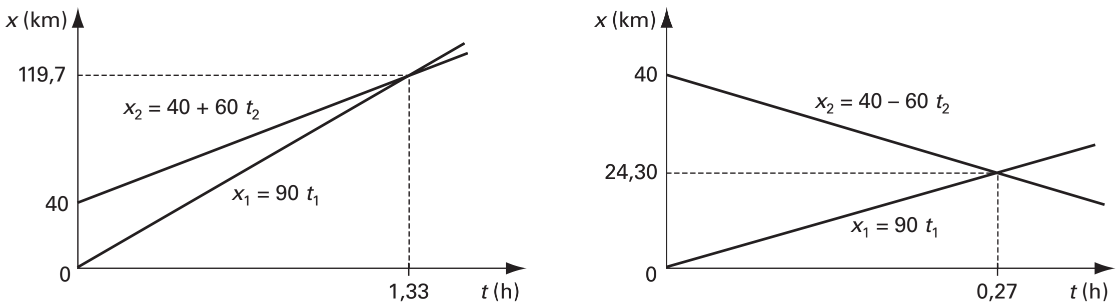
Igualando:

$$90\ t = 40 - 60\ t \ \ \rightarrow \ \ t = 0{,}27 \text{ h}$$

Sustituyendo en una de las ecuaciones:

$$x = 90 \cdot 0{,}27 = 24{,}30 \text{ km}$$

c)



53 El oído humano es capaz de distinguir dos sonidos emitidos con un intervalo de 0,1 s. ¿Cuál es la distancia mínima a la que te debes colocar frente a una pared, para percibir el eco? (Dato: velocidad del sonido en el aire v = 340 m/s).

Para que se produzca eco, el sonido debe ir y volver. Si llamamos d, a la distancia que hay hasta la pared, el sonido debe recorrer 2 d en 0,1 s.

$$2\ d = v \cdot t \ \ \rightarrow \ \ 2\ d = 340 \cdot 0{,}1 = 34 \ \ \rightarrow \ \ d = 17 \text{ m}$$

54 Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

En un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado:

a) La aceleración aumenta.

b) La aceleración disminuye.

c) Es constante la aceleración.

d) La trayectoria es una parábola.

e) La gráfica *v-t* es una recta.

f) La aceleración puede ser $-0{,}4$ m/s^2.

a) Falso. La aceleración es constante; **b)** Falso. La aceleración es constante; **c)** Verdadero; **d)** Falso. La trayectoria es una recta; **e)** Verdadero. La relación entre la velocidad y el tiempo es lineal, $v = v_0 + a \cdot t$; **f)** Verdadero.

55 En la ecuación $v = 15 - 3\,t$, donde v es la velocidad y t es el tiempo, indica el significado de 15 y de -3, teniendo en cuenta que todas las magnitudes se expresan en el SI.

La ecuación de la velocidad de un movimiento uniformemente acelerado es $v = v_0 + a \cdot t$, por tanto, 15 corresponde a la velocidad inicial de móvil, $v_0 = 15$ m/s; y -3 es la aceleración del movimiento, $a = -3$ m/s^2.

56 Expresa en una ecuación el siguiente movimiento: un móvil que marcha a la velocidad de 7 m/s aumenta su velocidad a razón de 2 m/s.

La ecuación de la velocidad de un movimiento uniformemente acelerado es $v = v_0 + a \cdot t$, por tanto, $v_0 = 7$ m/s y $a = 2$ m/s^2:

$$v = 7 + 2\,t$$

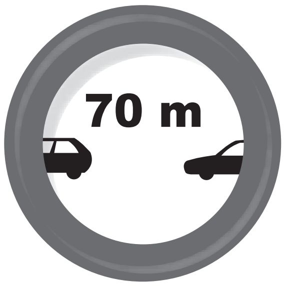
57 Cita movimientos uniformemente acelerados.

La caída libre en las proximidades de la superficie terrestre donde la aceleración de la gravedad, g, se puede considerar constante.

Los movimientos que se producen al arrancar o frenar cualquier vehículo.

El lanzamiento de objetos (verticalmente), balones, piedras, dardos, etc.

58 ¿Conoces el significado de esta señal?



Esta señal, para que tenga sentido, siempre debe ir acompañada por otra que va referida a limitación de la velocidad. ¿Por qué?

Es una señal que prohíbe circular a menos de 70 m del coche que va delante. Señala por tanto la distancia de seguridad que se debe mantener con el vehículo de delante.

Evidentemente la distancia de seguridad depende de la velocidad que se lleve, en consecuencia, esta señal debe ir acompañada de otra que indique la velocidad máxima con la que se debe circular en un determinado tramo de carretera.

59 Calcula la velocidad inicial de una motocicleta, expresada en km/h, que frena con una aceleración constante de 8 m/s^2, sabiendo que se para a los 3 s de iniciar la frenada.

La ecuación de la velocidad de un movimiento con aceleración constante es:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

La aceleración del movimiento es $a = -8$ m/s^2. La condición de pararse, $v = 0$, a los 3 s nos permite escribir:

$$0 = v_0 - 8 \cdot 3 \quad \rightarrow \quad v_0 = 24 \text{ m/s}$$

Expresada en km/h será:

$$v_0 = 24\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{3\,600 \text{ s/h}}{1\,000 \text{ m/km}} = 86{,}4 \text{ km/h}$$

60 En la propaganda de un coche deportivo se indica que tarda 5,5 s en alcanzar los 100 km/h a salida parada. Calcula la aceleración del deportivo y el espacio que recorre en ese tiempo.

La velocidad expresada en unidades internacionales es:

$$v = 100\ \text{km/h} = 100 \cdot \frac{1\,000\ \text{m}}{3\,600\ \text{s}} = 27{,}78\ \text{m/s}$$

Conocidas las velocidades y el tiempo la aceleración se puede calcular como:

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{27{,}76}{5{,}5} = 5{,}05\ \text{m/s}^2$$

El espacio recorrido será:

$$s = \frac{1}{2}\,a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 5{,}05 \cdot 5{,}5^2 = 76{,}38\ \text{m}$$

61 Una chica va en bicicleta a una velocidad de 15 km/h, en un momento dado y a 10 m de ella, se le cruza un niño detrás de una pelota. Calcula:

a) ¿Con qué aceleración debe frenar?

b) ¿Qué tiempo tarda en parar?

c) Escribe la ecuación del movimiento respecto de un sistema de referencia cuyo origen se encuentra en el niño.

a) En primer lugar expresamos la velocidad en unidades internacionales:

$$v_0 = 15\ \text{km/h} \cdot \frac{1\,000\ \text{m/km}}{3\,600\ \text{s/h}} = 4{,}2\ \text{m/s}$$

Conocido el espacio que recorre hasta pararse, la aceleración la podemos obtener de:

$$v^2 - v_0^2 = 2\,a \cdot s \quad \rightarrow \quad a = \frac{-v_0^2}{2\,s}$$

Sustituyendo valores obtenemos:

$$a = \frac{-(4{,}2)^2}{2 \cdot 10} = -0{,}9\ \text{m/s}^2$$

b) Conocida la aceleración, el tiempo lo calculamos de:

$$v - v_0 = a \cdot t \quad \rightarrow \quad t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{-4{,}2}{-0{,}9} = 4{,}7\ \text{s}$$

c) Suponiendo que la bici le llega al niño por la izquierda, la ecuación del movimiento será:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}\,a \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad x = -10 + 4{,}2\,t - \frac{1}{2} \cdot 0{,}9\,t^2$$

En definitiva:

$$x = -10 + 4{,}2\,t - 0{,}45\,t^2$$

62 Ana ve el autobús que debe tomar en la parada y sale corriendo para subir a él a 6 m/s. Cuando se encuentra a 10 m del autobús, este arranca con una aceleración uniforme de $a = 0{,}5\ \text{m/s}^2$.

a) Calcula el tiempo que Ana tardará en alcanzarlo.

b) Representa en un mismo diagrama *x-t* los dos movimientos.

a) Las ecuaciones de los móviles, tomando como referencia la posición de Ana cuando el autobús arranca, serán:

- Ana lleva velocidad constante, v = 6 m/s, luego:

$$x_A = 6\ t_A$$

- El autobús parte del reposo, $v_0 = 0$, a x_0 = 10 m de la posición de Ana y con aceleración constante de a = 0,5 m/s^2 luego:

$$x_B = 10 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}5\ t_B^2$$

En el punto $x = x_A = x_B$, e instante $t = t_A = t_B$, del alcance, las ecuaciones serían:

$$x = 6\ t; \quad x = 10 + 0{,}25\ t^2$$

Igualando:

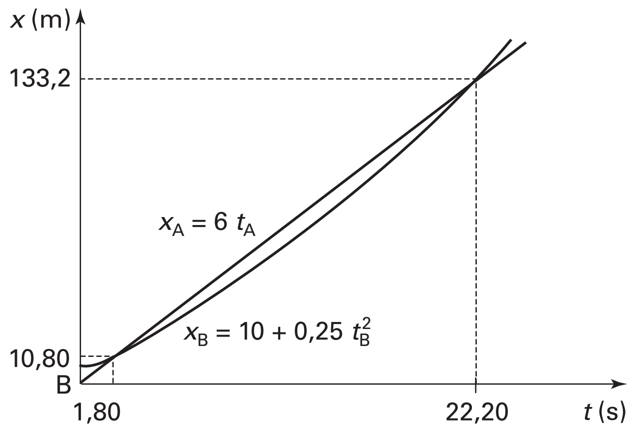
$$6\ t = 10 + 0{,}25\ t^2 \quad \rightarrow \quad 0{,}25\ t^2 - 6\ t + 10 = 0$$

se obtienen dos soluciones: t_1 = 1,80 s y t_2 = 22,20 s.

b) Si sustituyes el tiempo en la ecuación del movimiento uniforme obtienes una posición de alcance para cada uno de los tiempos:

$$x_1 = 6 \cdot 1{,}80 = 10{,}80 \text{ m}; \quad x_2 = 6 \cdot 22{,}20 = 133{,}2 \text{ m}$$

Que en la representación gráfica suponen dos puntos de corte entre la recta que representa el movimiento uniforme y la parábola que representa el movimiento uniformemente acelerado.



63 Un conductor viaja en su vehículo a una velocidad de 54 km/h. El coche que circula delante se detiene de repente y el conductor tarda 2 s en reaccionar y pisar el freno. A partir de ese momento, su coche para en 3 s. Halla la aceleración del vehículo y la distancia de seguridad que debería llevar para no chocar con el de delante.

La velocidad del coche en m/s es:

$$v_0 = 54 \text{ km/h} = 54 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 15 \text{ m/s}$$

La aceleración de frenado será:

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0 - 15}{3} = -5 \text{ m/s}^2$$

La distancia de seguridad que debería llevar sería la suma del espacio que recorre durante el segunda que tarda en reaccionar, s_1, y el espacio recorrido en la frenada, s_2: $d = s_1 + s_2$.

El espacio s_1 se recorre con velocidad constante, por tanto:

$$s_1 = v_0 \cdot t = 15 \cdot 2 = 30 \text{ m}$$

El espacio durante la frenada es:

$$s_2 = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}\, a \cdot t^2 \;\rightarrow\; s_2 = 15\, t - 2{,}5\, t^2$$

En los 3 s que tarda en parar será:

$$s_2 = 15 \cdot 3 - 2{,}5 \cdot 3^2 = 22{,}5 \text{ m}$$

En consecuencia, la distancia de seguridad mínima que debería llevar es:

$$d = 30 + 22{,}5 = 52{,}5 \text{ m}$$

64 El tiempo de detención se define como la suma del tiempo de reacción de un conductor más el tiempo de frenado de su vehículo. Un coche marcha a 70 km/h y debe parar en 60 m. Si el tiempo de reacción del conductor es de 1,5 s, ¿cuál será la aceleración de frenado?

La velocidad del vehículo expresada en m/s será:

$$v_0 = 70 \text{ km/h} = 70 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 19{,}44 \text{ m/s}$$

Durante el tiempo de reacción el vehículo ha recorrido:

$$s_r = v_0 \cdot t = 19{,}44 \cdot 1{,}5 = 29{,}16 \text{ m}$$

Por tanto, hasta completar los 60 m le quedan para frenar: $s_f = 60 - 29{,}16 = 30{,}84$ m.

La aceleración necesaria para lograrlo sería:

$$v^2 = v_0^2 + 2\, a \cdot s \;\rightarrow\; a = \frac{v^2 - v_0^2}{2\, s} = \frac{0 - 19{,}44^2}{2 \cdot 30{,}84} = -6{,}13 \text{ m/s}^2$$

65 Un coche que va a 120 km/h recorre, antes de parar uniformemente sobre una carretera seca, un mínimo de 112 m. Suponiendo que el tiempo de respuesta del conductor es de 0,3 s, calcula:

a) La aceleración de frenado del coche.

b) El tiempo total que el coche tarda en detenerse.

El tiempo de respuesta de un conductor es el tiempo que tarda desde que decide frenar hasta que aprieta el pedal del freno. Durante este tiempo, que suele ser de unas décimas de segundo, el coche recorre cierto espacio con la velocidad que lleva el coche.

Antes de empezar el ejercicio debemos expresar la velocidad en m/s:

$$v = 120 \text{ km/h} = 120 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 33{,}3 \text{ m/s}$$

a) Durante el tiempo de respuesta, $t_r = 0{,}3$ s, el coche se mueve con velocidad constante, por tanto, recorre un espacio que se calcula como:

$$s_r = v \cdot t_r = 33{,}3 \cdot 0{,}3 = 10{,}0 \text{ m}$$

El espacio $s_f = 102$ m restante los recorre con movimiento uniformemente acelerado, por tanto, conocidas las velocidades $v_f = 0$ y $v_0 = 33{,}3$ m/s, para calcular la aceleración, podemos utilizar:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2\, a \cdot s_f \;\rightarrow\; a = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2\, s}$$

$$a = \frac{0^2 - 33{,}3^2}{2 \cdot 102} = -5{,}4 \text{ m/s}^2$$

b) El tiempo total que tarda en detenerse será:

$$t = t_r + t_f$$

El tiempo de frenado se calcula a partir de:

$$v_f - v_0 = a \cdot t_f \quad \rightarrow \quad t_f = \frac{v_f - v_0}{a} = \frac{0 - 33{,}3}{-5{,}4} = 6{,}2 \text{ s}$$

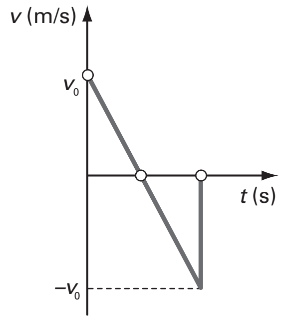
En consecuencia:

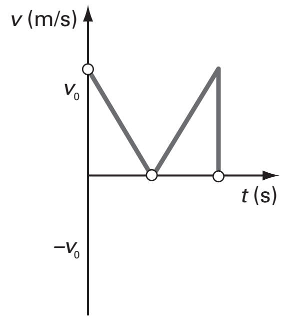
$$t = 0{,}3 + 6{,}2 = 6{,}5 \text{ s}$$

66 Explica por qué, hablando de una manera completamente rigurosa, el movimiento de caída de los cuerpos (incluso en el vacío) no es uniformemente acelerado.

La aceleración de la gravedad no es rigurosamente constante, varia con la distancia al centro de la Tierra, además, también varia con la densidad de la corteza terrestre y otros factores.

67 ¿Cuál de los dos diagramas *v-t* describe un lanzamiento vertical hacia arriba?





Es la de la izquierda, el objeto sale con velocidad v_0, va disminuyéndola hasta que se para en la altura máxima y comienza a descender con velocidad negativa (sentido contrario) hasta que llega al suelo con la misma velocidad que con la que salió.

68 Se lanza verticalmente hacia arriba un cuerpo con velocidad inicial de 15 m/s. Calcula:

a) La altura máxima alcanzada.

b) El tiempo que tarda en alcanzar esa altura.

c) La velocidad con que llega al suelo y el tiempo que tarda en caer.

a) La altura máxima se alcanza cuando $v = 0$.

$$v^2 = v_0^2 - 2\,g \cdot y \quad \rightarrow \quad 0 = v_0^2 - 2\,g \cdot y_{máx} \quad \rightarrow \quad y_{máx} = \frac{v_0^2}{2\,g} = \frac{15^2}{2 \cdot 9{,}81} = 11{,}47 \text{ m}$$

b) El tiempo en alcanzar esta altura será:

$$v = v_0 - g \cdot t \quad \rightarrow \quad 0 = v_0 - g \cdot t \quad \rightarrow \quad t = \frac{v_0}{g} = \frac{15}{9{,}81} = 1{,}53 \text{ s}$$

c) La velocidad con la que llega al suelo es la misma que con la que se lanzó, $v = 15$ m/s, pero en sentido contrario ($\mathbf{v} = -15\,\mathbf{j}$ m/s). El tiempo será el doble, $t = 3{,}06$ s.

69 María lanza hacia arriba una pelota, que llega hasta el balcón de su casa, situado a 7,4 m del punto de lanzamiento. ¿Con qué velocidad lanzó María la pelota y al cabo de cuánto tiempo vuelve a recuperarla?

Conociendo la altura máxima, $y_{máx} = 7{,}4$ m, y sabiendo que esta se alcanza cuando $v = 0$, podemos calcular directamente la velocidad del lanzamiento:

$$v^2 = v_0^2 - 2\,g \cdot y \quad \rightarrow \quad 0 = v_0^2 - 2\,g \cdot y_{máx} \quad \rightarrow \quad v_0 = \sqrt{2\,g \cdot y_{máx}} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 7{,}4} = 12 \text{ m/s}$$

Cuando la pelota está en el suelo: $y = 0$; en consecuencia, utilizando la ecuación de la posición y aplicando esta condición obtendremos directamente dos tiempos, uno $t = 0$, que es el de salida y el otro será el tiempo de caída:

$$y = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \rightarrow 0 = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \rightarrow 0 = 12\,t - 4{,}91\,t^2$$

Sacando factor común al tiempo:

$$0 = t \cdot (12 - 4{,}91\,t) \rightarrow t = 0;\ 12 - 4{,}91\,t = 0$$

Despejando el tiempo:

$$t = \frac{-12}{-4{,}91} = 2{,}44\ \text{s}$$

70 Se lanza un cuerpo hacia arriba con una velocidad inicial v_0. Indica los valores de t para los cuales:

a) La velocidad se anula.

b) La velocidad es positiva.

c) La velocidad es negativa.

La ecuación de la velocidad es: $v = v_0 - g \cdot t$.

a) Si $v = 0 \rightarrow 0 = v_0 - g \cdot t \rightarrow t = \frac{v_0}{g}$.

b) Si $v > 0 \rightarrow v_0 > g \cdot t \rightarrow t < \frac{v_0}{g}$.

c) Si $v < 0 \rightarrow v_0 < g \cdot t \rightarrow t > \frac{v_0}{g}$.

71 Se lanzan dos cuerpos verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 400 m/s y con un intervalo de 20 s. Calcula:

a) La altura máxima alcanzada.

b) El tiempo que los dos cuerpos tardan en cruzarse y la distancia desde ese punto de cruce al de lanzamiento.

c) La velocidad de cada cuerpo en el punto de cruce.

a) La altura máxima se alcanza cuando $v = 0$, por tanto:

$$v^2 = v_0^2 - 2\,g \cdot y \rightarrow 0 = v_0^2 - 2\,g \cdot y_{máx} \rightarrow y_{max} = \frac{-v_0^2}{-2\,g} = \frac{400^2}{19{,}62} = 8\,155\ \text{m}$$

b) Las ecuaciones de los proyectiles que salen con velocidad inicial $v_0 = 400$ m/s desde el suelo, son:

$$y_1 = 400\,t_1 - \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\,t_1^2;\ \ y_2 = 400\,t_2 - \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\,t_2^2$$

En el momento del encuentro:

$$y = y_1 = y_2;\ \ t_1 = t \ \ \text{y} \ \ t_2 = t - 20$$

Sustituyendo:

$$y = 400\,t - 4{,}91\,t^2;\ \ y = 400 \cdot (t - 20) - 4{,}91 \cdot (t - 20)^2$$

Igualando:

$$400\,t - 4{,}91\,t^2 = 400 \cdot (t - 20) - 4{,}91 \cdot (t - 20)^2 \rightarrow t = 50{,}7\ \text{s}$$

Sustituyendo en una cualquiera de las ecuaciones de la posición se obtiene:

$$y = 400 \cdot 50{,}7 - 4{,}91 \cdot (50{,}7)^2 = 7\,659\ \text{m}$$

c) Las ecuaciones de las velocidades serían:

$$v_1 = 400 - 9{,}81\ t;\ \ v_2 = 400 - 9{,}81 \cdot (t - 20)$$

Sustituyendo el tiempo:

$$v_1 = 400 - 9{,}81 \cdot 50{,}7 = -\,97{,}4 \text{ m/s};\ \ v_2 = 400 - 9{,}81 \cdot (50{,}7 - 20) = 98{,}8 \text{ m/s}$$

El primero de los cuerpos, en el momento del encuentro, está bajando (velocidad negativa), y el segundo está subiendo.

72 Un globo asciende verticalmente en la atmósfera a una velocidad constante de 15 m/s y se deja caer de él un saco de arena, que llega al suelo al cabo de 20 s. Prescindiendo del rozamiento del aire, determina a qué altura estaba el globo cuando se dejó caer el saco.

Tomando como referencia el suelo, y suponiendo que y_0 es la posición en la que se deja caer el saco de arena, y que en el instante de soltar el saco este lleva la misma velocidad que lleva el globo, v_0 = 15 m/s, la ecuación del movimiento del saco sería:

$$y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}\,g \cdot t^2 \ \ \rightarrow\ \ y = y_0 + 15\ t - \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\ t^2 \ \ \rightarrow\ \ y = y_0 + 15\ t - 4{,}91\ t^2$$

El tiempo que tarda en llegar al suelo, t = 20 s, es el instante en el que y = 0:

$$0 = y_0 + 15 \cdot 20 - 4{,}91 \cdot 20^2 \ \ \rightarrow\ \ y_0 = 1\,664 \text{ m}$$

73 Desde la azotea de un edificio de 30 m se deja caer un cuerpo. En el mismo instante y desde el mismo sito se lanza, en vertical y hacia arriba, otro cuerpo con una velocidad inicial de 20 m/s ¿Cuándo y dónde se cruzan los dos cuerpos?

Tomando como referencia el suelo, las ecuaciones de los movimientos serían:

- Para el cuerpo que se deja caer desde arriba, y_0 = 30 m, v_0 = 0:

$$y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}\,g \cdot t^2 \ \ \rightarrow\ \ y = 30 - 4{,}91\ t^2$$

- Para el cuerpo que se lanza verticalmente hacia arriba con v_0 = 20 m/s:

$$y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}\,g \cdot t^2 \ \ \rightarrow\ \ y = 20\ t - 4{,}91\ t^2$$

Ambas ecuaciones deben de cumplir con la condición de que estén en el mismo sitio y a la vez en el momento del cruce. Por tanto, la solución será resolver el sistema:

$$y = 30 - 4{,}91\ t^2;\quad y = 20\ t - 4{,}91\ t^2$$

Igualando:

$$30 - 4{,}91\ t^2 = 20\ t - 4{,}91\ t^2 \ \ \rightarrow\ \ 30 = 20\ t \ \ \rightarrow\ \ t = 1{,}50 \text{ s}$$

Sustituyendo este tiempo en cualquiera de las ecuaciones obtenemos:

$$y = 30 - 4{,}91 \cdot 1{,}50^2 = 18{,}95 \text{ m}$$

74 Desde un precipicio se lanza verticalmente hacia abajo una piedra, con una velocidad de 5 m/s. El sonido de la piedra al chocar con el suelo se oye a los 6,5 s de soltarla. ¿Desde qué altura se lanzó? (Dato: velocidad del sonido: 340 m/s).

Hay dos partes, primero la piedra sigue un movimiento uniformemente acelerado, con aceleración g = 9,81 m/s^2, y velocidad inicial, v_0 = 5 m/s. Llamaremos t_1, al tiempo que tarda la piedra en realizar este movimiento.

Posteriormente el sonido, que sigue un movimiento uniforme con v = 340 m/s. Llamaremos t_2, al tiempo que tarda el sonido el llegar al oído. En consecuencia: $t_1 + t_2$ = 6,5.

Si tomamos como referencia el lugar desde donde tiramos la piedra y hacia abajo positivo, las ecuaciones de estos dos movimientos serían:

$$y = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2; \quad y = y_0 - v \cdot t$$

En $t = t_1$, la piedra llega al fondo del precipicio: $y = y_0$.

$$y_0 = v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} g \cdot t_1^2 \quad \rightarrow \quad y_0 = 5\ t_1 + 4{,}91\ t_1^2$$

En $t = t_2$, el sonido llega al oído: $y = 0$.

$$y_0 = v \cdot t_2 \quad \rightarrow \quad y_0 = v \cdot t_2 \quad \rightarrow \quad y_0 = 340\ t_2$$

Igualando y sustituyendo $t_2 = 6{,}5 - t_1$:

$$5\ t_1 + 4{,}91\ t_1^2 = 340 \cdot (6{,}5 - t_1) \quad \rightarrow \quad 4{,}91\ t_1^2 + 345\ t_1 - 2\ 210 = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado, obtenemos: $t_1 = 5{,}9$ s.

Sustituyendo este tiempo en la ecuación de la piedra:

$$y = 5 \cdot 5{,}9 + 4{,}91 \cdot (5{,}9)^2 = 200{,}4 \text{ m}$$

11 Movimientos compuestos y movimientos periódicos

1 Comprueba que en el lanzamiento parabólico desde el suelo, la velocidad de impacto es igual, en módulo, a la del lanzamiento y forma un ángulo opuesto.

Las componentes de la velocidad inicial son: $v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha$; $v_{0y} = v_0 \cdot \sin\alpha$.
En el punto de impacto las componentes son:

- La componente horizontal no varía: $v_x = v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha$.
- La componente vertical es $v_y = v_0 \cdot \sin\alpha - g \cdot t$. El tiempo que tarda el objeto en caer es: $t = \dfrac{2\,v_0 \cdot \sin\alpha}{g}$; por tanto:

$$v_y = v_0 \cdot \sin\alpha - g \cdot \frac{2\,v_0 \cdot \sin\alpha}{g} = -\,v_0 \cdot \sin\alpha \;\rightarrow\; v_y = -v_{0y}$$

La tangente del ángulo α', formado por el vector velocidad y el eje x será:

$$\tan\alpha' = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-v_{0y}}{v_{0x}} \;\rightarrow\; \text{igual y de signo opuesto al ángulo de lanzamiento.}$$

2 ¿Cuál es el ángulo de tiro óptimo para lograr el máximo alcance en un lanzamiento parabólico desde el suelo?

El alcance máximo en un lanzamiento oblicuo realizado desde el suelo, con velocidad inicial v_0 y ángulo de lanzamiento α, es:

$$x_{\text{máx}} = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

El ángulo de tiro óptimo corresponde a aquel que haga:

$$\sin 2\alpha = 1 \;\rightarrow\; 2\alpha = 90° \;\rightarrow\; \alpha = 45°$$

3 Comprueba de qué modo el alcance logrado con un ángulo, en el lanzamiento parabólico desde el suelo, se consigue también con el ángulo complementario, para la misma velocidad de lanzamiento.

El alcance en un lanzamiento oblicuo realizado desde el suelo, con velocidad inicial de módulo v_0, y ángulo de lanzamiento α, es:

$$x_{\text{máx}} = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

La velocidad inicial y la aceleración de la gravedad no cambian. El seno de un ángulo es el mismo que el de su suplementario:

$$\sin 2\alpha = \sin(180° - 2\alpha) = \sin 2 \cdot (90° - \alpha)$$

Luego un ángulo de lanzamiento α y su complementario $90° - \alpha$, dan lugar al mismo alcance. Por ejemplo, se obtiene el mismo alcance con un ángulo de 30° que con uno de 60°.

$$\alpha = 30° \;\rightarrow\; x_{\text{máx}} = \frac{v_0^2 \cdot \sin 60°}{g} = 0{,}87 \cdot \frac{v_0^2}{g}$$

$$\alpha = 60° \;\rightarrow\; x_{\text{máx}} = \frac{v_0^2 \cdot \sin 120°}{g} = 0{,}87 \cdot \frac{v_0^2}{g}$$

4 Una jugadora de golf lanza la pelota con una velocidad de 30,0 m/s, formando un ángulo de 40° con la horizontal. Calcula:

a) El tiempo que tarda en caer la pelota.

b) La altura máxima alcanzada.

c) El valor de la velocidad con la que la pelota toca el suelo.

Las componentes de la velocidad inicial son:

$$v_{0x} = 30{,}0 \cdot \cos 40° = 23{,}0 \text{ m/s}; \;\; v_{0y} = 30{,}0 \cdot \sin 40° = 19{,}3 \text{ m/s}$$

a) La ecuación de la posición en el eje vertical será: $y = 19{,}3t - 4{,}91t^2$.

El tiempo que tarda en caer se obtiene cuando, $y = 0$.

$$0 = 19{,}3\, t - 4{,}91 \cdot t^2 \;\;\rightarrow\;\; t_1 = 0 \text{ s}; \;\; t_2 = 3{,}93 \text{ s}$$

b) La altura máxima se puede obtener de la ecuación: $v_y^2 = v_{0y}^2 - 2\, g \cdot y$, haciendo $v_y = 0$:

$$0 = 19{,}3^2 - 19{,}6 \cdot y_{\text{máx}} \;\;\rightarrow\;\; y_{\text{máx}} = 19{,}0 \text{ m}$$

c) La velocidad en el eje horizontal es constante, $v_x = v_{0x} = 23{,}0$ m/s. La velocidad en el eje vertical será:

$$v_y = v_{0y} - g \cdot t \;\;\rightarrow\;\; v_y = 19{,}3 - 9{,}81 \cdot 3{,}93 = -19{,}3 \text{ m/s}$$

El valor de la velocidad será:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{23{,}0^2 + (-19{,}3)^2} = 30{,}0 \text{ m/s}$$

5 Un astronauta impulsa en la Luna una pelota de golf con una velocidad de 30,0 m/s. Si la velocidad forma con la horizontal un ángulo de 45°. Calcula el tiempo que tarda en caer y el alcance máximo. (Dato: toma como gravedad lunar, $g = 1{,}63$ m/s^2).

Las componentes de la velocidad inicial son:

$$v_{0x} = 30 \cdot \cos 45° = 21{,}2 \text{ m/s}; \quad v_{0y} = 30 \cdot \sin 45° = 21{,}2 \text{ m/s}$$

Las ecuaciones sobre los ejes en este caso concreto en que $y_0 = 0$, $g = 1{,}63$ m/s^2, serían:

$$x = v_{0x} \cdot t \;\;\rightarrow\;\; x = 21{,}2\, t$$

$$v_y = v_{0y} - g \cdot t \;\;\rightarrow\;\; v_y = 21{,}2 - 1{,}63\, t$$

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2}\, g \cdot t^2 \;\;\rightarrow\;\; y = 21{,}2\, t - 0{,}82\, t^2$$

Para calcular el alcance máximo hay que conocer el tiempo que tarda en caer la pelota, es decir, el tiempo que tarda para que $y = 0$:

$$0 = 21{,}2\, t - 0{,}82\, t^2 = (21{,}2 - 0{,}82\, t) \cdot t$$

Se obtienen las soluciones:

$$t = 0; \;\; t = 25{,}9 \text{ s}$$

La solución que nos interesa es la segunda. En este instante el alcance será:

$$x = 21{,}2\, t \;\;\rightarrow\;\; x = 21{,}2 \cdot 25{,}9 = 549 \text{ m}$$

6 Desde lo alto de un acantilado de 50 m sobre el mar se lanza una piedra con una velocidad de 15 m/s, formando un ángulo de 60° con la horizontal.

a) ¿Qué tiempo tarda la piedra en llegar al agua?

b) ¿A que distancia llega la piedra?

Las componentes de la velocidad inicial son:

$$v_{0x} = 15 \cdot \cos 60° = 7{,}5 \text{ m/s}; \;\; v_{0y} = 15 \cdot \sin 60° = 13 \text{ m/s}$$

Tomando como referencia el nivel del mar, las ecuaciones sobre los ejes, en este caso concreto en que $y_0 = 30$, serían:

$$x = v_{0x} \cdot\ t \quad \rightarrow \quad x = 7{,}5\ t$$
$$v_y = v_{0y} - g \cdot t \quad \rightarrow \quad v_y = 13 - 9{,}81\ t$$
$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad y = 50 + 13\ t - 4{,}91\ t^2$$

a) En este sistema de referencia llegar al agua implica $y = 0$.

$$y = 50 + 13\ t - 4{,}91\ t^2 \quad \rightarrow \quad 0 = 50 + 13\ t - 4{,}91\ t^2$$
$$4{,}91\ t^2 - 13 \cdot t - 50 = 0$$
$$t = \frac{13 \pm \sqrt{13^2 + 4 \cdot 4{,}91 \cdot 50}}{2 \cdot 4{,}91}$$

Al resolver la ecuación de segundo grado obtenemos dos soluciones:

$$t_1 = 4{,}8\ \text{s} \quad \text{y} \quad t_2 = -2{,}1\ \text{s}$$

Solo nos interesa la solución positiva para el tiempo (pues se lanzó en $t = 0$ s), por tanto: $t = 4{,}8$ s.

b) El alcance de la piedra se obtiene a partir de la ecuación sobre el eje x en el instante en que llega al agua:

$$x = 7{,}5\ t \quad \rightarrow \quad x = 7{,}5 \cdot 4{,}8 = 36\ \text{m}$$

7 Un antenista está trabajando en el tejado de un edificio que forma un ángulo de 30º con la horizontal. Se le cae un martillo, que resbala y, al llegar al extremo del tejado, queda en libertad con una velocidad de 10,0 m/s. La altura del edificio es de 60,0 m: Calcula:

a) La ecuación de la trayectoria.

b) La distancia de la fachada a la que caerá el martillo.

c) El tiempo que tarda en llegar al suelo y la velocidad en ese momento.

Las componentes de la velocidad inicial son:

$$v_{0x} = 10{,}0 \cdot \cos(-30º) = 8{,}66\ \text{m/s}; \quad v_{0y} = 10{,}0 \cdot \sin(-30º) = -5{,}00\ \text{m/s}$$

Tomando como referencia el suelo, las ecuaciones sobre los ejes, en este caso concreto en que $y_0 = 60$, serían:

$$x = v_{0x} \cdot t \quad \rightarrow \quad x = 8{,}66\ t$$
$$v_y = v_{0y} - g \cdot t \quad \rightarrow \quad v_y = -5{,}00 - 9{,}81\ t$$
$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad y = 60{,}0 - 5{,}00\ t - 4{,}91\ t^2$$

a) Las ecuaciones paramétricas del movimiento del martillo son:

$$x = 8{,}66\ t; \quad y = 60{,}0 - 5{,}00\ t - 4{,}91\ t^2$$

La ecuación de la trayectoria se obtiene eliminando el tiempo entre estas ecuaciones. Despejamos el tiempo en la primera y sustituimos en la segunda.

$$y = 60{,}0 - 0{,}577\ x - 6{,}55 \cdot 10^{-2}\ x^2$$

b) Para calcular el alcance hay que aplicar la condición $y = 0$, en la ecuación de la trayectoria:

$$0 = 60{,}0 - 0{,}577\ x - 6{,}55 \cdot 10^{-2}\ x^2$$

obtenemos: $x_1 = 26{,}2$ m; $x_2 = -35{,}0$ m. La solución será: $x_1 = 26{,}2$ m.

c) Conocido el alcance, el tiempo que tarda en llegar al suelo se puede obtener a partir del eje x.

$$x = 8{,}66\ t \quad \rightarrow \quad t = \frac{26{,}2}{8{,}66} = 3{,}03\ \text{s}$$

Las componentes de la velocidad en este instante serían:

$$v_x = v_{0x} = 8,66 \text{ m/s}$$

$$v_y = -5,00 - 9,81\ t \quad \rightarrow \quad v_y = -5,00 - 9,81 \cdot 3,03 = -34,7 \text{ m/s}$$

por tanto, el valor de la velocidad en el momento de llegar al suelo será:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{8,66^2 + (-34,7)^2} = 35,8 \text{ m/s}$$

8 En un lanzamiento horizontal, indica la trayectoria que seguiría el objeto si:

a) No hubiese gravedad.

b) La velocidad inicial v_0 fuese nula.

a) Si no hubiese gravedad, el móvil describiría un movimiento rectilíneo uniforme con velocidad v_0. La ecuación de la trayectoria sería: $y = y_0$.

b) En este caso el movimiento sería de caída libre, es decir, un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, con aceleración g. La ecuación de la trayectoria sería: $x = 0$.

9 Una avioneta vuela horizontalmente a 100 m de altura sobre el suelo. Si, cuando su velocidad es de 180 km/h, deja caer un paquete, calcula, prescindiendo del rozamiento con el aire:

a) La ecuación de la trayectoria del paquete.

b) El punto donde toca con el suelo (suponiendo que este es horizontal).

c) El tiempo que tarda en caer.

d) La velocidad del paquete a los 2 s de caída.

a) La velocidad, expresada en m/s es:

$$v_0 = 180 \text{ km/h} = 180 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 50 \text{ m/s}$$

Las componentes de la velocidad inicial son:

$$v_{0x} = 50 \text{ m/s}; \quad v_{0y} = 0 \text{ m/s}$$

Tomando como referencia el suelo, las ecuaciones sobre los ejes, en este caso concreto en que y_0 = 100, serían:

$$x = v_{0x} \cdot t \quad \rightarrow \quad x = 50\ t$$

$$v_y = v_{0y} - g \cdot t \quad \rightarrow \quad v_y = -9,81\ t$$

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2}\ g \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad y = 100 - 4,91\ t^2$$

La ecuación de la trayectoria que sigue el objeto se calcula eliminando el tiempo entre las ecuaciones de la posición:

$$x = 50\ t; \quad y = 100 - 4,91\ t^2$$

Despejando el tiempo de la primera y sustituyéndolo en la segunda, obtenemos:

$$y = 100 - 1,96 \cdot 10^{-3}\ \ x^2$$

b) Cuando $y = 0 \quad \rightarrow \quad 0 = 100 - 1,96 \cdot 10^{-3}\ \ x^2 \quad \rightarrow \quad x = 226$ m.

c) El tiempo en caer se obtiene aplicando la condición $y = 0$ en la ecuación de la posición en el eje y.

$$y = 100 - 4,91\ t^2 \quad \rightarrow \quad 0 = 100 - 4,91\ t^2 \quad \rightarrow \quad t = 4,51 \text{ s}$$

d) Las componentes de la velocidad en este instante serían:

$$v_x = v_{0x} = 50 \text{ m/s}$$

$$v_y = -9,81\ t \quad \rightarrow \quad v_y = -9,81 \cdot 4,51 = -44,2 \text{ m/s}$$

por tanto, el valor de la velocidad en ese momento será:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{50^2 + (-44{,}2)^2} = 66{,}7 \text{ m/s}$$

10 Un reloj analógico tiene tres agujas: la de las horas, la de los minutos y la de los segundos; de longitudes 0,7 cm, 1,1 cm y 1,3 cm, respectivamente. Calcula:

a) La velocidad angular de cada aguja en rad/s.

b) La velocidad lineal del extremo de cada aguja, en cm/s.

a) El periodo es el tiempo que tarda en dar una vuelta completa, por tanto:

- La horaria tarda 12 horas en dar una vuelta $\rightarrow$ $T_h = 12 \cdot 3\,600 = 43\,200$ s.
- El minutero tarda 1 h en dar una vuelta $\rightarrow$ $T_m = 1 \cdot 3\,600 = 3\,600$ s.
- El segundero tarda 1 minuto en dar una vuelta $\rightarrow$ $T_s = 60$ s.

La velocidad angular se calcula como: $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$, por tanto:

- La velocidad angular de la aguja que marca las horas será: $\omega_h = \dfrac{2\pi}{T_h} = \dfrac{2\pi}{43\,200} = 1{,}45 \cdot 10^{-4}$ rad/s.
- La velocidad angular de la aguja que marca los minutos será: $\omega_m = \dfrac{2\pi}{T_m} = \dfrac{2\pi}{3\,600} = 1{,}75 \cdot 10^{-3}$ rad/s.
- La velocidad angular de la aguja que marca los segundos será: $\omega_s = \dfrac{2\pi}{T_s} = \dfrac{2\pi}{60} = 0{,}10$ rad/s.

b) La relación entre la velocidad lineal, v, y la angular, ω, es: $v = \omega \cdot R$, donde R es la distancia al centro de giro, por tanto:

- La velocidad lineal de la aguja que marca las horas será: $v_h = \omega_h \cdot R = 1{,}45 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}7 = 1{,}015 \cdot 10^{-4}$ cm/s.
- La velocidad lineal de la aguja que marca los minutos será: $v_m = \omega_m \cdot R = 1{,}75 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}1 = 1{,}925 \cdot 10^{-3}$ cm/s.
- La velocidad lineal de la aguja que marca los segundos será: $v_s = \omega_s \cdot R = 0{,}10 \cdot 1{,}3 = 0{,}13$ cm/s.

11 Una lavadora cuyo tambor tiene un radio de 25 cm, centrífuga a 600 rpm. Halla:

a) La velocidad angular en rad/s.

b) La aceleración centrípeta de la ropa que «se pega» al tambor durante el centrifugado.

a) La velocidad angular expresada en unidades internacionales será:

$$\omega = 600 \text{ rpm} = 600 \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} = 62{,}83 \text{ rad/s}$$

b) La aceleración centrípeta, en función de la velocidad angular, es: $a_c = \omega^2 \cdot R$, donde $R = 0{,}25$ m es el radio de giro, por tanto:

$$a_c = (62{,}83)^2 \cdot 0{,}25 = 987 \text{ m/s}^2$$

12 Deduce, de la ecuación del movimiento armónico simple, los valores máximos de la velocidad y la aceleración.

La ecuación del MAS es: $x = A \cdot \cos \omega t$.

La velocidad del móvil será: $v = \dfrac{d}{dt} x = -A \cdot \omega \cdot \sin \omega t$.

El valor será máximo cuando, $\sin \omega t = \pm 1 \rightarrow v_{máx} = A \cdot \omega$.

La aceleración es: $a = \dfrac{d}{dt} v = -A \cdot \omega^2 \cdot \cos \omega t$.

Será máxima cuando, $\cos \omega t = \pm 1 \rightarrow a_{máx} = A \cdot \omega^2$.

13 Se estira un muelle de forma vertical hasta alcanzar 6 cm y se suelta siguiendo un movimiento armónico simple de periodo 2 s.

a) Escribe la ecuación del movimiento.

b) ¿En qué posición la aceleración es máxima? ¿Cuál será su valor?

c) ¿En que posición la aceleración es nula?

a) La ecuación de un movimiento armónico simple es $y(t) = A \cdot \cos \omega t$, donde A es la amplitud o máxima elongación (en este caso $A = 6$ cm), y ω es la frecuencia angular.

La frecuencia angular está relacionada con el periodo, por tanto:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ rad/s}$$

La ecuación es: $y(t) = 6 \cdot \cos \pi t$.

b) La aceleración del movimiento es $a = -\omega^2 \cdot y$, por tanto, será máxima cuando lo sea y. El valor máximo para la elongación es la amplitud: $y_{\text{máx}} = A = 6$ cm. En consecuencia:

$$a_{\text{máx}} = \omega^2 \cdot y_{\text{máx}} \quad \rightarrow \quad a_{\text{máx}} = 59{,}22 \text{ cm/s}^2$$

c) La aceleración es nula cuando lo sea la elongación, $y = 0$.

14 La ecuación de un movimiento armónico simple es $x = 5 \cos \pi t$ en unidades del SI.

a) ¿Cuánto vale la amplitud?

b) ¿Cuál es el valor del período y de la frecuencia?

c) Escribe la ecuación de la velocidad.

a) La ecuación de un movimiento armónico simple es $x(t) = A \cdot \cos \omega t$, donde A es la amplitud o máxima elongación, y ω es la frecuencia angular. Comparando con la ecuación que nos dan, $A = 5$ m.

b) La frecuencia angular es $\omega = \pi$ rad/s, por tanto, el periodo será:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \text{ s}$$

La frecuencia está definida como la inversa del periodo, por tanto:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} = 0{,}5 \text{ Hz}$$

c) La velocidad es:

$$v = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} x = -5\pi \cdot \sin \omega t$$

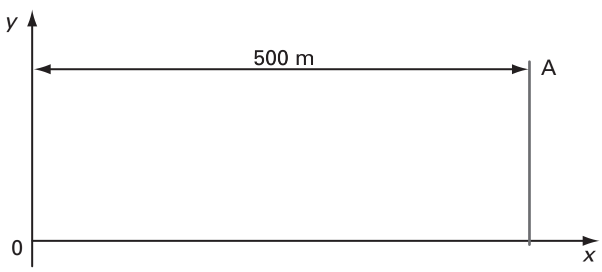
15 El vector posición de un barco que cruza un canal de 400 m de anchura es:

$$\mathbf{r} = 2t\,\mathbf{i} + 3t\,\mathbf{j} \text{ km}$$

El tiempo t está medido en horas y las distancias, en km. Calcula:

a) El tiempo que tarda el barco en cruzar el canal.

b) Las coordenadas de los puntos de salida y llegada.



Las ecuaciones paramétricas del movimiento son:

$$x = 2\,t; \;\; y = 3\,t$$

a) Como conocemos el ancho del canal, x = 400 m = 0,4 km, podemos utilizar la ecuación del movimiento sobre el eje x, para calcular el tiempo que tarda el barco en cruzarlo.

$$x = 2\,t \;\; \rightarrow \;\; t = \frac{x}{2} = \frac{0{,}4}{2}\text{ h}$$

$$t = 0{,}2\text{ h}$$

b) Tomando como origen de coordenadas el punto en que empezamos a contar tiempos, las coordenadas del punto de salida serán: O (0,0).

En el punto de llegada, cuando han transcurrido t = 0,2 h, sobre el eje y, el barco habrá recorrido:

$$y = 3 \cdot 0{,}2 = 0{,}6\text{ km}$$

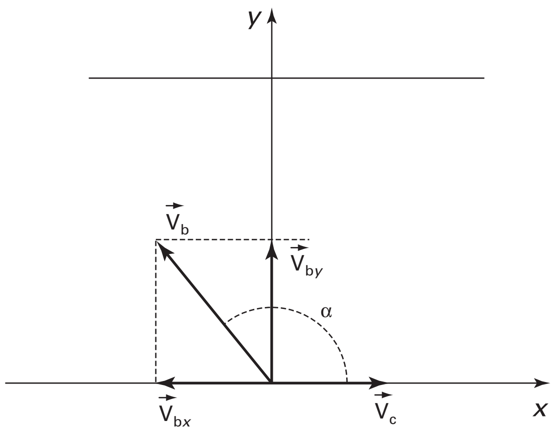
En definitiva, las coordenados del punto de llegada serán: A (0,4, 0,6) km.

16 Se quiere cruzar un río de 70 m de ancho en una barca. La velocidad de la corriente es de 2 m/s y la de la barca es de 5 m/s.

a) ¿Qué ángulo debe formar la dirección de la velocidad de la barca para llegar al punto de enfrente del de partida?

b) ¿Qué tiempo se tarda en llegar?

Tomaremos como sistema de referencia el que se muestra en la figura.



a) La velocidad con que debe salir la barca se puede descomponer como:

$$\mathbf{v_b} = v_{bx}\,\mathbf{i} + v_{by}\,\mathbf{j} = v_b \cdot \cos\alpha\,\mathbf{i} + v_b \cdot \sin\alpha\,\mathbf{j}$$

La velocidad de la corriente de agua es:

$$\mathbf{v_c} = v_c\,\mathbf{i}$$

La velocidad real de la barca debe ser la suma vectorial de estas velocidades:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v_b} + \mathbf{v_c} = (v_c + v_b \cdot \cos\alpha)\,\mathbf{i} + v_b \cdot \sin\alpha\,\mathbf{j}$$

La condición de que la barca cruce el río perpendicularmente a la orilla será:

$$v_c + v_b \cdot \cos\alpha = 0$$

por tanto:

$$\cos\alpha = -\frac{v_c}{v_b} = -\frac{2}{5} \;\; \rightarrow \;\; \alpha = 113{,}6°$$

b) La velocidad del movimiento real tiene la dirección del eje y, su valor es, $\mathbf{v} = v_b \cdot \sin\alpha\,\mathbf{j}$.

La ecuación del movimiento será:

$$y = v \cdot t = (v_b \cdot \sin\alpha) \cdot t$$

El tiempo sería:

$$t = \frac{y}{v_b \cdot \sin\alpha} = \frac{70}{5 \cdot \sin 113{,}6°} \quad \rightarrow \quad t = 15{,}28 \text{ s}$$

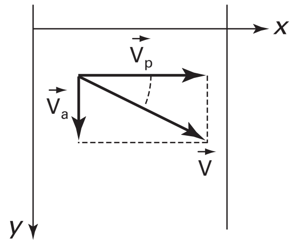
17 Un piragüista se dispone a cruzar un canal de 50 m de ancho, cuyas aguas se mueven a 1 m/s. La piragua lleva una velocidad de 2,25 m/s respecto del fondo y una dirección perpendicular a la de las aguas del canal.

a) Calcula la velocidad total del piragüista.

b) ¿Qué tiempo tarda en cruzar el canal?

a) El vector velocidad del piragüista respecto al sistema de referencia dibujado es:

$$\mathbf{v} = v_p\,\mathbf{i} + v_a\,\mathbf{j} = 2{,}25\,\mathbf{i} + 1\,\mathbf{j}$$



el módulo de su velocidad es por tanto:

$$v = \sqrt{2{,}25^2 + 1^2} = 2{,}46 \text{ m/s}$$

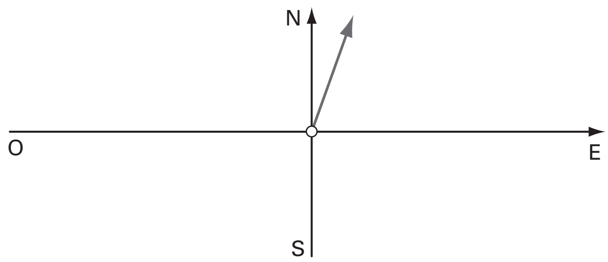
La dirección la obtenemos a partir de la tangente:

$$\tan\alpha = \frac{v_a}{v_p} = \frac{1}{2{,}25} = 0{,}4 \quad \rightarrow \quad \alpha = 23{,}96° \text{ con la perpendicular a las orillas}$$

b) El tiempo que tarda en cruzar el canal se puede obtener de la ecuación en el eje x.

$$x = v_p \cdot t \quad \rightarrow \quad t = \frac{x}{v_p} = \frac{50}{2{,}25} = 22{,}22 \text{ s}$$

18 Un avión que vuela con rumbo SN a una velocidad constante de 400 km/h se ve sometido a un viento constante de dirección OE que sopla a 20 km/h. ¿Qué rumbo tomará el avión?



La velocidad del avión respecto del suelo será la suma vectorial de las velocidades del viento y del avión:

$$\mathbf{v} = v_x\,\mathbf{i} + v_y\,\mathbf{j} = 20\,\mathbf{i} + 400\,\mathbf{j}$$

El rumbo del avión será el de la dirección de esta velocidad, que se puede obtener a partir de la tangente del ángulo que forma con el eje OE:

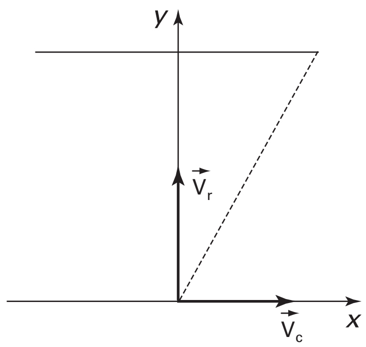
$$\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{400}{20} = 20 \quad \rightarrow \quad \alpha = 87{,}14°$$

19 Un remero a bordo de su piragua se dispone a cruzar un río de 240 m de ancho, cuyas aguas se mueven a 6 m/s. El remero consigue que la piragua lleve una velocidad constante de 8 m/s remando en dirección perpendicular a la de la corriente. Halla:

a) El tiempo que tarda en cruzar el río.

b) La velocidad resultante con que cruza el río.

c) El punto de la otra orilla en el que llega el remero, referido a la perpendicular del punto de salida.



a) Las ecuaciones paramétricas del movimiento son:

$$x = 6\,t;\;\; y = 8\,t$$

Como conocemos el ancho del rio, $y = 240$ m, podemos utilizar la ecuación del movimiento sobre el eje y, para calcular el tiempo que tarda el remero en cruzar el rio:

$$y = 8\,t \;\;\rightarrow\;\; t = \frac{y}{8} = \frac{240}{8} \;\;\rightarrow\;\; t = 30 \text{ s}$$

b) La velocidad real del remero será la suma vectorial de las velocidades de la corriente y de la canoa:

$$\mathbf{v} = v_c\,\mathbf{i} + v_r\,\mathbf{j} = 3\,\mathbf{i} + 4\,\mathbf{j} \;\;\rightarrow\;\; v = \sqrt{v_c^2 + v_r^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ m/s}$$

c) En el punto de llegada, cuando han transcurrido $t = 30$ s, sobre el eje x, la canoa habrá recorrido:

$$x = 6 \cdot 30 = 180 \text{ m}$$

En definitiva, las coordenados del punto de llegada serán: A (180, 240) m.

20 El vector posición de un barco que cruza un puerto de 1,6 km de anchura es $\mathbf{r} = 2\,t\,\mathbf{i} + (0{,}5\,t - 0{,}5)\,\mathbf{j}$. El viaje comienza cuando el reloj del puerto marca las 12 h 15 min y termina cuando $x = 1{,}6$ km. Calcula las coordenadas de los puntos de salida y llegada. ¿A qué hora llegó el barco? El tiempo t está medido en horas y las distancias, en km.

Las ecuaciones del movimiento son:

$$x = 2\,t;\;\; y = 0{,}5\,t - 0{,}5$$

La posición inicial del barco será:

$$x = 0;\;\; y = -0{,}5 \text{ km}$$

El tiempo que tarda en realizar el recorrido se puede obtener de la ecuación del eje x:

$$1{,}6 = 2\,t \;\;\rightarrow\;\; t = 0{,}8 \text{ h}$$

En consecuencia, el punto de llegada será:

$$x = 2 \cdot 0{,}8 = 1{,}6 \text{ km};\; y = 0{,}5 \cdot 0{,}8 - 0{,}5 = -0{,}1 \text{ km}$$

El tiempo del viaje es: 0,8 (h)·60 (min/h) = 48 min.

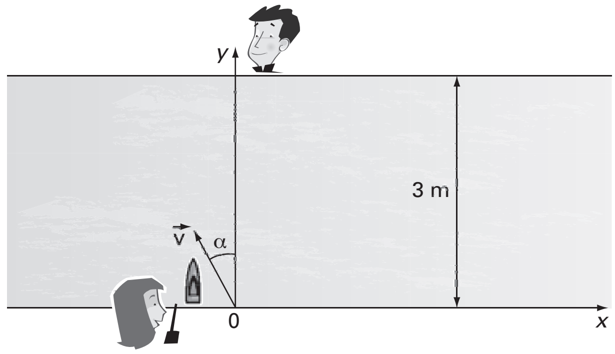
Por tanto, si el reloj marcaba en la salida las 12 h 15 min, a la llegada la hora será:

$$12 \text{ h } 63 \text{ min} \;\;\rightarrow\;\; 13 \text{ h } 3 \text{ min}$$

21 Un chico y una chica se encuentran frente a frente en cada una de las orillas de un canal de 3 m de ancho, como se muestra en la figura. La chica pone en marcha, sobre el agua, una barca teledirigida que consigue mantener una velocidad constante de 0,5 m/s. Si la velocidad de la corriente del agua es de 0,25 m/s, calcula:

a) ¿En qué dirección, respecto a la perpendicular a las orillas del canal, debe ser colocada la barca para que le llege directamente a la mano al chico?

b) ¿Qué tiempo tarda la barca en cruzar el canal?



a) Para que la barca cruce el canal perpendicularmente a la orilla, la componente horizontal de la velocidad debe ser igual a la velocidad de la corriente del agua.

$$v_x = v_a \rightarrow v \cdot \sin\alpha = v_a \rightarrow \sin\alpha = \frac{v_a}{v} = \frac{0{,}25}{0{,}5} = 0{,}5$$

En consecuencia, el ángulo será:

$$\alpha = 30°$$

b) El tiempo que tarda en cruzar se obtiene de la ecuación del movimiento del eje vertical:

$$y = v_y \cdot t \rightarrow y = (v \cdot \cos\alpha) \cdot t \rightarrow t = \frac{y}{v \cdot \cos\alpha} = \frac{3}{0{,}5 \cdot \cos 30} = 6{,}9 \text{ s}$$

22 En los lanzamientos oblicuos u horizontales ¿hay aceleración? ¿Cuánto vale? ¿Hay aceleración centrípeta? ¿Y aceleración tangencial?

En los lanzamientos oblicuos u horizontales siempre existe la aceleración de la gravedad cuyo valor es 9,81 m/s^2.

La trayectoria de estos movimientos es parabólica, en consecuencia, existen los dos tipos de aceleraciones, la tangencial, que mide los cambios en el valor de la velocidad, y la centrípeta, que mide las variaciones en la dirección de la velocidad.

23 ¿Qué condición se debe dar para que la altura en el tiro parabólico oblicuo sea máxima?

La altura máxima se alcanza cuando la componente vertical de la velocidad se anula, es decir, $v_y = 0$.

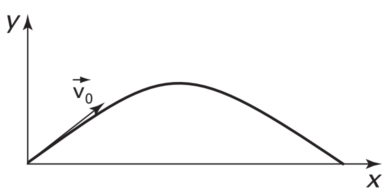
Esta condición, aplicada en la ecuación de la velocidad vertical, nos permite conocer el instante en que se alcanza la altura máxima.

$$v_y = v_0 \cdot \sin\alpha - g \cdot t \rightarrow 0 = v_0 \cdot \sin\alpha - g \cdot t \rightarrow t = \frac{v_0 \cdot \sin\alpha}{g}$$

24 Se realiza un lanzamiento oblicuo en la superficie de la Luna con una velocidad de 50 m/s que forma un ángulo de 20° con la horizontal. Calcula la altura máxima y la distancia alcanzada. (Dato: $g_L = 1{,}63$ m/s^2).

Las componentes de la velocidad inicial son:

$$v_{0x} = 50 \cdot \cos 20° = 47{,}0 \text{ m/s}; \; v_{0y} = 50 \cdot \sin 20° = 17{,}1 \text{ m/s}$$



Las ecuaciones sobre los ejes, en este caso concreto en que $y_0 = 0$, $g = 1{,}63$ m/s^2, serían:

$$x = v_{0x} \cdot t \rightarrow x = 47{,}0\ t$$
$$v_y = v_{0y} - g \cdot t \rightarrow v_y = 17{,}1 - 1{,}63\ t$$
$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \rightarrow y = 17{,}1\ t - 0{,}82\ t^2$$

Para calcular la altura máxima hay que calcular el tiempo imponiendo la condición $v_y = 0$:

$$0 = 17{,}1 - 1{,}63\ t \rightarrow t = 10{,}5 \text{ s}$$

sustituyendo este tiempo en la ecuación de la posición vertical:

$$y_{máx} = 17{,}1 \cdot 10{,}5 - 0{,}82 \cdot 10{,}5^2 = 89{,}1 \text{ m}$$

El alcance máximo se obtiene de la ecuación de la posición del eje horizontal teniendo en cuenta que el tiempo será el doble del que tarda en alcanzar la altura máxima, $t = 21$ s.

$$x = 47{,}0 \cdot 21 = 987 \text{ m}$$

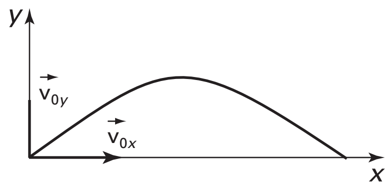
25 Se lanza un objeto con una velocidad inicial tal que sus componentes son: $v_{0x} = 60$ m/s y $v_{0y} = 80$ m/s. Calcula:

a) La altura máxima alcanzada.

b) El alcance máximo.

a) Las ecuaciones sobre los ejes en este caso concreto son:

$$x = v_{0x} \cdot t \rightarrow x = 60\ t$$
$$v_y = v_{0y} - g \cdot t \rightarrow v_y = 80 - 9{,}81\ t$$
$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \rightarrow y = 80\ t - 4{,}91\ t^2$$



Para calcular la altura máxima hay que calcular el tiempo imponiendo la condición $v_y = 0$.

$$0 = 80 - 9{,}81\ t \rightarrow t = 8{,}2 \text{ s}$$

sustituyendo este tiempo en la ecuación de la posición vertical:

$$y_{máx} = 80 \cdot 8{,}2 - 4{,}91 \cdot 8{,}2^2 = 325{,}9 \text{ m}$$

b) El alcance máximo se obtiene de la ecuación de la posición del eje horizontal teniendo en cuenta que el tiempo será el doble del que tarda en alcanzar la altura máxima, $t = 16{,}4$ s.

$$x_{máx} = 60 \cdot 16{,}4 = 984 \text{ m}$$

26 Un pastor lanza una piedra con una honda y alcanza un objetivo que está a 250 m en la horizontal del lugar del lanzamiento. Si el ángulo de salida fue de 45º, calcula la velocidad de lanzamiento. Halla también la altura máxima alcanzada y el tiempo de vuelo.

El alcance máximo en este tipo de movimientos, que en este caso es uno de los datos, $x_{máx} = 250$ m, es:

$$x_{máx} = \frac{v_0^2 \cdot \sin \alpha}{g}$$

despejando la velocidad:

$$v_0 = \sqrt{\frac{g \cdot x_{máx}}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{\frac{9{,}81 \cdot 250}{\sin 90°}} = 49{,}5 \text{ m/s}$$

Las componentes de la velocidad inicial son, por tanto:

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos 45° \rightarrow v_{0x} = 49{,}5 \cdot \cos 45° = 35 \text{ m/s}$$
$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin 45° \rightarrow v_{0y} = 49{,}5 \cdot \sin 45° = 35 \text{ m/s}$$

La altura máxima se alcanza cuando $v_y = 0$, en consecuencia:

$$v_y = v_{0y} - g \cdot t \quad \rightarrow \quad v_y = 35 - 9{,}81\ t$$

$$0 = 35 - 9{,}81\ t \quad \rightarrow \quad t = \frac{-35}{-9{,}81} = 3{,}6 \text{ s}$$

La altura máxima será el valor de la ordenada en este instante:

$$y = v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad y = 35\ t - 4{,}91 \cdot t^2$$

$$y_{máx} = 35 \cdot 3{,}6 - 4{,}91 \cdot 3{,}6^2 = 62{,}4 \text{ m}$$

El tiempo de vuelo será el doble de este tiempo:

$$t_{vuelo} = 2\ t = 2 \cdot 3{,}6 = 7{,}2 \text{ s}$$

27 En un salto, una pulga ha cubierto una distancia horizontal de 50 cm. Suponiendo que haya efectuado el salto con la inclinación óptima para lograr la distancia máxima, ¿con qué velocidad impulsó su salto?

El alcance máximo, $x_{máx} = 0{,}5$ m, en este tipo de movimientos, es:

$$x_{máx} = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

despejando la velocidad, y teniendo en cuenta que la inclinación óptima es $\alpha = 45°$, obtenemos:

$$v_0 = \sqrt{\frac{g \cdot x_{máx}}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{\frac{9{,}81 \cdot 0{,}5}{\sin 90°}} = 2{,}2 \text{ m/s}$$

28 En una competición universitaria un lanzador de martillo ha alcanzado la distancia de 65,10 m. Suponiendo que la bola sale con un ángulo de 45º, calcula la velocidad de lanzamiento y la aceleración centrípeta a que estaba sometida la bola en el momento de ser lanzada, si el radio de la circunferencia descrita medía 1,15 m.

El alcance máximo, $x_{máx} = 65{,}10$ m, en este tipo de movimientos es:

$$x_{máx} = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

despejando la velocidad, obtenemos:

$$v_0 = \sqrt{\frac{g \cdot x_{máx}}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{\frac{9{,}81 \cdot 65{,}10}{\sin 90°}} = 25{,}27 \text{ m/s}$$

La aceleración centrípeta en el momento del lanzamiento será:

$$a_c = \frac{v_0^2}{R} = \frac{25{,}27^2}{1{,}15} = 555 \text{ m/s}^2$$

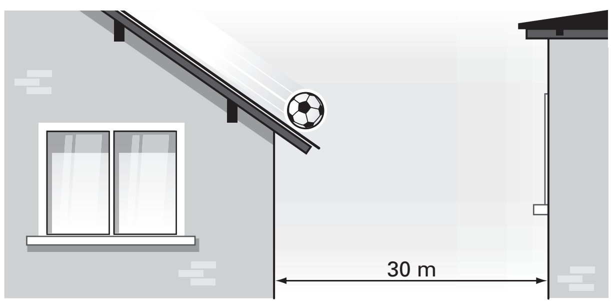
29 Una pelota rueda por un tejado inclinado 30º respecto a la horizontal y, al llegar a su extremo, a 30 m de altura, queda en libertad con una velocidad de 9 m/s.

a) Calcula la ecuación de la trayectoria.

b) Si la anchura de la calle a la que vierte el tejado es de 30 m, ¿llegará directamente al suelo o chocará antes en la pared opuesta?

c) ¿Qué tiempo tarda en llegar al suelo?

d) ¿Cuál es la velocidad en ese momento?



Las componentes de la velocidad inicial son:

$$v_{0x} = 9 \cdot \cos(-30°) = 7{,}8 \text{ m/s}; \quad v_{0y} = 9 \cdot \sin(-30°) = -4{,}5 \text{ m/s}$$

Tomando como referencia el suelo, las ecuaciones sobre los ejes, en este caso concreto en que y_0 = 27 m, serían:

$$x = v_{0x} \cdot t \quad \rightarrow \quad x = 7{,}8\ t$$
$$v_y = v_{0y} - g \cdot t \quad \rightarrow \quad v_y = -4{,}5 - 9{,}81\ t$$
$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2}\ g \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad y = 30 - 4{,}5\ t - 4{,}91\ t^2$$

a) La ecuación de la trayectoria se obtiene eliminando el tiempo entre las ecuaciones de la posición. Despejamos el tiempo de la ecuación del eje *x* y sustituimos en la del eje *y*:

$$t = \frac{x}{7{,}8} \quad \rightarrow \quad y = 30 - 4{,}5 \cdot \frac{x}{7{,}8} - 4{,}91 \cdot \left(\frac{x}{7{,}8}\right)^2$$
$$y = 30 - 0{,}58\ x - 0{,}08\ x^2$$

b) El punto en que la pelota botaría contra el suelo se obtiene aplicando la condición $y = 0$ en la ecuación de la trayectoria:

$$0 = 30 - 0{,}58\ x - 0{,}08\ x^2$$
$$0{,}08\ x^2 + 0{,}58\ x - 30 = 0$$
$$x = \frac{-0{,}58 \pm \sqrt{0{,}58^2 + 4 \cdot 0{,}08 \cdot 30}}{2 \cdot 0{,}08}$$

Se obtienen las soluciones: $x_1 = -23{,}3$ m; $x_2 = 16{,}07$ m. La solución con sentido físico es x_2 que al ser menor de 30 m se puede afirmar que la pelota llega al suelo.

c) El tiempo en llegar al suelo se obtiene aplicando la condición $y = 0$ en la ecuación del movimiento sobre el eje *y*:

$$y = 30 - 4{,}5\ t - 4{,}91\ t^2 \quad \rightarrow \quad 0 = 30 - 4{,}5\ t - 4{,}91\ t^2$$
$$4{,}91\ t^2 + 4{,}5\ t - 30 = 0$$
$$t = \frac{-4{,}5 \pm \sqrt{4{,}5^2 + 4 \cdot 4{,}91 \cdot 30}}{2 \cdot 4{,}91}$$

Se obtienen las soluciones: $t_1 = -2{,}47$ s; $t_2 = 2{,}05$ s. La solución con sentido físico es t_2.

d) Las componentes de la velocidad son:

$$v_x = 7{,}8 \text{ m/s}; \quad v_y = -4{,}5 - 9{,}81\ t \quad \rightarrow \quad v_y = -4{,}5 - 9{,}81 \cdot 2{,}05 = -24{,}7 \text{ m/s}$$
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{7{,}8^2 + (-24{,}7)^2} = 26 \text{ m/s}$$

30 Desde una altura de 10 m se lanza una piedra con velocidad v_0 = 12 m/s formando un ángulo de –20º con la horizontal. Calcula:

a) La ecuación de la trayectoria.

b) La posición de la piedra al segundo del lanzamiento.

c) El tiempo que tarda en impactar con el suelo.

d) El alcance máximo.

e) La velocidad en el momento de llegar al suelo.

Las componentes de la velocidad inicial son:

$$v_{0x} = 12 \cdot \cos(-20°) = 11{,}28 \text{ m/s}; \quad v_{0y} = 12 \cdot \sin(-20°) = -4{,}10 \text{ m/s}$$

Tomando como referencia el suelo, las ecuaciones sobre los ejes, en este caso concreto en que $y_0 = 10$ m, serían:

$$x = v_{0x} \cdot t \quad \rightarrow \quad x = 11{,}28\ t$$
$$v_y = v_{0y} - g \cdot t \quad \rightarrow \quad v_y = -4{,}10 - 9{,}81\ t$$
$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2}\, g \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad y = 10 - 4{,}10\ t - 4{,}91\ t^2$$

a) La ecuación de la trayectoria se obtiene eliminando el tiempo entre las ecuaciones de la posición. Despejamos el tiempo de la ecuación del eje x y sustituimos en la del eje y:

$$t = \frac{x}{11{,}28} \quad \rightarrow \quad y = 10 - 4{,}10 \cdot \frac{x}{11{,}28} - 4{,}91 \cdot \left(\frac{x}{11{,}28}\right)^2$$
$$y = 10 - 0{,}36\ x - 0{,}039\ x^2$$

b) El vector posición de la piedra en cualquier instante sería:

$$\mathbf{r}(t) = x\ \mathbf{i} + y\ \mathbf{j} = 11{,}28\ t\ \mathbf{i} + (10 - 4{,}10\ t - 4{,}91\ t^2)\ \mathbf{j}$$

en el instante $t = 1$ s el vector posición es:

$$\mathbf{r}(1) = 11{,}28\ \mathbf{i} + 0{,}99\ \mathbf{j}$$

c) El tiempo en llegar al suelo se obtiene aplicando la condición $y = 0$ en la ecuación del movimiento sobre el eje y:

$$y = 10 - 4{,}10\ t - 4{,}91\ t^2 \quad \rightarrow \quad 0 = 10 - 4{,}10\ t - 4{,}91\ t^2$$

Se obtienen las soluciones: $t_1 = -1{,}90$ s; $t_2 = 1{,}07$ s. La solución con sentido físico es t_2.

d) El alcance, $y = 0$, se puede obtener directamente de la ecuación de la trayectoria.

$$0 = 10 - 0{,}36\ x - 0{,}039\ x^2$$

Se obtienen las soluciones: $x_1 = -21{,}28$ m; $x_2 = 12{,}05$ m. La solución con sentido físico es x_2.

e) Las componentes de la velocidad son:

$$v_x = 11{,}28 \text{ m/s}$$
$$v_y = -4{,}10 - 9{,}81\ t \quad \rightarrow \quad v_y = -4{,}10 - 9{,}81 \cdot 1{,}07 = -14{,}60 \text{ m/s}$$

el valor de la velocidad será:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{11{,}28^2 + (-14{,}60)^2} = 18{,}45 \text{ m/s}$$

31 Una chica intenta sacar una pelota por encima de una valla. La chica se encuentra a 6 m de la valla y la altura de esta es de 3 m. Si la lanza con un ángulo de 60°, calcula la velocidad con que debe impulsarla para que pase por encima.

Las ecuaciones sobre los ejes, en este caso concreto, serían:

$$x = v_{0x} \cdot t \quad \rightarrow \quad x = v_0 \cdot \cos 60° \cdot t$$
$$y = v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2}\, g \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad y = v_0 \cdot \sin 60° \cdot t - 4{,}91 \cdot t^2$$

La ecuación de la trayectoria se obtiene eliminando el tiempo entre las ecuaciones de la posición. Despejamos el tiempo de la ecuación del eje x, y sustituimos en la del eje y:

$$t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos 60°} \quad \rightarrow \quad y = x \cdot \tan 60° - \frac{19{,}64}{v_0^2} \cdot x^2$$

Para que la pelota pase justo por encima de la valla debe cumplir que cuando $x = 6$ m, la $y = 3$ m.

$$3 = 6 \cdot \tan 60° - \frac{19{,}64}{v_0^2} \cdot 36 \quad \rightarrow \quad -7{,}39 = -\frac{707{,}04}{v_0^2} \quad \rightarrow \quad v_0^2 = 95{,}68$$
$$v_0 = 9{,}78 \text{ m/s}$$

32 Un jardinero quiere regar la copa de un árbol situada a 5 m de altura. Para ello dirige el agua, que sale a 15 m/s de la manguera, cuya boca está situada a 1 m del suelo, con un ángulo de 60º. ¿A qué distancia de la vertical de la copa del árbol se debe situar?

Las componentes de la velocidad inicial son:

$$v_{0x} = 15 \cdot \cos(60°) = 7{,}5 \text{ m/s}; \;\; v_{0y} = 15 \cdot \sin(60°) = 12{,}99 \text{ m/s}$$

Las ecuaciones sobre los ejes, en este caso concreto, serían:

$$x = v_{0x} \cdot t \;\; \rightarrow \;\; x = 7{,}5\, t$$

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \;\; \rightarrow \;\; y = 1 + 12{,}99\, t - 4{,}91\, t^2$$

La ecuación de la trayectoria se obtiene eliminando el tiempo entre las ecuaciones de la posición. Despejamos el tiempo de la ecuación del eje x, y sustituimos en la del eje y.

$$t = \frac{x}{7{,}5} \;\; \rightarrow \;\; y = 1 + 1{,}73\, x - 0{,}0873\, x^2$$

Los puntos x de la trayectoria para los que la $y = 5$ m son el resultado de resolver la ecuación:

$$5 = 1 + 1{,}73\, x - 0{,}0873\, x^2 \;\; \rightarrow \;\; 0 = -4 + 1{,}73\, x - 0{,}0873\, x^2$$

obtenemos dos soluciones:

$$x_1 = 2{,}67 \text{ m y } x_2 = 17{,}14 \text{ m}$$

La solución mejor en este caso sería la segunda, ya que el agua estaría cayendo y el árbol se regaría mejor.

33 Una lanzadora de jabalina realiza un lanzamiento oblicuo de 50º respecto a la horizontal, a una altura, en el momento de soltar la jabalina, de 1,85 m. Si el tiempo que tarda la jabalina en clavarse en el suelo es de 3,5 s, halla:

a) La velocidad con la que se realizó el lanzamiento.

b) El tiempo que se tarda en alcanzar la altura máxima.

c) La altura máxima que alcanza la jabalina.

a) La condición de llegar al suelo, $y = 0$, permite calcular la velocidad de lanzamiento conocido el tiempo que tarda en caer.

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \;\; \rightarrow \;\; y = 1{,}85 + v_0 \cdot \sin 50° \cdot t - 4{,}91 \cdot t^2$$

$$0 = 1{,}85 + v_0 \cdot \sin 50° \cdot 3{,}5 - 4{,}91 \cdot 3{,}5^2 \;\; \rightarrow \;\; v_0 = 21{,}8 \text{ m/s}$$

b) La altura máxima se alcanza cuando $v_y = 0$.

$$v_y = v_{0y} - g \cdot t \;\; \rightarrow \;\; v_y = 21{,}8 \cdot \sin 50° - 9{,}81\, t$$

$$0 = 21{,}8 \cdot \sin 50° - 9{,}81\, t \;\; \rightarrow \;\; t = 1{,}7 \text{ s}$$

c) En ese instante la posición vertical será:

$$y_{máx} = 1{,}85 + 21{,}8 \cdot \sin 50° \cdot 1{,}7 - 4{,}91 \cdot 1{,}7^2 \;\; \rightarrow \;\; y_{máx} = 16{,}0 \text{ m}$$

34 En las fiestas de tu pueblo, desde una carroza que se mueve con una velocidad constante de 1,5 m/s, lanzas caramelos en la dirección y el sentido del movimiento, con una velocidad de 10 m/s y un ángulo de 40º desde una altura de 3 m. Calcula, respecto de un observador situado en el suelo de la calle:

a) La ecuación de la trayectoria de los caramelos.

b) El tiempo que tardan en llegar al suelo.

Las componentes de la velocidad inicial son:

$$v_{0x} = 10 \cdot \cos 40° = 7{,}7 \text{ m/s}; \;\; v_{0y} = 10 \cdot \sin 40° = 6{,}4 \text{ m/s}$$

Como la carroza se mueve en la dirección del eje x, la velocidad horizontal será:

$$v_{0x} = 7{,}7 + 1{,}5 = 9{,}2 \text{ m/s}$$

Tomando como referencia el suelo, las ecuaciones sobre los ejes, en este caso concreto en que $y_0 = 3$ m, serían:

$$x = v_{0x} \cdot t \quad \rightarrow \quad x = 9{,}2\, t$$
$$v_y = v_{0y} - g \cdot t \quad \rightarrow \quad v_y = 6{,}4 - 9{,}81\, t$$
$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2}\, g \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad y = 3 + 6{,}4\, t - 4{,}91\, t^2$$

a) La ecuación de la trayectoria se obtiene eliminando el tiempo entre las ecuaciones de la posición. Despejamos el tiempo de la ecuación del eje x, y sustituimos en la del eje y.

$$t = \frac{x}{9{,}2} \quad \rightarrow \quad y = 3 + 6{,}4 \cdot \frac{x}{9{,}2} - 4{,}91 \cdot \left(\frac{x}{9{,}2}\right)^2$$

$$y = 3 + 2\, x - 0{,}48\, x^2$$

b) El tiempo en llegar al suelo se obtiene de la ecuación de la posición vertical cuando $y = 0$.

$$0 = 3 + 6{,}4\, t - 4{,}91\, t^2 \quad \rightarrow \quad t_1 = -9{,}81;\ t_2 = 1{,}7$$

El tiempo de caída será $t_2 = 1{,}7$ s.

35 Una jugadora de baloncesto situada a 8 m de la canasta se levanta y lanza el balón desde una altura de 2,25 m con un ángulo de 45º sobre la horizontal.

a) ¿Con qué velocidad debe realizar el lanzamiento para encestar, si el aro está situado en el punto (8, 3) m?

b) ¿Qué tiempo tarda el balón en llegar a la canasta?

Tomando como referencia el suelo, las ecuaciones sobre los ejes, en este caso concreto en que $y_0 =$ 3 m, serían:

$$x = v_{0x} \cdot t \quad \rightarrow \quad x = v_0 \cdot \cos 45° \cdot t$$
$$v_y = v_{0y} - g \cdot t \quad \rightarrow \quad v_y = v_0 \cdot \sin 45° - 9{,}81\, t$$
$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2}\, g \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad y = 2{,}25 + v_0 \cdot \sin 45° \cdot t - 4{,}91\, t^2$$

Cuando el balón llega a la canasta, $x = 8$ m, $y = 3$ m; por tanto:

$$8 = v_0 \cdot \cos 45° \cdot t;\ 3 = 2{,}25 + v_0 \cdot \sin 45° \cdot t - 4{,}91\, t^2$$

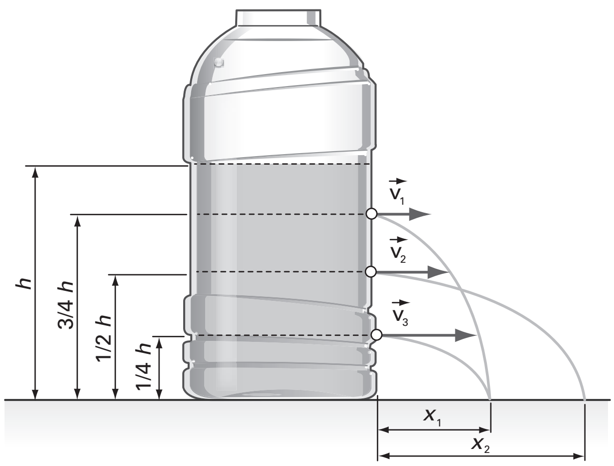
Este sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas v_0 y t tiene por solución:

$$t = 1{,}2 \text{ s};\ \ v_0 = 9{,}4 \text{ m/s}$$

36 En una garrafa de plástico llena de agua hasta una altura h, se hacen tres agujeros con un punzón. La velocidad de salida del agua es $v = \sqrt{2\, gp}$, donde p es la profundidad del agujero. Calcula en el caso indicado en la figura:

a) Las velocidades de salida del agua por cada uno de los agujeros.

b) El alcance de cada uno de los chorros.



Realiza la experiencia en el laboratorio y haz un análisis de las posibles desviaciones tratando de explicar las causas. El nivel del agua en la superficie libre no debe variar, por lo que habría que ir reponiendo la que sale por los orificios.

a) El primer agujero está a una profundidad de, $p = h/4$:

$$v_1 = \sqrt{2\,g \cdot \frac{h}{4}} = \sqrt{\frac{g \cdot h}{2}}$$

El segundo está a una profundidad de, $p = h/2$:

$$v_2 = \sqrt{2\,g \cdot \frac{h}{2}} = \sqrt{g \cdot h}$$

El tercer agujero está a una profundidad de, $p = 3h/4$:

$$v_3 = \sqrt{2\,g \cdot \frac{3h}{4}} = \sqrt{\frac{3\,g \cdot h}{2}}$$

b) El alcance en un lanzamiento horizontal es:

$$x_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{2\,y_0}{g}} \cdot v_0$$

La altura del primer agujero es, $y_0 = 3h/4$:

$$x_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot \frac{3\,h}{4}}{4{,}91}} \cdot \sqrt{\frac{g \cdot h}{2}} = \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot h = 0{,}87\,h$$

La altura del segundo es, $y_0 = h/2$:

$$x_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot \frac{h}{2}}{g}} \cdot \sqrt{g \cdot h} = h$$

La altura del tercer agujero es, $y_0 = h/4$:

$$x_3 = \sqrt{\frac{2 \cdot \frac{h}{4}}{g}} \cdot \sqrt{\frac{3\,g \cdot h}{2}} = \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot h = 0{,}87\,h$$

37 Desde un avión, en vuelo horizontal a 150 m de altura, se suelta un paquete cuando lleva una velocidad de 125 m/s.

a) ¿Qué tiempo tarda el paquete en llegar al suelo?

b) ¿Dónde cae, visto desde un observador en tierra?

c) ¿Dónde cae respecto al piloto del avión?

d) Calcula el vector velocidad del paquete a los 3 s de soltarlo.

Las componentes de la velocidad inicial son:

$$v_{0x} = 125 \text{ m/s}; \quad v_{0y} = 0 \text{ m/s}$$

Tomando como referencia el suelo, las ecuaciones sobre los ejes, en este caso concreto en que y_0 = 100, serían:

$$x = v_{0x} \cdot t \;\rightarrow\; x = 125\,t$$

$$v_y = v_{0y} - g \cdot t \;\rightarrow\; v_y = -\,9{,}81\,t$$

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2}\,g \cdot t^2 \;\rightarrow\; y = 150 - 4{,}91\,t^2$$

a) El tiempo en caer se obtiene aplicando la condición $y = 0$ en la ecuación de la posición en el eje y.

$$y = 150 - 4{,}91\,t^2 \;\rightarrow\; 0 = 150 - 4{,}91\,t^2 \;\rightarrow\; t = 5{,}53 \text{ s}$$

b) El alcance se obtiene de la ecuación de la posición horizontal:

$$x = 125 \cdot 5{,}53 = 691 \text{ m}$$

c) Respecto del piloto cae vertical, $x = 0$.

d) Las componentes de la velocidad en este instante serían:

$$v_x = v_{0x} = 125 \text{ m/s} \qquad v_y = -9{,}81 \cdot 3 = -29{,}43 \text{ m/s}$$

$$\mathbf{v} = (125, -29{,}43) \text{ m/s}$$

38 Se lanza horizontalmente una flecha con un arco desde 1,20 m sobre el suelo. La flecha toca el suelo a 10 m. ¿Con qué velocidad ha salido, si se supone nulo el rozamiento del aire?

La ecuación de la trayectoria en los lanzamientos horizontales desde una altura y_0 sobre el suelo es:

$$y = y_0 - \frac{g}{2\,v_0^2} \cdot x^2$$

Cuando toca el suelo, $y = 0$, por tanto:

$$0 = y_0 - \frac{g}{2\,v_0^2} \cdot x^2$$

Despejando la velocidad inicial:

$$y_0 = \frac{g}{2\,v_0^2} \cdot x^2 \rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{g \cdot x^2}{2\,y_0}} = \sqrt{\frac{9{,}81 \cdot 10^2}{2 \cdot 1{,}20}} = 20{,}2 \text{ m/s}$$

39 Si el alcance máximo en el lanzamiento horizontal viene dado, para una altura y_0, por:

$$x_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{2\,y_0}{g}} \cdot v_0$$

Indica a qué altura y_0 debe volar un avión con velocidad $v_0 = 70$ m/s si quiere dejar caer un paquete a $x_{\text{máx}} = 150$ m.

Tenemos que despejar y_0. Elevamos al cuadrado:

$$x_{\text{máx}}^2 = \frac{2\,y_0}{g} \cdot v_0^2 \rightarrow y_0 = \frac{g \cdot x_{\text{máx}}^2}{2\,v_0^2}$$

sustituyendo los datos:

$$y_0 = \frac{9{,}81 \cdot 150^2}{2 \cdot 70^2} = 22{,}5 \text{ m}$$

40 Desde una motocicleta que lleva una velocidad constante de 6 m/s, se cae un móvil desde 1,30 m de altura. ¿Con qué velocidad llega al suelo?

Las componentes de la velocidad inicial son:

$$v_{0x} = 6 \text{ m/s}; \;\; v_{0y} = 0 \text{ m/s}$$

La velocidad vertical cuando $y = 0$ será:

$$v_y^2 = -2\,g \cdot (y - y_0) \rightarrow v_y^2 = -2 \cdot 9{,}81 \cdot (0 - 1{,}30) = 25{,}5 \rightarrow v_y = 5{,}1 \text{ m/s}$$

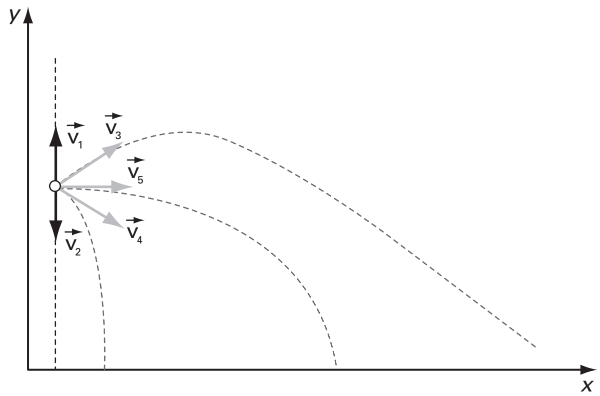
El valor de la velocidad será:

$$v = \sqrt{6^2 + 5{,}1^2} = 7{,}9 \text{ m/s}$$

41 Desde una ventana situada a 9 m de altura sobre el suelo, se lanza una pelota con una velocidad de 10 m/s, de cinco formas distintas: 1) Verticalmente hacia arriba. 2) Verticalmente hacia abajo. 3) Con una inclinación hacia arriba respecto a la horizontal de 30º. 4) Con una inclinación hacia abajo respecto a la horizontal de 30º. 5) Horizontalmente.

a) Ordena las velocidades (en módulo) de llegada al suelo de mayor a menor.

b) Indica el orden de llegada al suelo ($g = 10$ m/s^2).



a) La velocidad en el eje x no cambia en ningún caso.

$$v_x = v_{0x}$$

La velocidad en el eje y, en función de la posición es:

$$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2\ g \cdot (y - y_o)$$

Tomando como origen del sistema de referencia el suelo, la condición de llegar al suelo implica $y = 0$, por tanto, la ecuación quedaría como:

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2\ g \cdot y_o$$

En consecuencia, la velocidad con que llega al suelo sería:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2 + 2\ g \cdot y_0}$$

1) Verticalmente hacia arriba: $v_{0x} = 0$, $v_{0y} = 10$ m/s, $y_0 = 9$ m.

$$v = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2 + 2\ g \cdot y_0} = \sqrt{10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 9} = 16{,}73 \text{ m/s}$$

2) Verticalmente hacia abajo: $v_{0x} = 0$, $v_{0y} = -10$ m/s, $y_0 = 9$ m.

$$v = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2 + 2\ g \cdot y_0} = \sqrt{(-10)^2 + 2 \cdot 10 \cdot 9} = 16{,}73 \text{ m/s}$$

3) Con una inclinación hacia arriba de $\alpha = 30°$. Las componentes de la velocidad inicial son: $v_{0x} = 10 \cdot \cos 30°$; $v_{0y} = 10 \cdot \sin 30°$.

$$v = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2 + 2\ g \cdot y_0} = \sqrt{(10 \cdot \cos 30°)^2 + (10 \cdot \sin 30°)^2 + 2 \cdot 10 \cdot 9} = \sqrt{10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 9} = 16{,}73 \text{ m/s}$$

4) Con una inclinación $\alpha = -30°$. Las componentes de la velocidad inicial son: $v_{0x} = 10 \cdot \cos(-30°)$, $v_{0y} = 10 \cdot \sin(-30°)$

$$v = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2 + 2\ g \cdot y_0} = \sqrt{(10 \cdot \cos(-30°))^2 + (10 \cdot \sin(-30°))^2 + 2 \cdot 10 \cdot 9} =$$

$$= \sqrt{10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 9} = 16{,}73 \text{ m/s}$$

5) Horizontalmente: $v_{0x} = 10$ m/s, $v_{0y} = 0$, $y_0 = 9$ m.

$$v = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2 + 2\ g \cdot y_0} = \sqrt{10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 9} = 16{,}73 \text{ m/s}$$

En todos los casos es la misma.

b) El tiempo de caída se obtiene aplicando la condición $y = 0$, en la ecuación de la posición del eje y:

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2}\ g \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad y = 9 + v_{0y} \cdot t - 5\ t^2$$

Al llegar al suelo:

$$0 = 9 + v_{0y} \cdot t - 5\ t^2$$

1) Verticalmente hacia arriba: $v_{0y} = 10$ m/s $\rightarrow$ $0 = 9 + 10\,t - 5\,t^2$ $\rightarrow$ $5\,t^2 - 10\,t - 9 = 0$

$$t = \frac{10 \pm \sqrt{10^2 + 4 \cdot 5 \cdot 9}}{2 \cdot 5}$$

Se obtienen las soluciones: $t_1 = 2{,}67$ s; $t_2 = -\,0{,}67$ s. La solución con sentido físico es $t_1 = 2{,}67$ s.

2) Verticalmente hacia abajo: $v_{0y} = -\,10$ m/s $\rightarrow$ $0 = 9 - 10\,t - 5\,t^2$ $\rightarrow$ $5\,t^2 + 10\,t - 9 = 0$

$$t = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 + 4 \cdot 5 \cdot 9}}{2 \cdot 5}$$

Se obtienen las soluciones: $t_1 = -2{,}67$ s; $t_2 = 0{,}67$ s. La solución con sentido físico es $t_2 = 0{,}67$ s.

3) Con inclinación $\alpha = 30°$: $v_{0y} = 10 \cdot \sin 30° = 5$ m/s $\rightarrow$ $0 = 9 + 5\,t - 5\,t^2$ $\rightarrow$ $5\,t^2 - 5\,t - 9 = 0$

$$t = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 + 4 \cdot 5 \cdot 9}}{2 \cdot 5}$$

Se obtienen las soluciones: $t_1 = -0{,}93$ s; $t_2 = 1{,}93$ s. La solución con sentido físico es $t_3 = 1{,}93$ s.

4) Con inclinación $\alpha = -30°$: $v_{0y} = 10 \cdot \sin(-30°) = -5$ m/s $\rightarrow$ $0 = 9 - 5\,t - 5\,t^2$ $\rightarrow$ $5\,t^2 + 5\,t - 9 = 0$

$$t = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 + 4 \cdot 5 \cdot 9}}{2 \cdot 5}$$

Se obtienen las soluciones: $t_1 = 0{,}93$ s; $t_2 = -1{,}72$ s. La solución con sentido físico es $t_4 = 0{,}93$ s.

5) Horizontalmente: $v_{0y} = 0$ $\rightarrow$ $0 = 9 - 5\,t^2$.

Se obtienen las soluciones: $t_1 = 1{,}34$ s; $t_2 = -1{,}34$ s. La solución con sentido físico es $t_5 = 1{,}34$ s.

42 La Tierra gira, respecto a un eje que pasa por los polos, con una velocidad angular constante, por tanto todos los objetos que están sobre ella giran respecto a ese eje. ¿Qué gira con mayor velocidad angular, la Giralda de Sevilla o la torre Eiffel de Paris? ¿Y con mayor velocidad lineal?

La velocidad angular de rotación de la Tierra alrededor de su eje es constante, da una vuelta cada 24 horas, en consecuencia, todos los puntos tienen la misma velocidad angular.

La relación entre la velocidad angular y la lineal es: $v = \omega \cdot R$, donde R es el radio de giro. Por tanto, el extremo de la torre Eiffel tendrá menor velocidad lineal que el extremo de la Giralda al estar París en una latitud mayor que Sevilla.

43 Un satélite de comunicaciones gira en torno a la Tierra a 40 000 km de su centro. Si tiene la misma velocidad angular de rotación que nuestro planeta, determina su velocidad lineal de rotación referida al centro de la Tierra en m/s y km/h. ¿Cuál es su aceleración centrípeta?

Si tiene la misma velocidad angular que la Tierra, recorre la longitud de la órbita ($2\pi \cdot R$) cada 24 horas:

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T} = \frac{2\pi \cdot 4 \cdot 10^4}{24} = 10\,472 \text{ km/h} = 10\,472\,\frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 2\,908{,}89 \text{ m/s}$$

La aceleración centrípeta será:

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{2\,908{,}89^2}{4 \cdot 10^7} = 0{,}21 \text{ m/s}^2$$

44 Si el radio terrestre correspondiente al Ecuador es de 6 400 km, determina la velocidad angular de rotación de la Tierra y la velocidad lineal de un punto del Ecuador.

La Tierra da una vuelta (2π rad) cada 24 horas alrededor de su eje. La velocidad de rotación será:

$$\omega = \frac{2\pi}{24 \cdot 3\,600} = 7{,}27 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$$

La velocidad lineal de un punto del Ecuador es:

$$v = R_T \cdot \omega = 6\,400 \cdot 10^3 \cdot 7{,}27 \cdot 10^{-5} = 465{,}28 \text{ m/s}$$

45 Un automóvil toma una curva de 60 m de radio a una velocidad de 144 km/h. Expresa, en función de *g*, la aceleración centrípeta a que está sometido un ocupante del automóvil.

La velocidad expresada en m/s es:

$$v = 144 \text{ km/h} = 144 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 40 \text{ m/s}$$

La aceleración centrípeta es:

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{40^2}{60} = 26{,}67 \text{ m/s}^2 \quad \rightarrow \quad a_c = \frac{26{,}67}{9{,}81} \cdot g = 2{,}72 \cdot g$$

46 Una centrifugadora de laboratorio gira a razón de 45 000 rpm ¿A qué aceleración centrípeta están sometidas las partículas que se separan en el fondo de un tubo de ensayo si distan 10 cm del eje de giro? Da la solución en función de *g*.

La velocidad angular expresada en rad/s es:

$$\omega = 45\,000 \text{ rpm} = 45\,000 \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} = 1\,500\,\pi \text{ rad/s}$$

La aceleración centrípeta será:

$$a_c = \omega^2 \cdot R = (1\,500 \cdot \pi)^2 \cdot 0{,}1 = 2\,220\,661 \text{ m/s}^2 \quad \rightarrow \quad a_c = \frac{2\,220\,661}{9{,}81} \cdot g = 226\,367 \cdot g$$

47 Entrenan a los astronautas sometiéndolos a aceleraciones de varias *g*. Si un astronauta va dentro de una cabina que describe una circunferencia de 6 m de radio y la aceleración centrípeta es $a_c = 10\,g$, calcula la velocidad angular, la velocidad lineal, el periodo y la frecuencia de rotación del mismo.

La aceleración centrípeta se puede escribir como:

$$a_c = \omega^2 \cdot R \quad \rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{a_c}{R}} = \sqrt{\frac{10\,g}{R}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 9{,}81}{6}} = 4{,}04 \text{ rad/s}$$

La velocidad lineal será:

$$v = \omega \cdot R = 4{,}04 \cdot 6 = 24{,}24 \text{ m/s}$$

El periodo:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4{,}04} = 1{,}56 \text{ s}$$

La frecuencia es la inversa del periodo:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1{,}56} = 0{,}64 \text{ Hz}$$

48 Cuando un disco de una máquina radial, cuyo diámetro mide 10 cm, gira a 2 400 rpm, se desprende de su borde una partícula de 5 g. ¿Con qué velocidad tangencial sale despedida?

La velocidad angular expresada en rad/s es:

$$\omega = 2\,400 \text{ rpm} = 2\,400 \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} = 80\,\pi \text{ rad/s}$$

La velocidad lineal será:

$$v = \omega \cdot R = 80\,\pi \cdot 0{,}05 = 12{,}6 \text{ m/s}$$

49 Cada 40 s, un ciclista completa una vuelta en un velódromo circular de 70 m de radio. Si el diámetro de las ruedas de su bicicleta es de 90 cm, calcula:

a) La velocidad lineal del ciclista.

b) La velocidad angular en rad/s.

c) Las vueltas que da cada rueda para completar el circuito.

d) La velocidad angular de las ruedas.

e) ¿Cuáles son el periodo y la frecuencia de rotación de las ruedas?

a) El ciclista recorre cada 40 s un espacio igual a la longitud de la circunferencia del velódromo, $L = 2\,\pi \cdot R$. Por tanto, la velocidad será:

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{t} = \frac{2\pi \cdot 70}{40} = 11 \text{ m/s}$$

b) La relación entre la velocidad angular y la lineal es:

$$v = \omega \cdot R \quad \rightarrow \quad \omega = \frac{v}{R} = \frac{11}{70} = 0{,}16 \text{ rad/s}$$

c) La longitud de la rueda será: $l = 2\,\pi \cdot r$; por tanto, el número, N, que tiene que dar la rueda será:

$$N = \frac{L}{l} = \frac{2\pi \cdot R}{2\pi \cdot r} = \frac{70}{0{,}45} = 156 \text{ vueltas}$$

d) La rueda da 156 vueltas en 40 segundos. Su velocidad angular será:

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi \cdot 156 \text{ rad}}{40 \text{ s}} = 7{,}8\pi \text{ rad/s}$$

e) El periodo es:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{7{,}8\pi} = 0{,}3 \text{ s}$$

La frecuencia es la inversa del periodo:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}3} = 3 \text{ Hz}$$

50 El radio medio de la órbita lunar en torno a la Tierra mide 380 000 km y su periodo, 27,32 días. ¿Cuál es la aceleración centrípeta a que está sometida la Luna?

La aceleración centrípeta es:

$$a_c = \omega^2 \cdot R = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot R = \frac{4\pi^2 \cdot R}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 3{,}8 \cdot 10^8}{(27{,}32 \cdot 24 \cdot 3\,600)^2} = 2{,}69 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

51 El radio de las ruedas de un vehículo que marcha a 108 km/h mide 0,32 m. Calcula:

a) La velocidad angular de las ruedas.

b) La frecuencia de rotación de estas.

c) Las vueltas que da cada una en 5 minutos.

a) La velocidad expresada en m/s es:

$$v = 108 \text{ km/h} = 108 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 30 \text{ m/s}$$

La velocidad angular es:

$$v = \omega \cdot R \quad \rightarrow \quad \omega = \frac{v}{R} = \frac{30}{0{,}32} = 93{,}75 \text{ rad/s}$$

b) La frecuencia de rotación es:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{93{,}75}{2\pi} = 14{,}92 \text{ Hz}$$

c) En cinco minutos ($t = 5 \cdot 60 = 300$ s), las ruedas han recorrido un espacio angular:

$$\varphi = \omega \cdot t = 93{,}75 \cdot 300 = 28\,125 \text{ rad}$$

Como cada vuelta son 2π radianes, el número, N, de vueltas será:

$$N = \frac{28\,125}{2\pi} = 4\,476{,}2 \text{ vueltas}$$

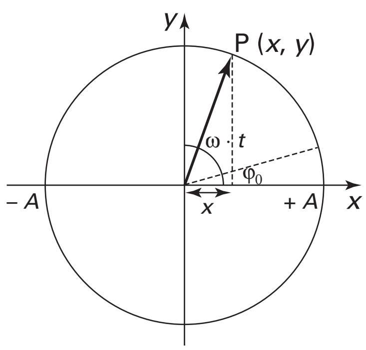
52 Define elongación y amplitud en un movimiento armónico simple. ¿En qué unidades se miden estas magnitudes en el SI?

La elongación es la posición de la partícula en cada instante, se mide en metros.

La amplitud es la elongación máxima, se mide en metros.

53 Deduce la ecuación del movimiento de la proyección sobre el eje x, de un móvil que sigue un movimiento circular uniforme con velocidad angular ω, en el supuesto de que se empezase a contar tiempo ($t = 0$ s) cuando el móvil lleve recorrido un ángulo φ_0.

Cuando empezamos a contar tiempos, el móvil ha recorrido un ángulo φ_0, y se mueve con velocidad angular ω en el sentido contrario al de las agujas de un reloj.



En un tiempo t, el móvil se ha desplazado hasta el punto P (x, y), después de recorrer un ángulo $\varphi = \omega \cdot t + \varphi_0$, la proyección sobre el eje x, en ese instante será:

$$x = A \cdot \cos(\omega\, t + \varphi_0)$$

Esta relación entre las posiciones y el tiempo es la ecuación del movimiento.

54 La ecuación de un movimiento armónico simple es:

$$x\,(t) = A \cdot \cos \omega\, t$$

¿Cuál será la ecuación de la velocidad y la aceleración de este movimiento?

La velocidad se obtiene derivando, respecto del tiempo, la ecuación del movimiento:

$$v\,(t) = \frac{\mathrm{d}\,x(t)}{\mathrm{d}t} = -A \cdot \omega \quad \sin \omega\, t$$

La velocidad varia con el tiempo de forma análoga a como lo hace la posición.

La aceleración se obtiene derivando, respecto del tiempo, la ecuación de la velocidad.

$$a\,(t) = \frac{\mathrm{d}\,v(t)}{\mathrm{d}t} = -A \cdot \omega^2 \cdot \cos \omega\, t = -\omega^2 \cdot x\,(t)$$

esta aceleración no es constante, varia con el tiempo y es proporcional a la elongación del movimiento.

55 Un caballito de un tiovivo sube y baja con un movimiento armónico simple, de amplitud 0,5 m y periodo 6 s. Calcula:

a) La frecuencia del movimiento.

b) La frecuencia angular del movimiento.

c) La aceleración máxima del movimiento.

a) La frecuencia es la inversa del periodo:

$$f = \frac{1}{T} = 0{,}17 \text{ Hz}$$

b) La frecuencia angular será:

$$\omega = 2\pi \cdot f = 0{,}34\,\pi \text{ rad/s}$$

c) La aceleración del movimiento es: $a = -\omega^2 \cdot x$; será máxima cuando $x = A$.

$$a = (0{,}34\,\pi)^2 \cdot 0{,}5 = 0{,}059\,\pi^2 \text{ m/s}^2$$

56 Un movimiento armónico simple tiene una amplitud de $\sqrt{3}$ m y su aceleración es $a = -100\,x$ m/s^2. Escribe la ecuación del movimiento.

La aceleración de un movimiento armónico simple es: $a = -\,\omega^2 \cdot x$, comparando con el dato de la aceleración podemos decir que:

$$\omega^2 = 100 \quad \rightarrow \quad \omega = \sqrt{100} = 10 \text{ rad/s}$$

La ecuación de un movimiento armónico simple es: $x = A \cdot \cos \omega\, t$, donde A es la amplitud del movimiento y ω su frecuencia angular. Por tanto, podemos escribir que la ecuación es:

$$x\,(t) = \sqrt{3} \cdot \cos 10\, t$$

57 La ecuación de un movimiento armónico simple es la siguiente $x = 0{,}04 \cdot \cos 5\,t$ en unidades SI.

a) ¿Cuánto vale la velocidad máxima?

b) ¿En qué posición la velocidad es cero?

a) La velocidad es:

$$v\,(t) = \frac{\mathrm{d}\,x(t)}{\mathrm{d}t} = -0{,}04 \cdot 5 \cdot \sin 5\,t = -0{,}2 \cdot \sin 5\,t$$

Será máxima cuando $\sin 5\,t = \pm 1$.

$$v_{\text{máx}} = 0{,}2 \text{ m/s}$$

b) La velocidad será cero cuando, $\sin 5\,t = 0 \quad \rightarrow \quad \cos 5\,t = \pm 1$, en consecuencia:

$$x = 0{,}04 \cdot \cos 5\,t \quad \rightarrow \quad x = 0{,}04 \cdot (\pm 1) = \pm 0{,}04 \text{ m}$$

58 La ecuación de un movimiento armónico es, en unidades del S.I.:

$$x = 0{,}5 \cdot \cos 8\,\pi\, t$$

¿Cuánto valen la velocidad y la aceleración máximas?

La velocidad es la derivada, respecto del tiempo, de la ecuación de la posición:

$$v = -8\pi \cdot 0{,}5 \cdot \sin 8\pi\, t = -4\pi \cdot \sin 8\pi\, t$$

será máxima cuando el seno valga $\pm$ 1:

$$v_{\text{máx}} = 4\pi \text{ m/s}$$

La aceleración es la derivada, respecto del tiempo, de la ecuación de la velocidad:

$$a = -8\pi \cdot 4\pi \cdot \cos 8\pi\, t = -32\pi^2 \cdot \cos 8\pi\, t$$

será máxima cuando el coseno valga ± 1.

$$a_{máx} = 32\pi^2 \text{ m/s}^2$$

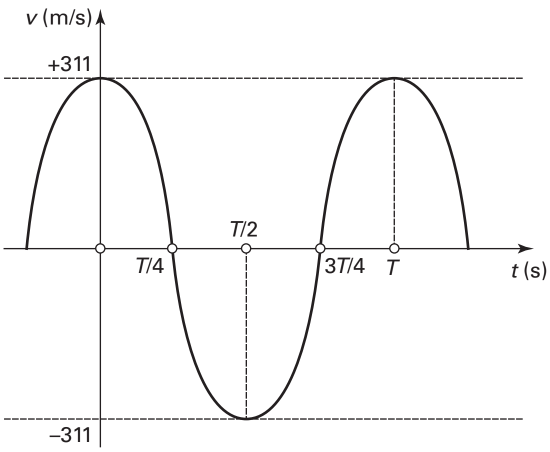
59 La corriente alterna que llega a los hogares, cuyo valor máximo es de 311 V, cambia el voltaje con una frecuencia de 50 Hz. Escribe la ecuación del movimiento armónico simple que representa estos cambios de sentido y represéntala en una gráfica *v-t.*

Si la frecuencia es $f = 50$ Hz, la frecuencia angular será:

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 50 = 100\pi \text{ rad/s}$$

La ecuación del movimiento armónico es $x = A \cdot \cos \omega\, t$ donde A es la amplitud o valor máximo de la elongación, en consecuencia la ecuación este movimiento será:

$$v\,(t) = 311 \cdot \cos\,(100\pi\, t)$$



60 Calcula la amplitud, la frecuencia angular, el período y la frecuencia de un movimiento armónico simple de ecuación:

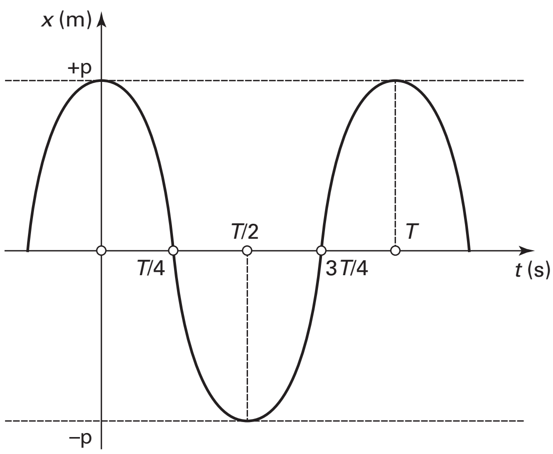
$$x = 2\pi \cdot \cos \pi\, t$$

Representa esta ecuación en una gráfica *x-t.*

La ecuación de un movimiento armónico simple es: $x = A \cdot \cos \omega\, t$, donde A es la amplitud del movimiento y ω su frecuencia angular. Comparando con la ecuación que nos dan:

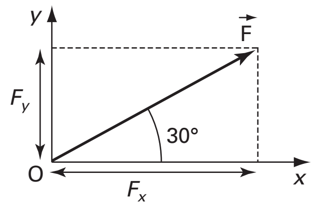
$$A = 2\pi \text{ m}; \qquad \omega = \pi \text{ rad/s}$$

El periodo será: $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi}{\pi} = 2$ s; y la frecuencia, su inversa: $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{2} = 0{,}5$ Hz.



12 Los principios de la dinámica

1 Una fuerza tiene de módulo 4 N y forma un ángulo con el eje positivo de las *x* de 30°. Calcula las componentes cartesianas.



Las componentes se hallan trazando las proyecciones ortogonales del vector sobre los ejes:

$$F_x = F \cdot \cos 30° = 4 \cdot \cos 30° = 3{,}5\ \text{N}$$
$$F_y = F \cdot \sin 30° = 4 \cdot \sin 30° = 2\ \text{N}$$

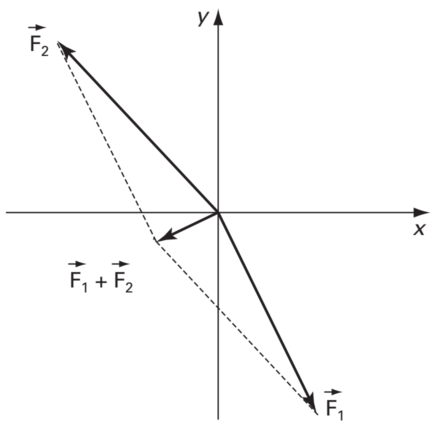
2 Dadas las fuerzas $\mathbf{F}_1 = 3\,\mathbf{i} - 8\,\mathbf{j}$ y $\mathbf{F}_2 = -4\,\mathbf{i} + 5\,\mathbf{j}$:

a) Represéntalas gráficamente.

b) Calcula su suma y represéntala.

c) Halla el módulo de la suma.

a)



b) La suma será:

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = (3\,\mathbf{i} - 8\,\mathbf{j}) + (-\,4\,\mathbf{i} + 5\,\mathbf{j}) = -\,\mathbf{i} - 3\,\mathbf{j}$$

c) El módulo será:

$$|\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2| = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = 3{,}2\ \text{N}$$

3 Un muelle de longitud 20 cm tiene una constante elástica 6 N/m.

a) ¿Qué intensidad tiene una fuerza que produce un alargamiento igual a su longitud inicial?

b) ¿A qué alargamiento da lugar una fuerza de 0,28 N?

c) ¿Qué longitud tiene el muelle del apartado anterior?

a) La fuerza que hay que hacer sobre el muelle para deformarlo $x = 0{,}2$ m será:

$$F = k \cdot x = 6 \cdot 0{,}2 = 1{,}2\ \text{N}$$

b) El alargamiento será:

$$x = \frac{F}{k} = \frac{0,28}{6} = 0,047 \text{ m} = 4,7 \text{ cm}$$

c) La deformación del muelle es:

$$\Delta l = l - l_0$$

$$l = \Delta l + l_0 = 4,7 + 20 = 24,7 \text{ cm}$$

4 ¿Con qué fuerza se atraerán dos esferas de plomo de una tonelada cada una si sus centros están a 1 m de distancia?

En este caso, cuerpos de masa m = 1 000 kg y separados una distancia de 1 m, se ejercen mutuamente fuerzas de atracción gravitatoria cuyo valor es:

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$F = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1\,000 \cdot 1\,000}{1^2} = 6,67 \cdot 10^{-5} \text{ N}$$

Valor completamente imperceptible.

5 Utilizando los datos de la tabla, justifica el número de cuerpos diferentes que puede haber y calcula sus masas.

a (m/s²)	F (N)
2,1	4,20
0,8	0,64
0,4	0,80
1,4	1,12
2,0	4,00
1,5	3,00
1,5	1,20
2,0	1,60

La masa de un cuerpo es la relación entre la fuerza aplicada y la aceleración que produce sobre el cuerpo:

$$F = m \cdot a \quad \rightarrow \quad m = \frac{F}{a}$$

De forma que realizando estos cocientes obtenemos que existen dos cuerpos de masas:

$$m_1 = 2 \text{ kg}; \qquad m_2 = 0,8 \text{ kg}$$

6 Un coche de 650 kg es capaz de adquirir una velocidad de 100 km/h en 8 s, desde el reposo. Calcula cuál será la fuerza total que actúa sobre él en la dirección del movimiento para conseguir este resultado.

La velocidad expresada en m/s es:

$$v = 100 \text{ km/h} = 100 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 27,78 \text{ m/s}$$

La aceleración que ha conseguido el coche es:

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{27,78 - 0}{8} = 3,47 \text{ m/s}^2$$

Esta aceleración ha sido producida por la fuerza:

$$F = m \cdot a = 650 \cdot 3,47 = 2\,256 \text{ N}$$

7 Dejamos caer una bola de 2 kg de masa y la Tierra la atrae con una fuerza de 19,62 N (peso de la bola).

a) ¿Cuáles serán el módulo, la dirección, el sentido y el punto de aplicación de la fuerza que la bola ejerce sobre la Tierra?

b) ¿Por qué se mueve la bola y no la Tierra?

c) ¿Con qué aceleración cae la bola?

d) Si la masa de la Tierra es de $5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg, ¿qué aceleración adquiere la Tierra?

a) La bola ejerce sobre la Tierra una fuerza igual en módulo y dirección pero de sentido contrario, aplicada en el centro de la Tierra:

- Módulo = 19,62 N.
- Dirección: la del radio terrestre.
- Sentido: hacia la bola.
- Punto de aplicación: el centro de la Tierra.

b) Se mueve la bola porque su masa inercial es mucho menor que la de la Tierra.

c) La aceleración de la bola será: $a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{19{,}62}{2} = 9{,}81\ \text{m/s}^2$.

d) La aceleración de la Tierra será: $a = \dfrac{F}{M_T} = \dfrac{19{,}62}{5{,}97 \cdot 10^{24}} = 3{,}29 \cdot 10^{-24}\ \text{m/s}^2$.

8 *Ariane* es el cohete espacial europeo. En el despegue, los dos motores propulsores laterales producen una fuerza de 6 713 kN cada uno. Si suponemos que la masa, 725 t, se mantiene constante durante los 5 primeros segundos, calcula la velocidad que adquiere el cohete en ese tiempo, expresada en km/h.

El peso del *Ariane* es: $P = m \cdot g = 725\,000 \cdot 9{,}81 = 7\,112\,250$ N.

Para calcular la aceleración:

$$F - P = m \cdot a \quad \rightarrow \quad a = \frac{F - P}{m} = \frac{2 \cdot 6\,713\,000 - 7\,112\,250}{725\,000} = 8{,}71\ \text{m/s}^2$$

La velocidad al cabo de 5 s será: $v = a \cdot t = 43{,}55$ m/s.

Expresada en km/h será:

$$v = 43{,}55 \cdot \frac{3\,600}{1\,000} = 156{,}8\ \text{km/h}$$

9 Un ciclista marcha a 15 km/h y choca de frente contra un vehículo aparcado. La duración del choque es de 0,3 s. Si el ciclista más la bicicleta tienen una masa de 92 kg ¿qué fuerza se ejerce durante el choque?, ¿hacia dónde y con qué velocidad será desplazado el ciclista?

La velocidad expresada en m/s es:

$$v = 15\ \text{km/h} = 15 \cdot \frac{1\,000\ \text{m}}{3\,600\ \text{s}} = 4{,}2\ \text{m/s}$$

La aceleración en el choque es:

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0 - 4{,}2}{0{,}3} = -14\ \text{m/s}^2$$

Esta aceleración está producida por la fuerza: $F = m \cdot a = 92 \cdot 14 = 1\,288$ N.

Esta fuerza tiene sentido contrario al del movimiento del ciclista.

El ciclista será lanzado hacia delante, con una velocidad de $v = 4{,}2$ m/s = 15 km/h.

10 Cuando una bola de 200 g se mueve con una velocidad de 1 m/s, se le aplica una fuerza de 0,8 N durante 0,5 s en el mismo sentido que el desplazamiento. Calcula la aceleración y la variación del momento lineal.

La fuerza aplicada sobre la bola produce una aceleración:

$$F = m \cdot a \quad \rightarrow \quad a = \frac{F}{m} = \frac{0,8}{0,2} = 4 \text{ m/s}^2$$

La variación del momento lineal se puede calcular directamente aplicando el teorema del impulso mecánico:

$$\Delta p = F \cdot \Delta t = 0,8 \cdot 0,5 = 0,4 \text{ N s}$$

11 Un balón de baloncesto de 0,6 kg llega al suelo con una velocidad vertical de 4,5 m/s y comienza a subir con una velocidad, también vertical, de 4 m/s. Calcula:

a) El momento lineal antes del bote.

b) El momento lineal después del bote.

c) La variación del momento lineal de la pelota al botar en el suelo.

a) El momento lineal antes del bote:

$$\mathbf{p}_i = m \cdot \mathbf{v}_i = 0,6 \cdot (-4,5\ \mathbf{j}) = -2,7\ \mathbf{j} \text{ kg m/s}$$

b) El momento lineal después del bote:

$$\mathbf{p}_f = m \cdot \mathbf{v}_f = 0,6 \cdot 4\ \mathbf{j} = 2,4\ \mathbf{j} \text{ kg m/s}$$

c) La variación sería:

$$\Delta\mathbf{p} = \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i = 2,4\ \mathbf{j} - (-2,7\ \mathbf{j}) = 5,1\ \mathbf{j} \text{ kg m/s}$$

12 Un camión de 10 t avanza a una velocidad de 70 km/h y choca contra un coche de 1,8 t que está en reposo. Después del choque, el camión arrastra al coche en la misma dirección de su movimiento. ¿Con qué velocidad se mueven los dos vehículos tras el choque?

La velocidad expresada en m/s es:

$$v = 70 \text{ km/s} = 70 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 19,4 \text{ m/s}$$

El momento inicial del sistema será:

$$\mathbf{p}_i = m_{ca} \cdot v_{ca}\ \mathbf{i}$$

Después del choque los dos cuerpos quedan empotrados y viajan como un solo cuerpo de masa la suma de las masas en la misma dirección y sentido.
El momento lineal del sistema ahora será:

$$\mathbf{p}_f = (m_{ca} + m_{co}) \cdot u\ \mathbf{i}$$

Aplicando la conservación del momento lineal

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_f$$

$$m_{ca} \cdot v_{ca} = (m_{ca} + m_{co}) \cdot u$$

despejando la velocidad después del choque, u:

$$u = \frac{m_{ca} \cdot v_{ca}}{m_{ca} + m_{co}} = \frac{10\,000 \cdot 19,4}{11\,800} = 16,4 \text{ m/s}$$

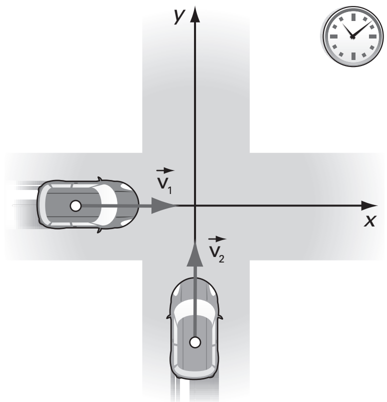
13 Envisat es uno de los satélites lanzados por la Agencia Espacial Europea para estudiar el medioambiente a escala global. Para cambiar o modificar su órbita utiliza como combustible hidracina (N_2H_4). El módulo de propulsión proporciona una velocidad de salida de gases de unos 3 km/s. Si queremos incrementar la velocidad del Envisat (M = 8 t) en 0,35 m/s, ¿cuánta masa de hidracina se necesitará?

El momento lineal del sistema se conserva de forma que, llamando m a la masa de los gases expulsados y M, a la masa del Envisat:

$$\Delta p = 0 \quad \rightarrow \quad p_g = p_E \quad \rightarrow \quad m \cdot v_g = (M - m) \cdot v_E$$

$$3\,000\, m = (8\,000 - m) \cdot 0{,}35 \quad \rightarrow \quad m = 0{,}93 \text{ kg}$$

14 Dos coches de 0,7 t y 0,850 t circulan por calles perpendiculares a 50 km/h y 80 km/h, respectivamente. En el cruce chocan y se quedan empotrados. ¿Cuál será la velocidad de los vehículos juntos después del choque? ¿En qué dirección se moverán tras el choque?



Tomando los ejes del sistema de referencia coincidiendo con las direcciones de los movimientos, los momentos lineales de los coches serían:

$$\mathbf{p}_1 = m_1 \cdot v_1\, \mathbf{i} = 700 \cdot 50\, \mathbf{i} = 35\,000\, \mathbf{i} \text{ kg km/h}$$

$$\mathbf{p}_2 = \mathrm{m}_2 \cdot v_2\, \mathbf{j} = 850 \cdot 80\, \mathbf{j} = 68\,000\, \mathbf{j} \text{ kg km/h}$$

El momento inicial del sistema será:

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = 35\,000\, \mathbf{i} + 68\,000\, \mathbf{j}$$

Después del choque los dos cuerpos quedan empotrados y viajan como un solo cuerpo de masa la suma de las masas en una dirección que forma un ángulo α respecto al eje de abscisas.

El momento lineal del sistema ahora será:

$$\mathbf{p}_f = (m_1 + m_2) \cdot v \cdot \cos\alpha\, \mathbf{i} + (m_1 + m_2) \cdot v \cdot \sin\alpha\, \mathbf{j} = 1\,550\, v \cdot \cos\alpha\, \mathbf{i} + 1\,550\, v \cdot \sin\alpha\, \mathbf{j}$$

Aplicando la conservación del momento lineal:

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_f$$

$$35\,000 = 1\,550\, v \cdot \cos\alpha$$

$$68\,000 = 1\,550\, v \cdot \sin\alpha$$

dividiendo la segunda ecuación entre la primera obtenemos:

$$\tan\alpha = 1{,}94 \quad \rightarrow \quad \alpha = 62{,}7°$$

Con el valor de α, despejamos la velocidad, v:

$$v = 49{,}4 \text{ km/h}$$

15 Un cañón de 2 t dispara horizontalmente un proyectil de 12 kg con una velocidad de 225 m/s. Calcula la velocidad de retroceso del cañón y la variación de su momento lineal.

En el estado inicial tanto el cañón como el proyectil están en reposo, por tanto el momento lineal del sistema será:

$$\mathbf{p}_i = 0\, \mathbf{i}$$

Después del disparo hay dos cuerpos en movimiento, sus momentos lineales serán:

$$\mathbf{p}_p = m_p \cdot v_p\ \mathbf{i}$$
$$\mathbf{p}_c = -m_c \cdot v_c\ \mathbf{i}$$

El momento lineal del sistema será:

$$\mathbf{p}_f = (m_p \cdot v_p - m_c \cdot v_c)\ \mathbf{i}$$

Aplicando la conservación del momento lineal:

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_f \quad \rightarrow \quad 0 = m_p \cdot v_p - m_c \cdot v_c$$

Despejando la velocidad del cañón:

$$v_c = \frac{m_p \cdot v_p}{m_p} = \frac{12 \cdot 225}{2\,000} = 1{,}35 \text{ m/s}$$

La variación del momento lineal del cañón es:

$$\Delta p_c = p_f - p_i = -m_c \cdot v_c - 0 = -2\,000 \cdot 1{,}35 = -2\,700 \text{ kg m/s}$$

16 Un satélite de M = 10 t, en reposo respecto a la Tierra, debe modificar su órbita. Para eso, dispone de propulsores que emiten 1 kg de gas cada segundo a 3,5 km/s. Halla:

a) El impulso del satélite en una ignición de 3 s.

b) La velocidad con que se moverá el satélite respecto a la Tierra al finalizar la ignición.

a) El impulso sobre el satélite será igual a la variación de su momento lineal:

$$\mathbf{I}_{sat} = \Delta\mathbf{p}_{sat}$$

Como no existen fuerzas externas sobre el sistema formado por el satélite y los gases de los propulsores, la variación del momento lineal de ambos serán iguales en módulo y dirección pero de sentidos contrarios:

$$\mathbf{I}_{sat} = \Delta\mathbf{p}_{sat} = -\Delta\mathbf{p}_{gas}$$

La masa de gases que salen a la velocidad de 3 500 m/s, del propulsor en tres segundos será m = 3 kg. Por tanto:

$$\mathbf{I}_{sat} = -(m_{gas} \cdot v_{gas}, 0) = -(3 \cdot 3\,500, 0) = -(10\,500, 0) \text{ kg m/s}$$

El impulso sobre el satélite vale 10 500 N s, tiene la dirección de salida de los gases y sentido contrario.

b) Si el satélite parte del reposo, la velocidad que adquiere en tres segundos será:

$$\mathbf{I}_{sat} = (M - m) \cdot \mathbf{v} - 0 \quad \rightarrow \quad -(10\,500, 0) \text{ (kg m/s)} = (10\,000 - 3) \text{ (kg)} \cdot \mathbf{v} \quad \rightarrow \quad \mathbf{v} = -(1{,}05, 0) \text{ m/s}$$

La velocidad al cabo de tres segundos vale 1,05 m/s, la dirección es la misma que la de salida de los gases y el sentido contrario. El satélite seguirá un movimiento rectilíneo uniforme hasta que vuelva a utilizar el propulsor.

17 Explica qué es un dinamómetro y cómo se calibra.

Es un resorte o muelle, uno de cuyos extremos se fija en un soporte que puede ser un tubo transparente. Al ejercer una fuerza en el otro extremo, el resorte se alarga proporcionalmente a la fuerza aplicada. Si se mide esta fuerza, tirando con otro dinamómetro calibrado, se puede marcar la misma en una escala de papel pegada al tubo. De esta forma, el resorte puede ser utilizado como un dinamómetro calibrado.

18 El resorte de un dinamómetro de laboratorio se ha alargado 11,7 cm a tope de escala, que es 2 N. ¿Cuál es la constante del resorte con el que ha sido fabricado ese dinamómetro? ¿Cuánto se alargará al aplicarle la fuerza de 0,4 N?

La constante del resorte será:

$$F = k \cdot x \quad \rightarrow \quad k = \frac{F}{x} = \frac{2}{11{,}7 \cdot 10^{-2}} = 17{,}1 \text{ N/m}$$

El alargamiento será:

$$x = \frac{F}{k} = \frac{0{,}4}{17{,}1} = 0{,}023 \text{ m} = 2{,}3 \text{ cm}$$

19 Se tienen dos muelles de igual longitud, pero de constantes $k_1 = 20$ N/m y $k_2 = 100$ N/m, respectivamente.

a) ¿Que fuerza hay que realizar para alargar cada uno 10 cm?

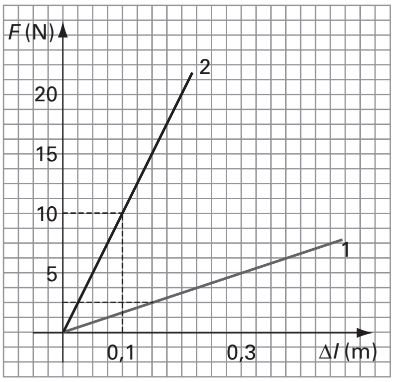
b) Representa en la misma gráfica las intensidades de las fuerzas en función de los alargamientos producidos por ambos muelles.

c) ¿Cuál escogerías para construir un dinamómetro que sirva para medir fuerzas mas bien pequeñas?

a) Las fuerzas respectivas serán:

$$F_1 = k_1 \cdot x = 20 \cdot 0{,}10 = 2 \text{ N}; \qquad F_2 = k_2 \cdot x = 100 \cdot 0{,}10 = 10 \text{ N}$$

b)



c) Escogería el muelle con menor constante, es decir, el 1. Ya que la misma fuerza produce mayores alargamientos.

20 Un muelle horizontal de longitud l_0 se comprime aplicando una fuerza de 50 N, hasta que su longitud es de 15 cm. Si le aplicamos una fuerza de 100 N, su longitud queda reducida a 5 cm.

a) ¿Cuál es la longitud inicial del muelle?

b) ¿Cuánto vale su constante?

Cuando comprimimos el muelle de constante k, con $F = 50$ N, hasta que la longitud es $l = 0{,}15$ m, tendremos:

$$F = k \cdot (l_0 - l) \quad \rightarrow \quad 50 = k \cdot (l_0 - 0{,}15)$$

Si aplicamos $F = 100$ N, la longitud queda en $l' = 0{,}05$ m.

$$100 = k \cdot (l_0 - 0{,}05)$$

Resolviendo el sistema formado por estas dos ecuaciones obtenemos:

$$l_0 = 0{,}25 \text{ m}; \qquad k = 500 \text{ N/m}$$

21 Un dinamómetro se alarga 4 cm a tope de escala, que es 1 N. ¿Cuál es su constante de recuperación y cuánto marca si se alarga 2,5 cm?

La constante del resorte será:

$$F = k \cdot \text{x} \quad \rightarrow \quad k = \frac{F}{x} = \frac{1}{4 \cdot 10^{-2}} = 25 \text{ N/m}$$

La fuerza será:

$$F = k \cdot x = 25 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-2} = 0{,}63\ \text{N}$$

22 Un resorte de 30 cm se alarga 5 cm al aplicarle una fuerza de 2,5 N. Calcula la constante en el SI y la longitud del resorte cuando se le aplica otra fuerza de 4 N.

La constante del resorte será:

$$F = k \cdot x \quad \rightarrow \quad k = \frac{F}{x} = \frac{2{,}5}{5 \cdot 10^{-2}} = 50\ \text{N/m}$$

La deformación para una fuerza de 4 N será:

$$x = \frac{F}{k} = \frac{4}{50} = 0{,}08\ \text{m} = 8\ \text{cm}$$

La longitud del muelle es:

$$\Delta l = l - l_0 \quad \rightarrow \quad l = \Delta l + l_0 = 8 + 30 = 38\ \text{cm}$$

23 ¿Qué factores influyen en el valor de la gravedad sobre la superficie de la Tierra? ¿En qué unidad se mide la gravedad?

La gravedad sobre la superficie terrestre depende de la distancia al centro de la Tierra, por tanto, depende de la longitud y latitud del punto sobre la superficie terrestre.
El valor medio en el SI es $g = 9{,}8065\ \text{m/s}^2$.

24 En realidad, la superficie terrestre no es una esfera perfecta: hay montañas y simas; además, está algo achatada en los polos. ¿Dónde pesa más un cuerpo?

a) En la cima de una montaña o a nivel del mar.

b) En el Ecuador o en los polos.

El valor de la aceleración de la gravedad es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia desde el centro de la Tierra al punto de la superficie. Por tanto, es mayor en las simas que en las montañas y mayor en los polos que en el Ecuador.

25 ¿Dónde produciría más impacto un objeto cayendo desde la misma altura, en la Luna o en la Tierra? (Datos: $g_T = 9{,}81\ \text{m/s}^2$; $g_L = 1{,}63\ \text{m/s}^2$).

El objeto en caída libre desde una determinada altura, *h*, llegará al suelo con mayor velocidad en la Tierra ya que la aceleración es mayor en el planeta.

$$v = \sqrt{2\, g \cdot h} \quad \rightarrow \quad v_T > v_L$$

Al final de la caída la velocidad en cualquier caso es cero. En consecuencia, en la Tierra la variación del momento lineal del objeto será mayor y, por tanto, el impulso comunicado al suelo.

$$\Delta p_T > \Delta p_L \quad \rightarrow \quad I_T > I_L$$

26 El peso de un cuerpo en la Luna es de 400 N. ¿Cuánto pesará ese cuerpo en la Tierra? (Dato: gravedad en la Luna $g_L = 1{,}63\ \text{m/s}^2$).

La masa de un cuerpo es una propiedad intrínseca del cuerpo, es decir, la masa del cuerpo no varía por el hecho de estar en la Luna o en la Tierra o en cualquier otro lugar, por consiguiente:

$$P_L = m \cdot g_L; \qquad P_T = m \cdot g_T$$

Dividiendo estas dos relaciones obtenemos:

$$\frac{P_T}{P_L} = \frac{m \cdot g_T}{m \cdot g_L} = \frac{g_T}{g_L} = 6{,}02$$

En consecuencia:

$$P_T = 6{,}02 \cdot P_L = 6{,}02 \cdot 400 = 2\,408 \text{ N}$$

27 Dos cuerpos de igual masa caen desde 1 000 m del suelo lunar y terrestre, respectivamente. Si no se tiene en cuenta el rozamiento en la atmósfera terrestre, ¿en qué relación se encuentran las velocidades al llegar al suelo? ¿Influye la masa? (Datos: g_T = 9,81 m/s^2; g_L = 1,63 m/s^2).

La velocidad en caída libre desde una altura h es $v = \sqrt{2\,g \cdot h}$. Por tanto, la relación de las velocidades al llegar al suelo en la Tierra y en la Luna será:

$$\frac{v_T}{v_L} = \sqrt{\frac{2g_T \cdot h}{2g_L \cdot h}} = \sqrt{\frac{g_T}{g_L}} = \sqrt{\frac{9{,}81}{1{,}63}} = 2{,}45 \quad \rightarrow \quad v_T = 2{,}45\ v_L$$

El resultado es independiente de la masa de los cuerpos.

28 ¿A qué distancia estarán situadas dos grandes esferas suspendidas del techo si cada una posee una masa de 1 t para que se atraigan con una fuerza de 1 μN?

La fuerza de atracción gravitatoria entre las dos masas, m = 1 000 kg, tiene un valor de:

$$F = G \cdot \frac{m \cdot m}{r^2}$$

Si conocemos el valor de la fuerza, $F = 1 \cdot 10^{-6}$ N, la distancia será:

$$r = \sqrt{\frac{G \cdot m \cdot m}{F}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1\,000 \cdot 1\,000}{1 \cdot 10^{-6}}} = 8 \text{ m}$$

29 El peso de un cuerpo en la Tierra, donde g = 9,81 m/s^2, es 800 N. ¿Cuál es su masa y el peso en la superficie de Júpiter? (Dato: g_J = 25,10 m/s^2).

El peso en la Tierra de un cuerpo de masa m es:

$$P_T = m \cdot g_T \quad \rightarrow \quad m = \frac{P_T}{g_T} = \frac{800}{9{,}81} = 81{,}55 \text{ kg}$$

La masa de un cuerpo es propiedad intrínseca del mismo, en consecuencia el peso en Júpiter será:

$$P_J = m \cdot g_J = 81{,}55 \cdot 25{,}10 = 2\,047 \text{ N}$$

30 Enuncia el principio de inercia. ¿Es posible que una partícula en movimiento esté en equilibrio?

Si sobre un cuerpo no actúan fuerzas o la suma de las que actúan es cero, mantiene el estado de reposo o movimiento rectilíneo uniforme.

Si, si el movimiento es rectilíneo y uniforme.

31 ¿Qué entiendes por masa inercial de un cuerpo? ¿Es absolutamente cierto que la masa inercial es constante?

Es una propiedad de los cuerpos que mide su oposición *a* que se altere su estado de movimiento. Se mide en SI en kilogramos.

Representa la constante de proporcionalidad entre las fuerzas aplicadas y la aceleración que producen.

Según la teoría de la relatividad, la masa aumenta con la velocidad, cuando esta es cercana a la velocidad de la luz en el vacío.

32 Explica si son verdaderas o falsas las afirmaciones siguientes:

a) Si un cuerpo se mueve, está sometido a una fuerza.

b) Para que un cuerpo en reposo adquiera movimiento es necesario aplicar una fuerza.

c) Si un cuerpo se mueve con velocidad constante en una trayectoria curva, la suma de fuerzas sobre él es cero.

a) Falsa. El principio de inercia dice que es posible el movimiento sin que existan fuerzas aplicadas o que la suma de las fuerzas aplicadas sea cero.

b) Verdadera. Las fuerzas son las causas de los cambios de movimiento.

c) Falsa. Cualquier movimiento no rectilíneo es acelerado, en consecuencia la fuerza neta no puede ser cero.

33 Viajas en el asiento posterior de un automóvil. De pronto, el conductor toma una curva a la izquierda a gran velocidad. ¿Por qué eres desplazado? ¿Hacia dónde?

Porque por la 1.ª ley de Newton tú tiendes a seguir con MRU mientras que el coche ha girado hacia la izquierda. Por eso, tú «chocas» con la puerta derecha.

34 Un pequeño péndulo va suspendido en el techo de un automóvil. Indica qué dirección tiene el hilo:

a) Cuando arranca el automóvil.

b) Cuando se mueve con velocidad constante.

c) Al frenar y disminuir su velocidad.

En los sistemas no inerciales existen fuerzas de inercia cuya dirección es la misma que la de la aceleración y sentido opuesto, por tanto:

a) Hacia atrás, debido a la fuerza de inercia en sentido opuesto a la aceleración.

b) Vertical. El sistema es inercial, por tanto no existen aceleraciones.

c) Hacia delante, debido a la fuerza de inercia en sentido contrario a la aceleración.

35 ¿Puede ser curva la trayectoria de un cuerpo si no actúa ninguna fuerza sobre él?

No. Si la trayectoria es curva, la dirección del vector velocidad varía, en consecuencia, existe aceleración y, por tanto, debe haber alguna fuerza que la origine.

36 Cuando arranca el autobús, ¿hacia dónde te vas tú? ¿Y cuándo para?

Cuando arranca, como estoy en reposo, mantengo este estado de forma que el autobús se va y yo me quedo atrás respecto de él, aunque no respecto de la calle.

Cuando para, como estoy en movimiento, mantengo este estado de forma que el autobús se para y yo sigo hacia adelante.

37 En el espacio, aplicamos la misma fuerza a dos cuerpos aparentemente iguales; sin embargo, uno se acelera el doble que el otro, ¿cuál será la causa?

El valor de la fuerza aplicada sobre cada cuerpo será:

$$F = m_1 \cdot a_1; \qquad F = m_2 \cdot a_2$$

Por tanto:

$$m_1 \cdot a_1 = m_2 \cdot a_2$$

Si, por ejemplo, el cuerpo 2 se acelera el doble que el 1, $a_2 = 2\,a_1$:

$$m_1 \cdot a_1 = m_2 \cdot 2\,a_1 \quad \rightarrow \quad m_1 = 2\,m_2$$

La masa del cuerpo 1 es el doble que la del 2.

38 Halla la fuerza necesaria para detener en 8 s con aceleración constante:

a) Un camión de 3 t que marcha a la velocidad de 80 km/h por una carretera recta y horizontal.

b) Una pelota de 500 g que va con una velocidad de las mismas características que el camión del apartado anterior.

La velocidad expresada en el SI sería:

$$v_0 = 80 \text{ km/h} = 22{,}2 \text{ m/s}$$

La aceleración para detener un móvil, $v = 0$, con esta velocidad inicial y esa aceleración es:

$$v - v_0 = a \cdot t \quad \rightarrow \quad a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0 - 22{,}2}{8} = -2{,}8 \text{ m/s}^2$$

a) La fuerza que hay que ejercer sobre el camión para pararlo será:

$$F = M \cdot a = 3\,000 \cdot (-2{,}8) = -8\,400 \text{ N}$$

b) En el caso de la pelota:

$$F = m \cdot a = 0{,}5 \cdot (-2{,}8) = -1{,}4 \text{ N}$$

39 Un coche de 500 kg, que se mueve con velocidad constante de 120 km/h entra en una curva circular de 80 m de radio.

a) ¿Qué tipo de aceleración lleva? Indica su dirección y sentido.

b) ¿Qué fuerza habrá que ejercer sobre el coche para que no se salga de la curva?

c) ¿Quién ejerce esta fuerza sobre el coche?

La velocidad expresada en el SI sería:

$$v = 120 \text{ km/h} = 33{,}3 \text{ m/s}$$

a) La aceleración que tiene el coche es centrípeta. La dirección es la del radio de la curva y el sentido hacia el centro de la circunferencia con que está trazada.

b) La fuerza es:

$$F = m \cdot \frac{v^2}{R} = 500 \cdot \frac{33{,}3^2}{80} = 6\,930{,}6 \text{ N}$$

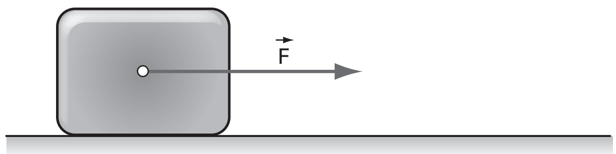
c) La fuerza la debe ejercer el suelo sobre las ruedas del vehículo.

40 ¿Con qué fuerza hay que impulsar verticalmente un cohete de 300 t, para que suba con aceleración de 11 m/s²?

Si llamamos F a la fuerza aplicada, la fuerza total en el eje del movimiento será: $F - P$, por tanto:

$$F - P = m \cdot a \quad \rightarrow \quad F = P + m \cdot a = m \cdot g + m \cdot a = m \cdot (g + a) = 300\,000 \cdot (9{,}81 + 11) = 6\,243\,000 \text{ N}$$

41 A un cuerpo de 20 kg le aplicamos una fuerza de 98 N. Halla la aceleración del cuerpo. ¿Qué velocidad tendrá a los 5 s?



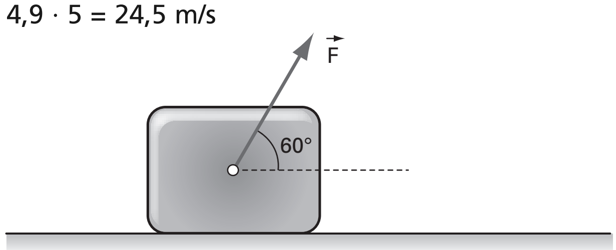
Aplicando el segundo principio:

$$F = m \cdot a \quad \rightarrow \quad a = \frac{F}{m} = \frac{98}{20} = 4{,}9 \text{ m/s}^2$$

El cuerpo sigue, por tanto, un movimiento uniformemente acelerado. Su velocidad será:

$$v = a \cdot t \quad \rightarrow \quad v = 4{,}9 \cdot 5 = 24{,}5 \text{ m/s}$$

42 ¿Durante cuánto tiempo ha actuado una fuerza de 60 N inclinada 60° respecto a la horizontal, sobre una masa de 40 kg, para que alcance una velocidad de 10 m/s?



La fuerza en la dirección del movimiento es $F_x = F \cdot \cos 60°$.

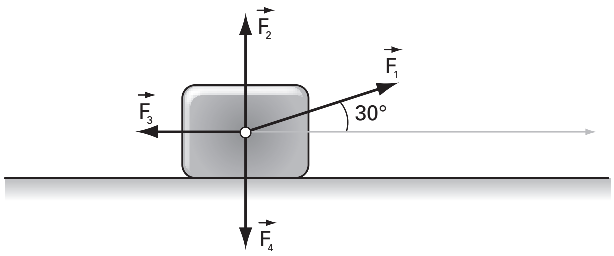
Aplicando el segundo principio sobre el eje del movimiento:

$$F_x = m \cdot a \quad \rightarrow \quad a = \frac{F_x}{m} = \frac{F \cdot \cos 60°}{m} = \frac{60 \cdot \cos 60°}{40} = 0{,}75 \text{ m/s}^2$$

El cuerpo sigue, por tanto, un movimiento uniformemente acelerado. En consecuencia:

$$v - v_0 = a \cdot t \quad \rightarrow \quad t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{10 - 0}{0{,}75} = 13{,}3 \text{ s}$$

43 El cuerpo de la figura tiene una masa de 10 kg. Calcula la aceleración sabiendo que: F_1 = 50 N; F_2 =75 N; F_3 = 20 N; F_4 = 100 N.



La suma de fuerzas será:

$$\mathbf{F}_T = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \mathbf{F}_4$$

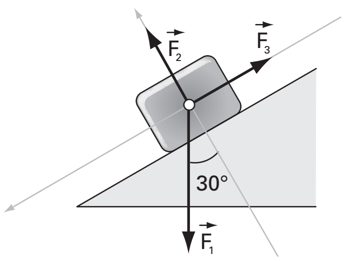
$$\mathbf{F}_T = (F_1 \cdot \cos 30°, F_1 \cdot \sin 30°) + (0, 75) + (–20, 0) + (0, –100)$$

$$\mathbf{F}_T = (43{,}30, 25) + (0, 75) + (–20, 0) + (0, –100) = (23{,}3, 0)$$

Para calcular la aceleración:

$$\mathbf{F}_T = m \cdot \mathbf{a} \quad \rightarrow \quad \mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}_T}{m} = (2{,}33, 0) \text{ m/s}^2; \qquad a = 2{,}33 \text{ m/s}$$

44 El cuerpo de la figura tiene una masa de 10 kg. Calcula la aceleración sabiendo que: F_1 = 100 N; F_2 = 86,6 N y F_3 = 30 N.



La suma de fuerzas será:

$$\mathbf{F}_T = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3$$

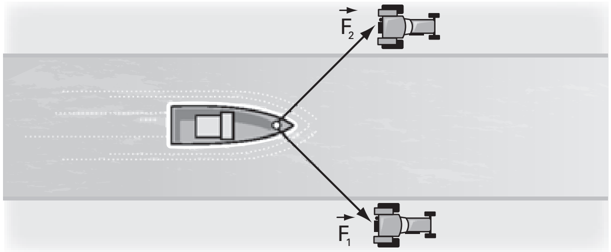
$$\mathbf{F}_T = (F_1 \cdot \sin 30°, –F_1 \cdot \cos 30°) + (0, 86{,}6) + (–30, 0)$$

$$\mathbf{F}_T = (50, –86{,}6) + (0, 86{,}6) + (–30, 0) = (20, 0)$$

Para calcular la aceleración:

$$\mathbf{F}_T = m \cdot \mathbf{a} \quad \rightarrow \quad \mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}_T}{m} = (2, 0) \text{ m/s}^2; \qquad a = 2 \text{ m/s}^2$$

45 Dos tractores que están paralelos a las orillas de un canal, tiran de un bote de 200 kg mediante cables que forman un ángulo de 90º entre sí. Los valores de las fuerzas aplicadas sobre el bote son 3 000 N y 2 500 N. Calcula las coordenadas cartesianas de la aceleración del bote, su módulo y su dirección.



Si tomamos como ejes las direcciones de las fuerzas, la fuerza total sería:

$$\mathbf{F}_T = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = (3\,000,\ 0) + (0,\ 2\,500) = (3\,000,\ 2\,500)\ \text{N}$$

Para calcular la aceleración:

$$\mathbf{F}_T = m \cdot \mathbf{a} \quad \rightarrow \quad \mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}_T}{m} = (15,\ 12{,}5)\ \text{m/s}^2$$

El módulo sería:

$$a = \sqrt{15^2 + 12{,}5^2} = 19{,}5\ \text{m/s}^2$$

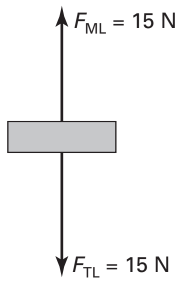
La dirección respecto de $\mathbf{F}_1$ se obtiene a partir de la tangente:

$$\tan \alpha = \frac{12{,}5}{15} = 0{,}83 \quad \rightarrow \quad \alpha = 39{,}8°$$

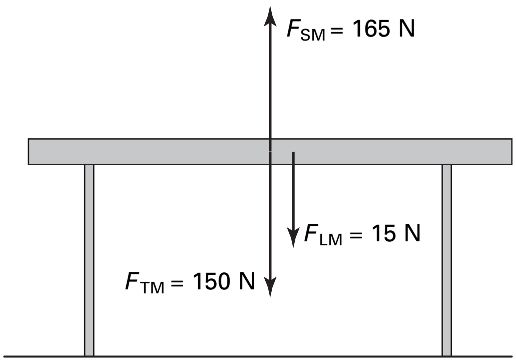
46 Estudia el equilibrio de fuerzas aplicadas sobre un libro de 15 N de peso que está encima de una mesa de 150 N. Indica por separado las fuerzas aplicadas sobre el libro y sobre la mesa. ¿Qué ejerce cada fuerza? ¿Sobre qué se aplica?

Sobre el libro están:

- La fuerza que la Tierra ejerce sobre el libro, F_{TL} = 15 N, en la dirección del radio terrestre y sentido hacia el centro de la Tierra.
- La fuerza que la mesa ejerce sobre el libro, F_{ML} = 15 N, perpendicular a la mesa y hacia arriba.



Sobre la mesa se aplican:

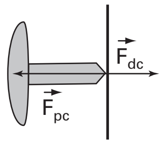


- La fuerza que la Tierra ejerce sobre la mesa, F_{TM} = 150 N, en la dirección del radio terrestre y sentido hacia el centro de la Tierra.
- La fuerza que el libro ejerce sobre la mesa, F_{LM} = 15 N, perpendicular a la mesa y hacia abajo.
- La fuerza que el suelo ejerce sobre la mesa con el libro, F_{SM} = 165 N, perpendicular al suelo y hacia arriba.

47 Si a toda acción se opone otra de sentido contrario y de igual intensidad, ¿cómo se produce el movimiento?

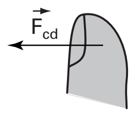
La razón está en que la acción y la reacción se aplican en cuerpos diferentes, de forma que sobre un cuerpo no se anulan nunca.

48 Estudia las fuerzas aplicadas sobre una chincheta cuando la clavas con el dedo en una pared. Indica por separado las fuerzas aplicadas sobre la pared, la chincheta y el dedo. ¿Por qué penetra la chincheta en la pared?



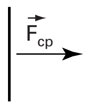
Las fuerzas sobre la chincheta son:

- La que ejerce el dedo sobre ella, $\mathbf{F}_{dc}$.
- La fuerza de resistencia que ejerce la pared sobre ella, $\mathbf{F}_{pc}$.



Sobre el dedo la reacción será la fuerza que la chincheta ejerce sobre él, $\mathbf{F}_{cd} = -\mathbf{F}_{dc}$. Esta fuerza la debe compensar los apoyos que tiene la persona que está intentando clavar la chincheta.

Sobre la pared la reacción será la fuerza que la chincheta ejerce sobre ella, $\mathbf{F}_{cp} = -\mathbf{F}_{pc}$. Esta fuerza la debe compensar los anclajes de la pared a los muros.



Para que la chincheta entre en la pared se debe cumplir la siguiente condición entre los módulos de estas fuerzas

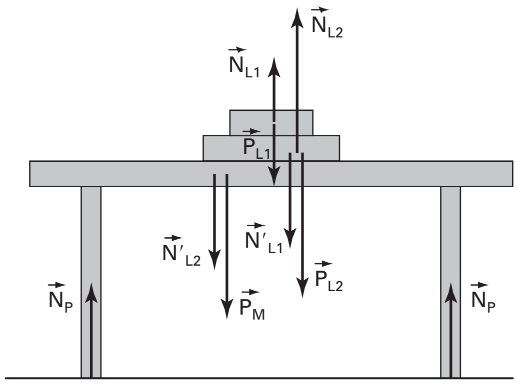
$$F_{dc} > F_{pc}$$

49 Tenemos dos libros colocados uno encima del otro, de masas $m_1 = 0{,}5$ kg y $m_2 = 1{,}5$ kg, ambos sobre una mesa de masa $M = 20$ kg.

a) Dibuja, indicando quién la ejerce, cada una de las fuerzas que actúan sobre la mesa y los libros.

b) Calcula cada una de las fuerzas y comprueba que el sistema se encuentra en equilibrio. (Dato: $g = 10$ m/s^2.)

a) Aplicando el tercer principio de Newton cada pareja de cuerpos interacciona ejerciéndose fuerzas iguales y de sentidos contrarios.



Las fuerzas sobre el libro 1 serán:

- El peso $\mathbf{P}_{L1}$ que ejerce sobre él la Tierra.
- La normal que ejerce el libro de apoyo, $\mathbf{N}_{L1}$.

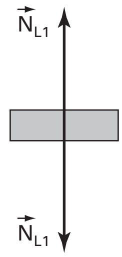
Sobre el libro 2:

- El peso $\mathbf{P}_{L2}$ que ejerce sobre él la Tierra.
- La reacción de $\mathbf{N}_{L1}$, ejercida por el libro L_1.
- La normal que ejerce la mesa de apoyo, $\mathbf{N}_{L2}$.

Sobre la mesa:

- El peso de la mesa $\mathbf{P}_M$ ejercido por la Tierra.
- Las reacciones del suelo sobre cada una de las cuatro patas de la mesa $\mathbf{N}_M = 4\ \mathbf{N}_P$.
- La reacción de $\mathbf{N}_{L2}$, ejercida por el libro L_2.

b) Las fuerzas sobre el libro 1 serán:

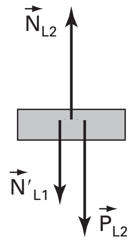


- El peso: $\mathbf{P}_{L1} = m_1 \cdot \mathbf{g} = 0{,}5 \cdot (0, -10) = (0, -5)$ N.
- La normal que sujeta al libro 1, será igual y de sentido contrario: $\mathbf{N}_{L1} = (0{,}5)$ N.

De forma que sobre el libro 1 la suma de fuerzas es cero:

$$\mathbf{P}_{L1} + \mathbf{N}_{L1} = 0$$

Sobre el libro 2:

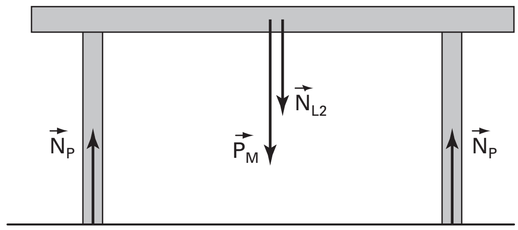


- El peso: $\mathbf{P}_{L2} = m_2 \cdot \mathbf{g} = 1{,}5 \cdot (0, -10) = (0, -15)$ N.
- La reacción de $\mathbf{N}'_{L1}$, ejercida por el libro L_1, en la misma dirección y sentido contrario que $\mathbf{N}_{L1}$: $\mathbf{N}'_{L1} = (0, -5)$ N.
- La normal que ejerce la superficie de apoyo y que sujeta ambos libros: $\mathbf{N}_{L2} = (0, 20)$ N.

De forma que sobre el libro 2 la suma de fuerzas es cero:

$$\mathbf{P}_{L2} + \mathbf{N}'_{L1} + \mathbf{N}_{L2} = 0$$

Sobre la mesa:



- El peso de la mesa: $\mathbf{P}_M = M \cdot \mathbf{g} = 20 \cdot (0, -10) = (0, -200)$ N.
- Las reacciones del suelo que sujetan la mesa y los libros: $\mathbf{N}_M = (0, 4 \cdot N_P) = (0, 220)$ N.
- La reacción de $\mathbf{N}_{L2}$, ejercida por el libro L_2, en la misma dirección y sentido contrario a $\mathbf{N}_{L2}$: $\mathbf{N}'_{L2} = (0, -20)$ N.

De forma que sobre la mesa la suma de fuerzas es cero:

$$\mathbf{P}_M + \mathbf{N}_M + \mathbf{N}'_{L2} = 0$$

50 Demuestra que el impulso mecánico posee la misma ecuación de dimensiones que el momento lineal.

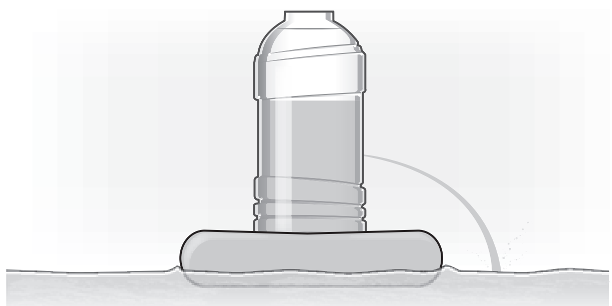
El impulso mecánico, **I**, se define como el producto de las fuerzas aplicadas por el intervalo de tiempo durante el cual se aplican.

$$\mathbf{I} = \mathbf{F} \cdot \Delta t$$

La ecuación de dimensiones del momento lineal es: $[p] = M \cdot L \cdot T^{-1}$.

Y la del impulso mecánico: $[I] = [F] \cdot T = M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot T = M \cdot L \cdot T^{-1} = [p]$.

51 Estás en una piscina. Sobre un flotador colocas una garrafa de plástico llena de agua. Después haces un agujero en la garrafa, por el cual empieza a salir agua. El flotador y la garrafa se ponen en movimiento. ¿Hacia dónde? ¿Por qué?



El momento lineal del sistema se conserva, en consecuencia, la garrafa se pondrá en movimiento hacia la izquierda.

En efecto si tomamos sentido positivo el de la salida del agua, el momento lineal del sistema en el momento inicial será cero:

$$\mathbf{p}_i = 0$$

Al salir el agua el momento lineal del sistema será:

$$\mathbf{p}_f = m_g \cdot \mathbf{v}_g + m_a \cdot \mathbf{v}_a$$

Como esta magnitud se conserva:

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_f \quad \rightarrow \quad 0 = m_g \cdot \mathbf{v}_g + m_a \cdot \mathbf{v}_a \quad \rightarrow \quad \mathbf{v}_g = \frac{-m_a \cdot \mathbf{v}_a}{m_g}$$

52 La ecuación del movimiento de un cuerpo de 2 kg, expresada en unidades internacionales, es: $x = 3\ t + 2\ t^2$. Calcula:

a) El momento lineal en los instantes $t_1 = 3$ s y $t_2 = 5$ s.

b) La fuerza neta que actúa sobre él en ese intervalo de tiempo.

a) La ecuación corresponde a un MRUA, donde $v_0 = 3$ m/s y $a = 4$ m/s^2. Por tanto, la ecuación de la velocidad será:

$$v = 3 + 4\ t$$

La velocidad en los instantes $t_1 = 3$ s y $t_2 = 5$ s, serán:

$$v_1 = 3 + 4 \cdot 3 = 15 \text{ m/s}; \qquad v_2 = 3 + 4 \cdot\ 5 = 23 \text{ m/s}$$

Los momentos lineales serán respectivamente:

$$p_1 = m \cdot v_1 = 2 \cdot 15 = 30 \text{ kg m/s}; \qquad p_2 = m \cdot v_2 = 2 \cdot 23 = 46 \text{ kg m/s}$$

b) La fuerza es:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_2 - p_1}{t_2 - t_2} = \frac{46 - 30}{5 - 3} = 8 \text{ N}$$

53 Miguel se encuentra en un lago helado y realiza 20 disparos en 4 s con un fusil de fogueo. Si Miguel con su equipo tiene una masa de 80 kg y cada proyectil tiene una masa de 40 g, calcula, sabiendo que la velocidad de los proyectiles es de 400 m/s:

a) El impulso experimentado por Miguel.

b) La velocidad con que es impulsado.

c) La fuerza media.

a) y **b)** En los ejercicios de disparos por armas de fuego el momento lineal del sistema se conserva ya que las fuerzas que actúan son internas al sistema.

En el estado inicial tanto Miguel como los proyectiles están en reposo, por tanto el momento lineal del sistema será:

$$\mathbf{p}_i = 0\ \mathbf{i}$$

Después del disparo hay dos cuerpos en movimiento, sus momentos lineales serán:

$$\mathbf{p}_p = 20\ m_p \cdot v_p\ \mathbf{i}$$
$$\mathbf{p}_{Mig} = -m_{Mig} \cdot v_{Mig}\ \mathbf{i}$$

El momento lineal del sistema será:

$$\mathbf{p}_f = (20\ m_p \cdot v_p - m_{Mig} \cdot v_{Mig})\ \mathbf{i}$$

El momento lineal del sistema se conserva:

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_f \quad \rightarrow \quad 0 = 20\ m_p \cdot v_p - m_{Mig} \cdot v_{Mig}$$

Despejando la velocidad de retroceso de Miguel:

$$v_{Mig} = \frac{20\ m_p \cdot v_p}{m_{Mig}}$$

La masa de Miguel con su equipo después de haber disparado 20 proyectiles de 0,04 kg cada uno será:

$$m_{\text{Mig}} = 80 - 20 \cdot 0{,}04 = 79{,}2 \text{ kg}$$

$$v_{\text{Mig}} = \frac{20 \cdot 0{,}04 \cdot 400}{79{,}2} = 4{,}04 \text{ m/s}$$

El impulso tiene que ser igual a la variación del momento lineal de Miguel:

$$\mathbf{I} = \Delta\mathbf{p}_{\text{Mig}} = -m_{\text{Mig}} \cdot v_{\text{Mig}}\,\mathbf{i} - 0\,\mathbf{i} = -79{,}2 \cdot 4{,}04\,\mathbf{i} = -320\,\mathbf{i} \text{ N s}; \quad I = -320 \text{ N s}$$

c) La fuerza media se puede calcular a partir del teorema del impulso mecánico:

$$\mathbf{F} \cdot \Delta t = \Delta\mathbf{p}_{\text{Mig}} \quad \rightarrow \quad \mathbf{F} = \frac{\Delta\mathbf{p}_{\text{Mig}}}{\Delta t}$$

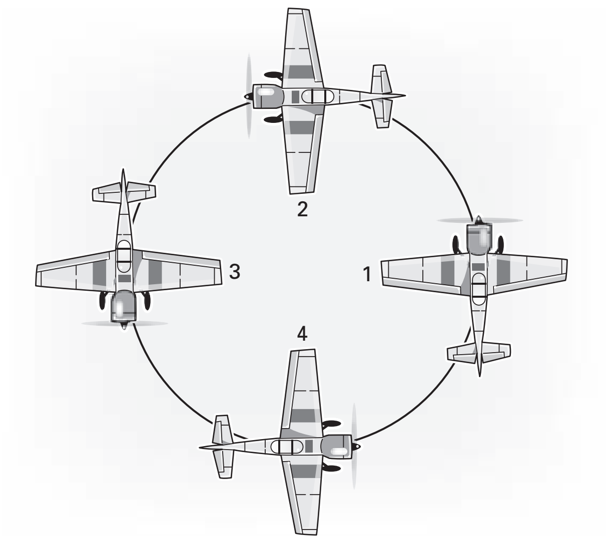
Sustituyendo valores:

$$\mathbf{F} = \frac{-320\,\mathbf{i}}{4} = -80\,\mathbf{i} \text{ N}; \quad F = -80 \text{ N}$$

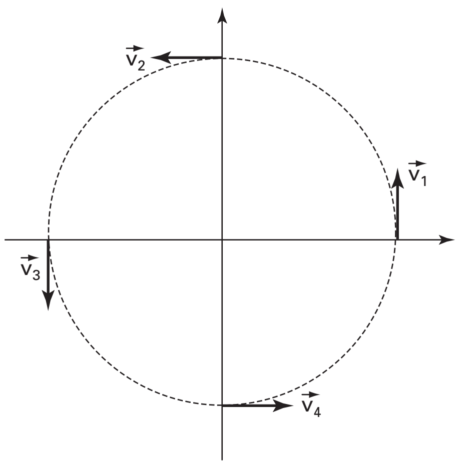
54 Un avión de aeromodelismo de 10 kg sigue un movimiento circular uniforme con una velocidad lineal constante de 5 m/s.

a) Calcula el vector momento lineal **p** del cuerpo cuando se encuentra en las posiciones de la figura.

b) Halla y dibuja las variaciones del momento lineal Δ**p** entre la posición inicial y las otras tres posiciones.



a) En el sistema de la figura tenemos:



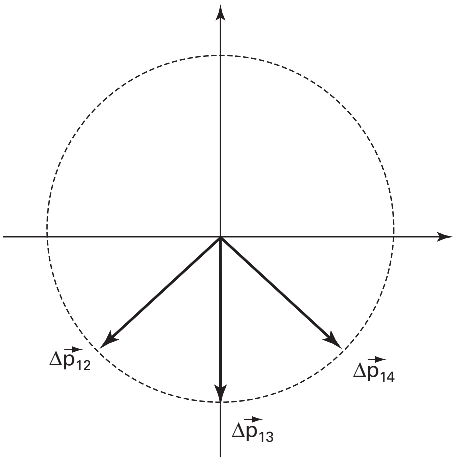
$$\mathbf{p}_1 = m \cdot \mathbf{v}_1 = 10 \cdot 5\,\mathbf{j} = 50\,\mathbf{j} \text{ kg m/s}$$

$$\mathbf{p}_2 = m \cdot \mathbf{v}_2 = 10 \cdot (-5\,\mathbf{i}) = -50\,\mathbf{i} \text{ kg m/s}$$

$$\mathbf{p}_3 = m \cdot \mathbf{v}_3 = 10 \cdot (-5\,\mathbf{j}) = -50\,\mathbf{j} \text{ kg m/s}$$

$$\mathbf{p}_4 = m \cdot \mathbf{v}_4 = 10 \cdot 5\,\mathbf{i} = 50\,\mathbf{i} \text{ kg m/s}$$

b) Las variaciones del momento lineal son:



$\Delta\mathbf{p}_{12} = \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1 = -50\ \mathbf{i} - 50\ \mathbf{j}$ kg m/s

$\Delta\mathbf{p}_{13} = \mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_1 = -50\ \mathbf{j} - 50\ \mathbf{j} = -100\ \mathbf{j}$ kg m/s

$\Delta\mathbf{p}_{14} = \mathbf{p}_4 - \mathbf{p}_1 = 50\ \mathbf{i} - 50\ \mathbf{j}$ kg m/s

55 Un cuerpo de 1 kg cae desde 10 m de altura sin velocidad inicial. ¿Ha variado su momento lineal en el momento que toca en el suelo? ¿En cuánto?

El momento lineal inicial, si parte con velocidad inicial cero, sería: $p_i = m \cdot v_0 = 0$ kg m/s.
Al llegar al suelo, lleva una velocidad:

$$v = \sqrt{2\ g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 10} = 14 \text{ m/s}$$

Por tanto, el momento lineal en este instante sería:

$$p_f = m \cdot v = 2 \cdot 14 = 28 \text{ kg m/s}$$

La variación del momento lineal es:

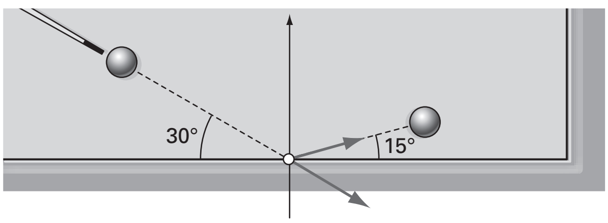
$$\Delta p = p_f - p_i = 28 - 0 = 28 \text{ kg m/s}$$

56 En una mesa de billar, una de las bolas, de 0,2 kg, se impulsa hacia la banda con una velocidad de 0,70 m/s, formando un ángulo de 30º con la banda. Rebota, saliendo con un ángulo de 15º y con velocidad de 0,20 m/s. Halla:

a) Los momentos lineales de la bola antes y después del choque.

b) La variación del momento lineal de la bola.

c) La fuerza media durante el choque con la banda si la interacción duró 0,13 s.



a) Antes de chocar con la banda, el momento lineal de la bola será:

$$\mathbf{p}_i = m \cdot \mathbf{v}_i$$

El vector velocidad en el sistema de referencia indicado en la figura será:

$$\mathbf{v}_i = v_i \cdot \cos 30°\ \mathbf{i} - v_i \cdot \sin 30°\ \mathbf{j}$$

Por tanto, el momento lineal inicial será:

$$\mathbf{p}_i = m \cdot v_i \cdot \cos 30°\ \mathbf{i} - m \cdot v_i \cdot \sin 30°\ \mathbf{j}$$

Sustituyendo los datos:

$$\mathbf{p}_i = 0{,}20 \cdot 0{,}70 \cdot \cos 30°\ \mathbf{i} - 0{,}20 \cdot 0{,}70 \cdot \sin 30°\ \mathbf{j} \quad \rightarrow \quad \mathbf{p}_i = 0{,}12\ \mathbf{i} - 0{,}07\ \mathbf{j} \text{ kg m/s}$$

El módulo es:

$$p_i = \sqrt{(0{,}12)^2 + (-0{,}07)^2} = 0{,}14 \text{ kg m/s}$$

Después del choque con la banda, el momento lineal de la bola será:

$$\mathbf{p}_f = m \cdot \mathbf{v}_f$$

El vector velocidad en el mismo sistema de referencia será:

$$\mathbf{v}_f = v_f \cdot \cos 15° \, \mathbf{i} + v_f \cdot \sin 15° \, \mathbf{j}$$

Por tanto el momento lineal final será:

$$\mathbf{p}_f = m \cdot v_f \cdot \cos 15° \, \mathbf{i} + m \cdot v_f \cdot \sin 15° \, \mathbf{j}$$

Sustituyendo los datos:

$$\mathbf{p}_f = 0{,}2 \cdot 0{,}20 \cdot \cos 15° \, \mathbf{i} + 0{,}2 \cdot 0{,}20 \cdot \sin 15° \, \mathbf{j}$$
$$\mathbf{p}_f = 0{,}04 \, \mathbf{i} + 0{,}01 \, \mathbf{j} \text{ kg m/s}$$

El módulo será:

$$p_f = \sqrt{(0{,}04)^2 + (0{,}01)^2} = 0{,}04 \text{ kg m/s}$$

b) La variación del momento lineal será:

$$\Delta\mathbf{p} = \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i$$

Sustituyendo, obtenemos:

$$\Delta\mathbf{p} = (0{,}04 - 0{,}12) \, \mathbf{i} + (0{,}01 + 0{,}07) \, \mathbf{j} = -0{,}08 \, \mathbf{i} + 0{,}08 \, \mathbf{j} \text{ kg m/s}$$

Su módulo será:

$$\Delta p = \sqrt{(-0{,}08)^2 + (-0{,}08)^2} = 0{,}11 \text{ kg m/s}$$

c) La fuerza media durante la interacción se puede obtener utilizando el teorema del impulso mecánico:

$$\mathbf{F} \cdot \Delta t = \Delta\mathbf{p} \quad \rightarrow \quad \mathbf{F} = \frac{\Delta\mathbf{p}}{\Delta t} = -\frac{0{,}08}{0{,}13} \, \mathbf{i} + \frac{0{,}08}{0{,}13} \, \mathbf{j} \quad \rightarrow \quad \mathbf{F} = -0{,}62 \, \mathbf{i} + 0{,}62 \, \mathbf{j} \text{ N}$$

Cuyo módulo será:

$$F = \sqrt{(-0{,}62)^2 + (0{,}62)^2} = 0{,}88 \text{ N}$$

57 Una pelota de 100 g choca perpendicularmente contra un frontón cuando su velocidad es de 30 m/s, rebotando con la misma velocidad en un tiempo de 0,02 s. Calcula:

a) La variación del momento lineal.

b) La fuerza media de la pelota contra el frontón.

a) El momento lineal inicial, si parte con velocidad inicial cero sería:

$$\mathbf{p}_i = -m \cdot v_0 \, \mathbf{i} = -0{,}1 \cdot 30 \, \mathbf{i} = -3 \, \mathbf{i} \text{ kg m/s}$$

Después del choque el momento lineal sería:

$$\mathbf{p}_f = m \cdot v \, \mathbf{i} = 0{,}1 \cdot 30 \, \mathbf{i} = 3 \, \mathbf{i} \text{ kg m/s}$$

La variación del momento lineal es:

$$\Delta\mathbf{p} = \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i = 3 \, \mathbf{i} - (-3 \, \mathbf{i}) = 6 \, \mathbf{i} \text{ kg m/s}$$

b) La fuerza media se puede calcular *a* partir del teorema del impulso mecánico:

$$\mathbf{F} \cdot \Delta t = \Delta\mathbf{p} \quad \rightarrow \quad \mathbf{F} = \frac{\Delta\mathbf{p}}{\Delta t} = \frac{6 \, \mathbf{i}}{0{,}02} = 300 \, \mathbf{i} \text{ N}$$

58 Hay futbolistas que son capaces de impulsar el balón parado hasta alcanzar la velocidad de 120 km/h. Si el balón de fútbol tiene una masa de 360 g y la patada tiene una duración de $6 \cdot 10^{-3}$ s, calcula la variación del momento lineal del balón y la fuerza media durante la patada.

La velocidad expresada en m/s será:

$$v = 120 \text{ km/h} = 120 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 33{,}33 \text{ m/s}$$

El momento lineal inicial, si el balón está parado, sería: $p_i = m \cdot v_0 = 0$ kg m/s.

Después de la patada, el momento lineal es:

$$p_f = m \cdot v = 0{,}36 \cdot 33{,}33 = 12 \text{ kg m/s}$$

La variación del momento lineal es:

$$\Delta p = p_f - p_i = 12 - 0 = 12 \text{ kg m/s}$$

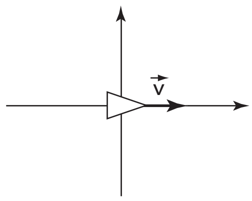
La fuerza media se puede calcular *a* partir del teorema del impulso mecánico:

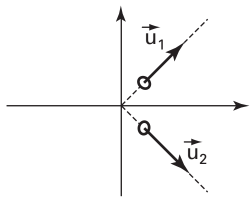
$$F \cdot \Delta t = \Delta p \quad \rightarrow \quad F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{12}{6 \cdot 10^{-3}} = 2\,000 \text{ N}$$

59 Un cohete que se desplaza en línea recta y con una velocidad uniforme de 2 000 km/h, sufre una explosión, dividiéndose en dos partes. Una de ellas, de 2/5 de la masa total, se mueve formando un ángulo de 30º por encima de la horizontal y con una velocidad de 1 000 km/h. Calcula la velocidad y la dirección del segundo fragmento.

El cohete antes de la explosión, se puede considerar como una sola partícula con velocidad **v** y masa *m*, después de la explosión se divide en dos pedazos de masas $m_1 = \frac{2}{5} \cdot m$ y $m_2 = \frac{3}{5} \cdot m$, que se mueven con velocidades $\mathbf{u_1}$ y $\mathbf{u_2}$.

Las fuerzas que producen la explosión del cohete son internas al sistema, por tanto, el momento lineal se conserva:





El momento lineal inicial del sistema es:

$$\mathbf{p}_i = m \cdot \mathbf{v}$$

El momento lineal final del sistema será la suma de los momentos lineales de las dos partes que salen de la explosión:

$$\mathbf{p}_f = \frac{2}{5}\, m \cdot \mathbf{u_1} + \frac{3}{5}\, m \cdot \mathbf{u_2}$$

Aplicando la conservación del momento lineal del sistema:

$$m \cdot \mathbf{v} = \frac{2}{5}\, m \cdot \mathbf{u_1} + \frac{3}{5}\, m \cdot \mathbf{u_2}$$

De esta ecuación vectorial se obtienen las ecuaciones sobre los ejes:

$$\mathbf{v} = (v, 0)$$

$$\mathbf{u_1} = (u_1 \cdot \cos 30°, u_1 \cdot \sin 30°); \quad \mathbf{u_2} = (u_2 \cdot \cos \alpha, -u_2 \cdot \sin \alpha)$$

Sobre el eje *x*:

$$m \cdot v = \frac{2}{5}\, m \cdot u_1 \cdot \cos 30° + \frac{3}{5}\, m \cdot u_2 \cdot \cos \alpha$$

Sobre el eje y:

$$0 = \frac{2}{5} m \cdot u_1 \cdot \sin 30° - \frac{3}{5} m \cdot u_2 \cdot \sin \alpha$$

Simplificando y sustituyendo los datos obtenemos el sistema de ecuaciones:

$$10\,000 = 1\,000 \cdot \sqrt{3} + 3\,u_2 \cdot \cos \alpha$$
$$0 = 1\,000 - 3\,u_2 \cdot \sin \alpha$$

Despejando los términos en los que están las razones trigonométricas y dividiendo la ecuación del seno entre la del coseno obtenemos:

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 0{,}12 \quad \rightarrow \quad \alpha = 6{,}9°$$

Con ese valor, la velocidad se obtiene de cualquiera de las dos ecuaciones:

$$u_2 = 2\,775 \text{ km/h}$$

60 A un coche de juguete de 500 g de masa que se mueve con una velocidad de 0,5 m/s, se le impulsa en el sentido del movimiento durante 3 segundos aplicándole una fuerza constante de 3 N. Calcula:

a) El impulso comunicado.

b) La variación de su momento lineal.

c) La nueva velocidad del coche.

a) El impulso es:

$$I = F \cdot \Delta t = 3 \cdot 3 = 9 \text{ N s}$$

b) El impulso es igual a la variación de la cantidad de movimiento, por tanto:

$$\Delta p = 9 \text{ kg m/s}$$

c) La nueva velocidad del coche será:

$$\Delta p = m \cdot v_f - m \cdot v_i \quad \rightarrow \quad v_f = \frac{\Delta p + m \cdot v_i}{m} = \frac{9 + 0{,}5 \cdot 0{,}5}{0{,}5} = 18{,}5 \text{ m/s}$$

61 Lanzamos una pelota de 300 g de masa, de forma que describe un movimiento parabólico cuya ecuación, expresada en unidades internacionales, es:

$$\mathbf{r} = 17{,}32\,t\,\mathbf{i} + (0{,}5 + 10\,t - 4{,}905\,t^2)\,\mathbf{j}$$

Calcula:

a) El momento lineal de la pelota en los instantes $t_1 = 0{,}5$ s y $t_2 = 1{,}5$ s.

b) La fuerza neta que actúa sobre él en ese intervalo de tiempo.

a) La ecuación de la velocidad de este movimiento sería:

$$\mathbf{v} = 17{,}32\,\mathbf{i} + (10 - 9{,}81\,t)\,\mathbf{j}$$

Las velocidades en los instantes indicados serán:

$$\mathbf{v}_1 = 17{,}32\,\mathbf{i} + (10 - 9{,}81 \cdot 0{,}5)\,\mathbf{j} = 17{,}32\,\mathbf{i} + 5{,}10\,\mathbf{j} \text{ m/s}$$
$$\mathbf{v}_2 = 17{,}32\,\mathbf{i} + (10 - 9{,}81 \cdot 1{,}5)\,\mathbf{j} = 17{,}32\,\mathbf{i} - 4{,}72\,\mathbf{j} \text{ m/s}$$

En consecuencia los momentos lineales serán:

$$\mathbf{p}_1 = m \cdot \mathbf{v}_1 = 0{,}3 \cdot (17{,}32\,\mathbf{i} + 5{,}10\,\mathbf{j}) = 5{,}20\,\mathbf{i} + 1{,}53\,\mathbf{j}$$
$$\mathbf{p}_2 = m \cdot \mathbf{v}_2 = 0{,}3 \cdot (17{,}32\,\mathbf{i} - 4{,}72\,\mathbf{j}) = 5{,}20\,\mathbf{i} - 1{,}42\,\mathbf{j}$$

b) La fuerza neta será:

$$\mathbf{F} = \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1}{t_2 - t_2} = \frac{(5{,}20\,\mathbf{i} - 1{,}42\,\mathbf{j}) - (5{,}20\,\mathbf{i} + 1{,}53\,\mathbf{j})}{1{,}5 - 0{,}5} = -2{,}95\,\mathbf{j} \text{ N}$$

Que coincide con el peso de la pelota.

62 Una patinadora de 60 kg se desliza en una pista de hielo a 5 m/s y coge en brazos por detrás a su hijo de 20 kg, que se desliza en la misma dirección y sentido que ella a 3 m/s. ¿Con qué velocidad se mueven los patinadores mientras deslizan juntos y en qué sentido?

La situación inicial es la siguiente: dos patinadores se mueven en la misma dirección y sentido. Tomando la dirección del movimiento como eje de abscisas. El momento inicial del sistema será:

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = m_1 \cdot v_1\,\mathbf{i} + m_2 \cdot v_2\,\mathbf{i}$$

Por tanto:

$$\mathbf{p}_i = (m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2)\,\mathbf{i}$$

Después que la patinadora coge a su hijo, estado final, los dos se mueven agarrados y viajan como un solo cuerpo de masa la suma de las masas, en la misma dirección y sentido.

El momento lineal del sistema en este momento será:

$$\mathbf{p}_f = (m_1 + m_2) \cdot u\,\mathbf{i}$$

Como el momento lineal se conserva:

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_f$$

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot u$$

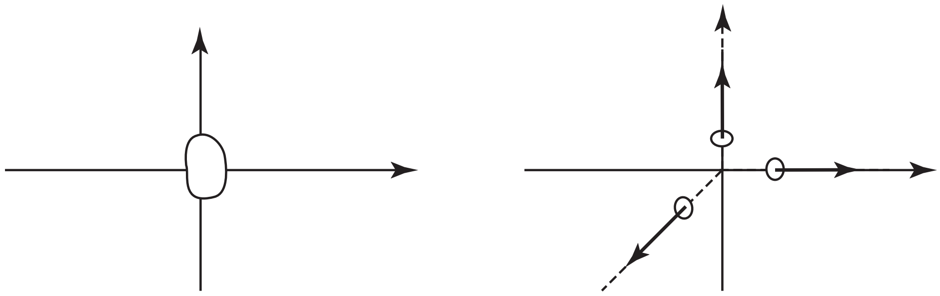
despejando la velocidad en el estado final, u:

$$u = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} = \frac{60 \cdot 5 - 20 \cdot 3}{60 + 20} = 3 \text{ m/s}$$

63 Al dinamitar una roca, esta sale despedida en tres fragmentos, dos de los cuales, de masas $m_1 = 15$ kg y $m_2 = 10$ kg, salen en ángulo recto con velocidades de $v_1 = 10$ m/s y $v_2 = 20$ m/s respectivamente. El resto sale despedido con una velocidad de $v_3 = 50$ m/s. Determina la dirección y la masa del tercer fragmento.

La roca que en el momento inicial, se puede considerar como una sola partícula en reposo y de masa M, después de la explosión se divide en tres pedazos de forma que en el estado final, el sistema consta de tres partículas de masas m_1, m_2 y m_3 que se mueven con velocidades $\mathbf{u}_1$, $\mathbf{u}_2$ y $\mathbf{u}_3$.

Las fuerzas que parten la roca en tres pedazos son internas al sistema por tanto el momento lineal se conserva:



El momento lineal inicial del sistema es cero ya que la roca está inicialmente en reposo:

$$\mathbf{p}_i = 0$$

El momento lineal final del sistema será la suma de los momentos lineales de las tres partículas que salen de la explosión:

$$\mathbf{p}_f = m_1 \cdot \mathbf{u}_1 + m_2 \cdot \mathbf{u}_2 + m_3 \cdot \mathbf{u}_3$$

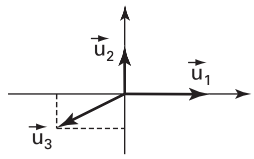
Aplicando la conservación de esta magnitud:

$$0 = m_1 \cdot \mathbf{u}_1 + m_2 \cdot \mathbf{u}_2 + m_3 \cdot \mathbf{u}_3$$

De esta ecuación vectorial se obtienen las ecuaciones sobre los ejes:

$$\mathbf{u}_1 = (u_1, 0); \quad \mathbf{u}_2 = (0, u_2); \quad \mathbf{u}_3 = (-u_3 \cdot \cos\alpha, -u_3 \cdot \sin\alpha)$$

Sobre el eje x:



$$0 = m_1 \cdot u_1 - m_3 \cdot u_3 \cdot \cos\alpha$$

Sobre el eje y:

$$0 = m_2 \cdot u_2 - m_3 \cdot u_3 \cdot \sin\alpha$$

Sustituyendo los datos obtenemos el sistema de ecuaciones:

$$0 = 150 - m_3 \cdot 50 \cdot \cos\alpha$$
$$0 = 200 - m_3 \cdot 50 \cdot \sin\alpha$$

Para resolverlo hay que despejar los términos en los que están las razones trigonométricas y dividir la ecuación del seno entre la del coseno para obtener la tangente:

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{4}{3} \quad \rightarrow \quad \alpha = 53{,}1°$$

Con ese valor la masa se obtiene de cualquiera de las dos ecuaciones:

$$m_3 = 5 \text{ kg}$$

64 Damos una patada a un balón parado con una fuerza media de 500 N. El balón, después de recibir el golpe, sale lanzado con un ángulo de 45º con la horizontal y vuelve a tocar tierra, después de 20 s, a la distancia de 40 m. Calcula el tiempo que dura el golpe dado al balón, cuya masa es de 0,42 kg. Desprecia el rozamiento del aire.

El balón sale del pie del futbolista con una velocidad $\mathbf{v}_0$ que necesitamos conocer para poder calcular, a partir de la aplicación del teorema del impulso mecánico, el tiempo que dura el golpe.

Por consiguiente, lo primero que se plantea es una cuestión puramente cinemática. Si el balón cae a 40 m del lugar del lanzamiento, siguiendo un movimiento parabólico, con qué velocidad debe salir.

La componente del vector velocidad inicial sobre el eje de las x es:

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha$$

por tanto, la ecuación de la posición del balón en este eje sobre el que describe un movimiento rectilíneo y uniforme es:

$$x = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t$$

despejando el valor de la velocidad inicial:

$$v_0 = \frac{x}{t \cdot \cos\alpha}$$

y sustituyendo los datos obtenemos:

$$v_0 = 2{,}83 \text{ m/s}$$

Con este valor de la velocidad la variación del momento lineal del balón, teniendo en cuenta que inicialmente estaba en reposo será:

$$\Delta p = m \cdot v_0 - 0 = 1{,}19 \text{ kg m/s}$$

utilizando el teorema del momento lineal obtenemos el tiempo que dura el golpe al balón:

$$F \cdot \Delta t = \Delta p \quad \rightarrow \quad \Delta t = 0{,}002 \text{ s}$$

65 Durante 0,5 s se golpea horizontalmente un balón de 350 g de masa, que se encuentra en reposo, comunicándole una velocidad horizontal de 6 m/s.

a) ¿Cuál es el momento lineal de la pelota antes y después de la patada?

b) ¿Cuál es el impulso sobre la pelota?

a) Antes de producirse la patada la pelota está en reposo, por tanto, el momento lineal inicial será:

$$p_i = m \cdot v_i = 0{,}35 \cdot 0 = 0 \text{ kg m/s}$$

Después de la patada la pelota sale con velocidad $v_f = 6$ m/s, de forma que su momento lineal será:

$$p_f = m \cdot v_f = 0{,}35 \cdot 6 = 2{,}10 \text{ kg m/s}$$

b) El impulso sobre la pelota será:

$$I = \Delta p = 2{,}10 - 0 = 2{,}10 \text{ kg m/s}$$

66 Un patinador de 70 kg se desliza en la pista de hielo a 4 m/s cuando un niño de 40 kg choca frontalmente y se agarra a él para no caerse. Si la velocidad del niño al entrar en contacto era de 3 m/s ¿con qué velocidad se mueven los patinadores mientras deslizan juntos y en qué sentido?

La situación inicial es la siguiente: dos patinadores se mueven en la misma dirección y sentidos contrarios. Tomando la dirección del movimiento como el eje de abscisas. El momento inicial del sistema será:

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = m_1 \cdot v_1 \, \mathbf{i} + (-m_2 \cdot v_2)\, \mathbf{i}$$

Por tanto:

$$\mathbf{p}_i = (m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2)\, \mathbf{i}$$

Después del choque, estado final, los dos patinadores se mueven agarrados y viajan como un solo cuerpo de masa la suma de las masas, en la misma dirección.

El momento lineal del sistema ahora será:

$$\mathbf{p}_f = (m_1 + m_2) \cdot u \, \mathbf{i}$$

Como el momento lineal se conserva:

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_f$$

$$m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot u$$

Despejando la velocidad después del choque, u:

$$u = \frac{m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} = \frac{70 \cdot 4 - 40 \cdot 3}{70 + 40} = 1{,}45 \text{ m/s}$$

67 Un automóvil de 1 200 kg arranca y en 30 s alcanza la velocidad de 108 km/h ¿Cuál es la fuerza media que ha impulsado al vehículo? ¿Cuál es el momento lineal final?

La velocidad expresada en m/s será:

$$v = 108 \text{ km/h} = 108 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 30 \text{ m/s}$$

El momento lineal inicial, si el automóvil está parado, sería:

$$p_i = m \cdot v_0 = 0 \text{ kg m/s}$$

A los 20 s, el momento lineal es:

$$p_f = m \cdot v = 1\,200 \cdot 30 = 36\,000 \text{ kg m/s}$$

La variación del momento lineal es:

$$\Delta p = p_f - p_i = 36\,000 - 0 = 36\,000 \text{ kg m/s}$$

La fuerza media se puede calcular a partir del teorema del impulso mecánico:

$$F \cdot \Delta t = \Delta p \quad \rightarrow \quad F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{36\,000}{30} = 1\,200 \text{ N}$$

13 Aplicaciones de los principios de la dinámica

1 Cuando sobre la superficie de una carretera asfaltada hay agua o hielo es más peligroso circular. ¿Por qué?

El agua o el hielo forman entre la superficie del pavimento y los neumáticos del vehículo una especie de película extremadamente deslizante de forma que el coeficiente de rozamiento se reduce de forma drástica, en consecuencia las ruedas no se «agarran» correctamente al asfalto. El movimiento de rotación de los neumáticos no lleva consigo una fuerza de rozamiento que lo permita girar o frenar correctamente.

2 El coeficiente de rozamiento de una carretera horizontal y de otra inclinada es el mismo, sin embargo, el rozamiento no. ¿Por qué?

El coeficiente de rozamiento depende fundamentalmente de la naturaleza y del estado de las superficies puestas en contacto, por tanto, será independiente de si la carretera es horizontal o inclinada.

La fuerza de rozamiento es proporcional a la normal. Si la carretera es horizontal la normal tiene el mismo valor que el peso del cuerpo, mientras que si la carretera está inclinada, la normal es menor que el peso del cuerpo y, en consecuencia, la fuerza de rozamiento será menor.

3 La fuerza de rozamiento se opone al movimiento. ¿Sería posible el movimiento de una persona o un coche si no hubiera rozamiento?

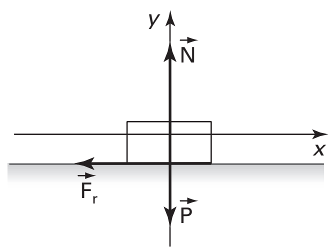
Cuando los vehículos, animales y personas inician el movimiento, lo hacen como resultado de las fuerzas de reacción correspondientes a las acciones ejercidas sobre el suelo por los mismos. Sin rozamiento no existirían dichas reacciones de forma que los vehículos harían girar las ruedas pero no se desplazarían. Las personas y animales se resbalarían («patinarían») sin poder moverse.

4 Sobre la superficie de un lago helado se lanza un taco de acero a la velocidad de 15 m/s. Si la fuerza de rozamiento dinámico es el 3% de su peso, ¿con qué aceleración se mueve el taco? ¿Qué espacio puede recorrer hasta pararse?

Sobre el taco solo existe aplicada en la dirección del movimiento la fuerza de rozamiento dinámico cuyo valor será:

$$F_r = \frac{3}{100} P = 0{,}03 \cdot m \cdot g$$

Esta fuerza tiene sentido contrario al del movimiento, por tanto, si tomamos la dirección del movimiento como eje *x*, y sentido positivo el del movimiento, la ecuación fundamental de la dinámica se escribiría como:



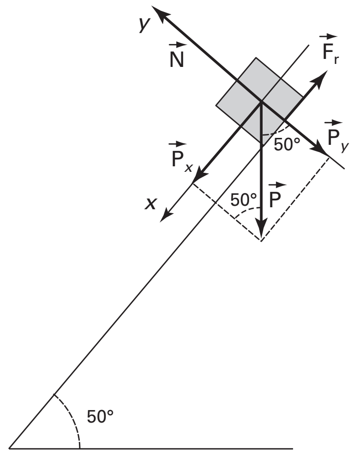
$$-F_r = m \cdot a \quad \rightarrow \quad a = -\frac{F_r}{m}$$

$$a = -\frac{0{,}03\ m \cdot g}{m} = -0{,}03\ g = -0{,}03 \cdot 9{,}81 = -0{,}29\ \text{m/s}^2$$

La aceleración obtenida es constante, en consecuencia, el movimiento del trozo de hielo será uniformemente decelerado. Por tanto:

$$v^2 = v_0^2 + 2\ a \cdot s \quad \rightarrow \quad s = \frac{v^2 - v_0^2}{2\ a} = \frac{0^2 - 15^2}{2 \cdot (-0{,}29)} = 388\ \text{m}$$

5 Se deja un cuerpo sobre un plano inclinado 50º con la horizontal. Si entre el cuerpo y el plano existe un coeficiente de rozamiento dinámico de 0,25, ¿cuál es la aceleración y cuál la velocidad a los 5 s?



Las fuerzas que actúan sobre el cuerpo son:

- El peso **P**, en la dirección del radio terrestre y sentido hacia el centro de la Tierra.
- La normal **N**, perpendicular a la superficie de contacto y hacia arriba.
- La fuerza de rozamiento $\mathbf{F}_r$, en la dirección del movimiento y en sentido contrario.

Las proyecciones de estas fuerzas sobre los ejes son:

$\mathbf{P} = (P_x, P_y) = (m \cdot g \cdot \sin 50°, -m \cdot g \cdot \cos 50°)$; $\mathbf{N} = (0, N)$

El valor de esta fuerza de rozamiento sería:

$$F_r = 0{,}25\ N$$

En consecuencia, la fuerza de rozamiento será:

$$\mathbf{F}_r = (-0{,}25\ N, 0)$$

Aplicamos la ecuación fundamental de la dinámica, $F_{total} = m \cdot a$, sobre cada uno de los ejes:

En el eje y:

$$N - m \cdot g \cdot \cos 50° = 0$$

En el eje x:

$$m \cdot g \cdot \sin 50° - 0{,}25 \cdot N = m \cdot a$$

Despejando la normal de la primera y sustituyendo en la segunda:

$$m \cdot a = m \cdot g \cdot \sin 50° - 0{,}25 \cdot m \cdot g \cdot \cos 50°$$

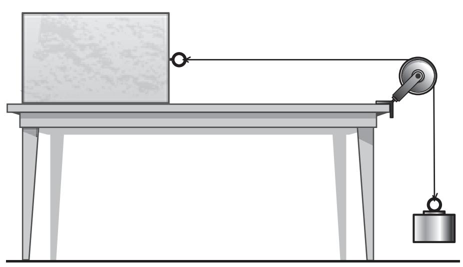
Simplificando por la masa y sustituyendo los datos:

$$a = g \cdot (\sin 50° - 0{,}25 \cdot \cos 50°) = 5{,}9\ \text{m/s}^2$$

La velocidad a los 5 s, si parte del reposo, es:

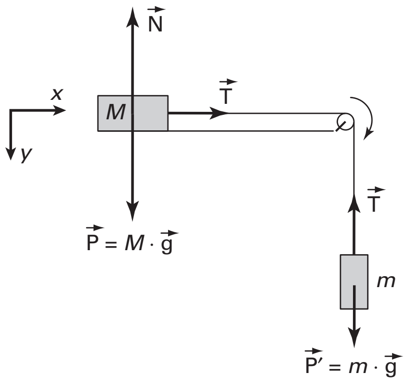
$$v = a \cdot t = 5{,}9 \cdot 5 = 29{,}5\ \text{m/s}$$

6 En una mesa hay un carrito de masa $M = 150$ g unido a la masa $m = 20$ g que cuelga mediante un hilo que pasa por una polea de masa despreciable. Si el sistema se mueve sin rozamiento, calcula la aceleración y la tensión del hilo.



Como el sistema consta de dos cuerpos conviene separarlos. En el carrito, la dirección de su movimiento y su sentido será el eje positivo de las x. Las fuerzas aplicadas son:

- El peso: $\mathbf{P} = (0, -M \cdot g)$.
- La normal: $\mathbf{N} = (0, N)$.
- La tensión de la cuerda: $\mathbf{T} = (T, 0)$.



Aplicando: **F** = $m \cdot$ **a**, a cada uno de los ejes obtenemos:

En el eje x:

$$T = M \cdot a$$

En el eje y:

$$-N + M \cdot g = 0$$

En el otro cuerpo, la dirección del movimiento y su sentido será el eje y'. Las fuerzas aplicadas son:

- El peso: **P'** = $(0, m \cdot g)$.
- La tensión de la cuerda: **T** = $(0, -T)$.

Aplicando la ecuación del segundo principio al eje y, obtenemos para el segundo cuerpo:

$$m \cdot g - T = m \cdot a$$

En definitiva disponemos de dos ecuaciones con dos incógnitas, la tensión de la cuerda T, y la aceleración del sistema a:

$$T = M \cdot a$$
$$m \cdot g - T = m \cdot a$$

El sistema se puede resolver sumando las ecuaciones y despejando la aceleración:

$$a = \frac{m}{M + m} \cdot g \quad \rightarrow \quad a = 1{,}15 \text{ m/s}^2$$

La tensión se obtiene sustituyendo la aceleración en una cualquiera de las ecuaciones:

$$T = 0{,}17 \text{ N}$$

7 Sobre una mesa hay un taco de madera de 500 g unido, mediante un hilo que pasa por una polea de masa despreciable, a otro de 250 g que cuelga. Si los coeficientes de rozamiento estático y cinético son $\mu_e = 0{,}30$ y $\mu_c = 0{,}25$, respectivamente:

a) Demuestra si se deslizará el taco de la madera.

b) En caso afirmativo, halla la aceleración y la tensión del hilo.

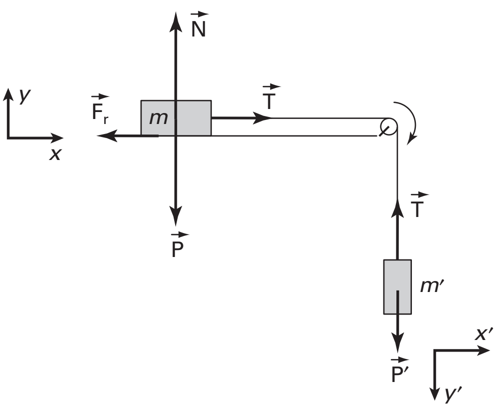
a) El sistema se moverá si el peso del cuerpo que cuelga del hilo es mayor que la fuerza de rozamiento estático máxima entre el taco sobre la mesa y la propia mesa.

$$m' \cdot g > \mu \cdot m \cdot g \quad \rightarrow \quad m' > \mu \cdot m \quad \rightarrow \quad 0{,}25 > 0{,}30 \cdot 0{,}5 = 0{,}15$$

En consecuencia, se mueve.

b) Como el sistema consta de dos cuerpos conviene separarlos. En el cuerpo apoyado sobre el plano, la dirección de su movimiento y su sentido será el eje positivo de las x. Las fuerzas aplicadas son:

- El peso: **P** = $(0, -m \cdot g)$.
- La normal: **N** = $(0, N)$.
- La fuerza de rozamiento una vez el taco está en movimiento: $\mathbf{F_r} = (-\mu' \cdot N, 0)$.
- La tensión de la cuerda: **T** = $(T, 0)$.



Aplicando que **F** = m · **a**, a cada uno de los ejes obtenemos:

En el eje x:

$$T - \mu' \cdot N = m \cdot a$$

En el eje y:

$$N - m \cdot g = 0$$

Despejando la normal de la segunda ecuación y sustituyendo en la primera obtenemos:

$$T - \mu' \cdot m \cdot g = m \cdot a$$

En el otro cuerpo, la dirección del movimiento y su sentido será el eje positivo de las *y*. Las fuerzas aplicadas son:

- El peso: **P'** = (0, *m'* · *g*).
- La tensión de la cuerda: **T** = (0, –*T*).

Aplicando la ecuación del segundo principio al eje *y*, obtenemos para el segundo cuerpo:

$$m' \cdot g - T = m' \cdot a$$

En definitiva disponemos de dos ecuaciones con dos incógnitas, la tensión de la cuerda *T*, y la aceleración del sistema *a*:

$$T - \mu' \cdot m \cdot g = m \cdot a$$
$$m' \cdot g - T = m' \cdot a$$

El sistema se puede resolver sumando las ecuaciones y despejando la aceleración:

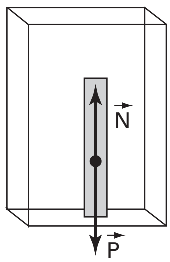
$$a = \frac{(m' - \mu' \cdot m)}{m + m'} \cdot g \quad \rightarrow \quad a = \frac{(0{,}25 - 0{,}25 \cdot 0{,}5)}{0{,}5 + 0{,}25} \cdot g = 1{,}64 \text{ m/s}^2$$

La tensión se obtiene sustituyendo la aceleración en una cualquiera de las ecuaciones:

$$T = 2{,}04 \text{ N}$$

8 Una joven de *m* = 55 kg está dentro de un ascensor que desciende con aceleración constante de 1 m/s². ¿Qué fuerza ejerce el suelo del ascensor sobre la joven?

Tomando el sistema de referencia fuera del ascensor y sentido positivo el del movimiento, se ve bajar a la joven con aceleración *a*.



Las fuerzas que actúan sobre la joven son:

- El peso: **P** = (0, *m* · *g*).
- La normal: **N** = (0, –*N*).

Aplicando la ecuación fundamental de la dinámica al eje *y*, obtenemos:

$$m \cdot g - N = m \cdot a \quad \rightarrow \quad N = m \cdot (g - a) = 55 \cdot (9{,}81 - 1) = 485 \text{ N}$$

9 Un péndulo está constituido por una esfera de 300 g de masa que cuelga mediante un hilo del techo de un vagón de tren. Si partiendo del reposo el tren acelera con una aceleración constante de 3 m/s², el péndulo se desplaza un cierto ángulo de su posición de equilibrio.

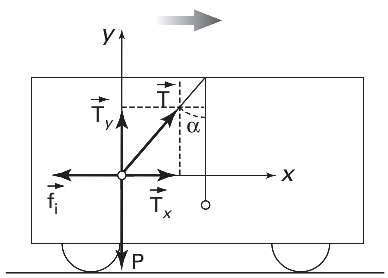
a) ¿En qué dirección y sentido se desplaza la masa del péndulo?

b) ¿Qué ángulo forma el péndulo con la vertical mientras dura la aceleración?

c) ¿Cuál es la tensión del hilo?

a) La masa se desplaza en la dirección del movimiento del vagón y en sentido contrario a este.

b) Tomando el sistema de referencia dentro del vagón, se ve el péndulo, en reposo, inclinado un ángulo α hacia la parte posterior del vagón debido a la fuerza de inercia, f_i.



Las fuerzas aplicadas son:

- El peso: **P** = (0, –*m* · *g*).
- La tensión del hilo: **T** = (T_x, T_y) = ($T \cdot \sin \alpha$, $T \cdot \cos \alpha$).
- La fuerza de inercia: $\mathbf{f}_i$ = (–*m* · *a*, 0).

Aplicando la ecuación fundamental de la dinámica a cada uno de los ejes, recordando que el péndulo está en reposo respecto al vagón, obtenemos:

En el eje x:

$$T \cdot \sin \alpha - m \cdot a = 0$$

En el eje y:

$$T \cdot \cos \alpha - m \cdot g = 0$$

Si despejamos los términos en los que está la tensión y dividimos obtenemos:

$$\tan \alpha = \frac{m \cdot a}{m \cdot g} = \frac{a}{g} = 0{,}31 \quad \rightarrow \quad \alpha = 17°$$

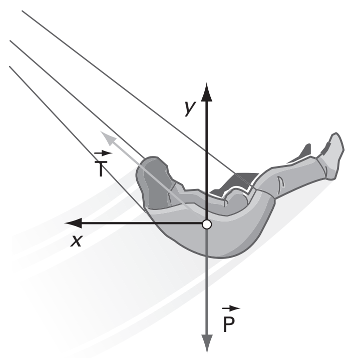
c) La tensión se obtiene sustituyendo el ángulo en cualquiera de las ecuaciones:

$$T = \frac{m \cdot a}{\sin \alpha} = \frac{0{,}3 \cdot 3}{\sin 17°} = 3{,}1 \text{ N}$$

10 En las sillas voladoras, la plataforma superior tiene un radio $r_p = 11$ m, y la longitud de las cadenas de las que cuelgan las sillas es $l = 5$ m.

a) ¿Con qué velocidad angular, ω, se debe hacer girar la plataforma para que las sillas se separen de la vertical un ángulo de 30°?

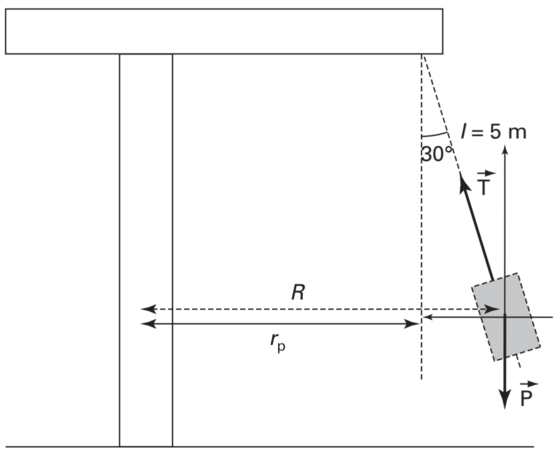
b) ¿Qué tiempo se tardaría en dar una vuelta?



a) Resolveremos el ejercicio respecto de un observador situado fuera de la atracción.

Sobre la silla actúan las siguientes fuerzas:

- El peso: $\mathbf{P} = (0, -m \cdot g)$.
- La tensión $\mathbf{T} = (T \cdot \sin 30°, T \cdot \cos 30°)$.



Aplicando la ecuación fundamental de la dinámica a cada uno de los ejes obtenemos:

En el eje x:

$$T \cdot \sin 30° = m \cdot a_c = m \cdot \omega^2 \cdot R$$

En el eje y:

$$T \cdot \cos 30° - m \cdot g = 0 \quad \rightarrow \quad T \cdot \cos 30° = m \cdot g$$

Dividiendo entre sí estas ecuaciones, obtenemos:

$$\tan 30° = \frac{\omega^2 \cdot R}{g}$$

Despejando la velocidad angular obtenemos:

$$\omega = \sqrt{\frac{g \cdot \tan 30°}{R}}$$

El radio de la circunferencia que describe la silla, R, será:

$$R = r_p + l \cdot \sin 30° = 11 + 5 \cdot \sin 30° = 13,5 \text{ m}$$

Sustituyendo los datos:

$$\omega = \sqrt{\frac{9,81 \cdot \tan 30°}{13,5}} = 0,65 \text{ rad/s}$$

b) El periodo sería:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{0,65} = 9,7 \text{ s}$$

11 Con una honda de 50 cm de cuerda se lanza una piedra de 100 g con una velocidad de 25 m/s. Suponiendo que la honda gira en un plano vertical, determina en el instante anterior al lanzamiento:

a) La velocidad angular de la piedra en rad/s y rpm.

b) La tensión de la cuerda.

c) La relación en la que se encuentra la tensión de la cuerda con el peso de la piedra.

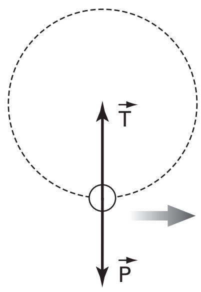
a) La velocidad angular está relacionada con la velocidad lineal en la forma:

$$v = \omega \cdot R \quad \rightarrow \quad \omega = \frac{v}{R} = \frac{25}{0,5} = 50 \text{ rad/s}$$

Expresada en rpm sería:

$$\omega = 50 \cdot \frac{1/2\pi \text{ rev}}{1/60 \text{ min}} = 50 \cdot \frac{60}{2\pi} \text{ rpm} = 477 \text{ rpm}$$

b) En el punto de abajo, cuando se produce el lanzamiento, las fuerzas que actúan sobre la piedra de la honda son:



- El peso: $\mathbf{P} = (0, -m \cdot g)$.
- La tensión de la cuerda: $\mathbf{T} = (0, T)$.

Aplicando el segundo principio, teniendo en cuenta que la aceleración que existe es la aceleración centrípeta, obtenemos:

$$T - m \cdot g = m \cdot \frac{v^2}{R} \quad \rightarrow \quad T = m \cdot \frac{v^2}{R} + m \cdot g = 0,1 \cdot \frac{25^2}{0,5} + 0,1 \cdot 9,81 = 126 \text{ N}$$

c) La relación entre la tensión de la cuerda y el peso será:

$$\frac{T}{P} = \frac{126}{0,1 \cdot 9,81} = 128$$

La tensión es 128 veces mayor que el peso.

12 Un cuerpo está en reposo sobre un plano horizontal cuyo coeficiente de rozamiento estático vale μ, sin que se ejerzan fuerzas sobre él en la dirección horizontal.

a) ¿Existe fuerza de rozamiento?

b) ¿Qué significado tiene la expresión $F_r = \mu \cdot N$, para la fuerza de rozamiento?

a) No, si el cuerpo está en reposo y no se ejercen fuerzas sobre él, aunque haya un coeficiente de rozamiento entre el plano y el cuerpo, no habrá fuerza de rozamiento mientras no se intente cambiar el estado de movimiento del cuerpo.

b) Cuando ejercemos una fuerza **F**, para mover el cuerpo horizontalmente, la fuerza de rozamiento estático crece desde cero hasta $\mu \cdot N$. De esta forma cuando $F > \mu \cdot N$, el cuerpo cambia su estado de movimiento. El valor, $F_r = \mu \cdot N$, es, por tanto, el valor máximo de la fuerza de rozamiento estático.

En consecuencia, si sobre un cuerpo en reposo ejercemos una fuerza F, puede ocurrir:

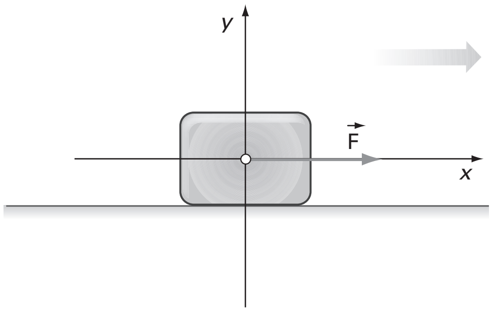
- $F < \mu \cdot N \rightarrow$ Hay fuerza de rozamiento estático, $F_r = F$, y no hay movimiento.
- $F = \mu \cdot N \rightarrow$ Hay fuerza de rozamiento estático, $F_r = \mu \cdot N$, y no hay cambios en el estado de movimiento del cuerpo.
- $F > \mu \cdot N \rightarrow$ Hay fuerza de rozamiento dinámico, $F_r = \mu \cdot N$, y hay cambios en el estado de movimiento del cuerpo.

13 Explica la diferencia entre los coeficientes estático y cinético de rozamiento ¿Cómo se definen? ¿Cuál es mayor?

El coeficiente estático de rozamiento es el cociente entre la fuerza necesaria para iniciar el movimiento de un cuerpo y la normal.

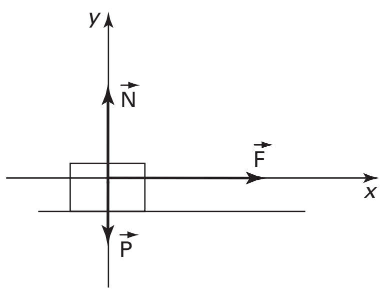
El coeficiente cinético de rozamiento es el cociente entre la fuerza necesaria para mantener un cuerpo con movimiento uniforme y la normal. Este coeficiente es algo menor que el estático.

14 Bajo la acción de una fuerza de 8 N, un taco de madera cuya masa es de 1,4 kg se mueve en un plano horizontal con una aceleración de 4 m/s^2. Demuestra si hay rozamiento y, si lo hay, halla el coeficiente.



Supongamos que no existe rozamiento. Las fuerzas que actúan sobre el objeto son:

- El peso **P**, en la dirección del radio terrestre y hacia el centro de la Tierra: **P** = (0, $-m \cdot g$).
- La normal, **N**, reacción del suelo sobre el cuerpo, perpendicular a la superficie de apoyo y hacia arriba: **N** = (0, N).
- La fuerza **F**, ejercida sobre el objeto: **F** = (F, 0).



Aplicamos el segundo principio a cada uno de los ejes.

Sobre el eje y no hay movimiento, por tanto, al aplicar el segundo principio en este eje queda:

$$N - m \cdot g = 0 \quad \rightarrow \quad N = m \cdot g$$

Sobre el eje x existe aceleración, por tanto:

$$F = m \cdot a \quad \rightarrow \quad a = \frac{F}{m} = \frac{8}{1,4} = 5,7 \text{ m/s}^2$$

Como la aceleración del movimiento es menor, tiene que existir rozamiento, de forma que la ecuación sobre el eje x, sería:

$$F - F_r = m \cdot a \quad \rightarrow \quad F - \mu \cdot N = m \cdot a \quad \rightarrow \quad F - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a$$

Despejando el coeficiente de rozamiento obtenemos:

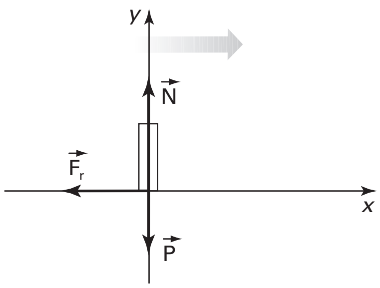
$$\mu = \frac{F - m \cdot a}{m \cdot g} = \frac{8 - 1,4 \cdot 4}{1,4 \cdot 9,81} = 0,17$$

15 Un patinador se desliza sobre una pista de hielo horizontal, manteniendo una velocidad de 3,5 m/s. Si el coeficiente de rozamiento entre los patines y el hielo es 0,03 y el patinador deja de impulsarse, ¿qué distancia recorrerá hasta pararse?

Cuando el patinador deja de impulsarse, la única fuerza que actúa sobre él en la dirección del movimiento es la de rozamiento.

Las fuerzas aplicadas son:

- El peso del cuerpo: **P** = (0, $-m \cdot g$).
- La normal: **N** = (0, N).
- La fuerza de rozamiento: $\mathbf{F}_r = (-\mu \cdot N, 0)$.



Aplicando el segundo principio de la dinámica, $\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a}$, sobre cada uno de los ejes obtenemos:

En el eje x:

$$-\mu \cdot N = m \cdot a$$

En el eje y:

$$N - m \cdot g = 0$$

Resolviendo el sistema obtenemos:

$$a = -\mu \cdot g \quad \rightarrow \quad a = -0{,}29 \text{ m/s}^2$$

El patinador lleva aceleración constante en la dirección del movimiento y sentido contrario a este.

Si la velocidad $v_0 = 3{,}5$ m/s y se para, $v = 0$ m/s, el espacio recorrido será:

$$-v_0^2 = 2\,a \cdot s \quad \rightarrow \quad s = \frac{-\,v_0^2}{2\,a}$$

Sustituyendo los datos obtenemos:

$$s = 21 \text{ m}$$

16 Un cuerpo de 5 kg de masa se desliza por un plano horizontal. Al pasar por un punto, su velocidad es de 7 m/s y se para 8 m más allá, por efecto del rozamiento. Calcula:

a) La aceleración del movimiento.

b) La fuerza de rozamiento.

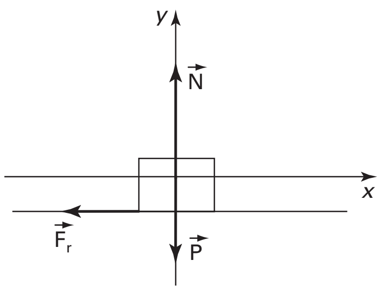
c) El coeficiente de rozamiento.

a) Conocidas las velocidades y el espacio recorrido, la aceleración será:

$$v^2 = v_0^2 + 2\,a \cdot s \quad \rightarrow \quad a = \frac{v^2 - v_0^2}{2\,s} = \frac{0 - 7^2}{2 \cdot 8} = -3{,}1 \text{ m/s}^2$$

b) Las fuerzas que actúan sobre el objeto son:

- El peso **P**, en la dirección del radio terrestre y hacia el centro de la Tierra: **P** = (0, $-m \cdot g$).
- La normal, **N**, reacción del suelo sobre el cuerpo, perpendicular a la superficie de apoyo y hacia arriba: **N** = (0, N).
- La fuerza de rozamiento, $\mathbf{F}_r$, en la dirección del movimiento y en sentido contrario: $\mathbf{F}_r = (-F_r, 0)$.



Aplicamos el segundo principio a cada uno de los ejes.

Sobre el eje y no hay movimiento; por tanto, al aplicar el segundo principio en este eje queda:

$$N - m \cdot g = 0 \quad \rightarrow \quad N = m \cdot g$$

Sobre el eje x existe aceleración, por tanto:

$$-F_r = m \cdot a = 5 \cdot (-3{,}1) = -15{,}5 \text{ N} \quad \rightarrow \quad F_r = 15{,}5 \text{ N}$$

c) El coeficiente de rozamiento se obtiene de la definición del valor de la fuerza de rozamiento:

$$F_r = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \quad \rightarrow \quad \mu = \frac{F_r}{m \cdot g} = \frac{15{,}5}{5 \cdot 9{,}81} = 0{,}32$$

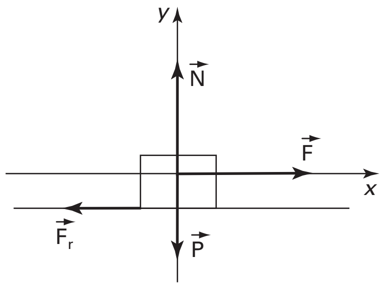
17 Un cuerpo de 10 kg se mueve en un plano horizontal por la acción de una fuerza paralela al plano de 75 N. Si el coeficiente de rozamiento es μ = 0,3, calcula:

a) La aceleración del movimiento.

b) La velocidad a los 5 m de recorrido.

c) El tiempo que transcurre en esos 5 m.

a) Las fuerzas que actúan sobre el objeto son:



- El peso **P**, en la dirección del radio terrestre y hacia el centro de la Tierra: **P** = (0, $-m \cdot g$).
- La normal, **N**, reacción del suelo sobre el cuerpo, perpendicular a la superficie de apoyo y hacia arriba: **N** = (0, N).
- La fuerza **F**, ejercida sobre el objeto: **F** = (F, 0).
- La fuerza de rozamiento, $\mathbf{F_r}$, en la dirección del movimiento y sentido contrario: $\mathbf{F_r}$ = ($-\mu \cdot N$, 0).

Aplicamos el segundo principio a cada uno de los ejes.

Sobre el eje y no hay movimiento; por tanto, al aplicar el segundo principio en este eje queda:

$$N - m \cdot g = 0$$

Sobre el eje x existe aceleración, por tanto:

$$F - \mu \cdot N = m \cdot a$$

Despejando la normal de la primera ecuación y sustituyéndola en la segunda obtenemos:

$$F - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a$$

Despejando la aceleración obtenemos:

$$a = \frac{F - \mu \cdot m \cdot g}{m} = \frac{75 - 0{,}3 \cdot 10 \cdot 9{,}81}{10} = 4{,}6 \text{ m/s}^2$$

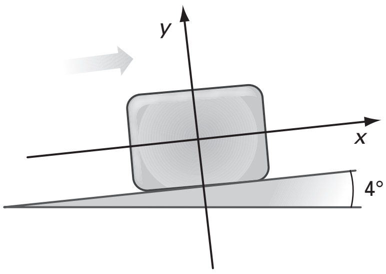
b) Conocidas la aceleración y el espacio, la velocidad será:

$$v = \sqrt{2\ a \cdot s} = \sqrt{2 \cdot 4{,}6 \cdot 5} = 6{,}8 \text{ m/s}$$

c) El tiempo se puede obtener a partir de la ecuación de la velocidad:

$$v = a \cdot t \quad \rightarrow \quad t = \frac{v}{a} = \frac{6{,}8}{4{,}6} = 1{,}5 \text{ s}$$

18 Un cuerpo se lanza con una velocidad de 6,50 m/s hacia arriba por una rampa inclinada 4º. Si el coeficiente de rozamiento vale μ = 0,25, halla la aceleración de subida.

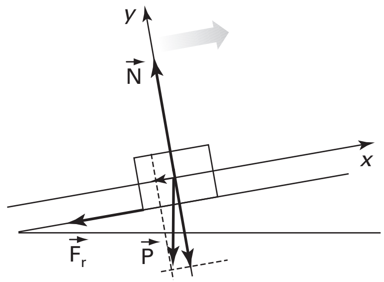


La dirección del movimiento y su sentido será el eje positivo de las x, el eje perpendicular a este será por tanto el de las y, con sentido positivo hacia arriba.

Las fuerzas aplicadas son:

- El peso: **P** = ($-m \cdot g \cdot \sin 4°$, $-m \cdot g \cdot \cos 4°$).
- La normal: **N** = (0, N).
- La fuerza de rozamiento: $\mathbf{F_r}$ = ($-\mu \cdot N$, 0).

Aplicando: **F** = $m \cdot$ **a**, a cada uno de los ejes, obtenemos:



En el eje x:

$$-m \cdot g \cdot \sin 4^\circ - \mu \cdot N = m \cdot a$$

En el eje y:

$$N - m \cdot g \cdot \cos 4^\circ = 0$$

Despejando la normal de la segunda ecuación y sustituyendo en la primera queda:

$$-m \cdot g \cdot \sin 4^\circ - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 4^\circ = m \cdot a$$

Simplificando:

$$a = -g \cdot (\sin 4^\circ + \mu \cdot \cos 4^\circ)$$

Sustituyendo los datos obtenemos:

$$a = -3{,}1 \text{ m/s}^2$$

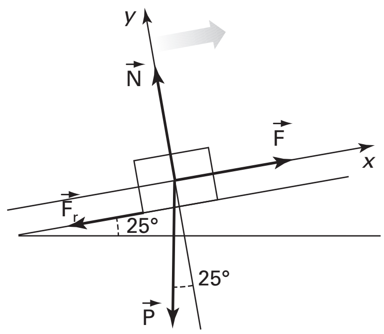
19 Un cuerpo de 25 kg sube por un plano inclinado 25º, cuyo coeficiente de rozamiento es μ = 0,25, debido a que sobre él se aplica una fuerza de 300 N en la dirección del desplazamiento.

a) ¿Con qué aceleración asciende el cuerpo?

b) ¿Qué fuerza habría que aplicar en la dirección del desplazamiento para que el cuerpo suba con velocidad constante?

a) La dirección del movimiento y su sentido será el eje positivo de las x, el eje perpendicular a este será por tanto el de las y, con sentido positivo hacia arriba.

Las fuerzas aplicadas son:



- El peso: **P** = ($-m \cdot g \cdot \sin 25^\circ$, $-m \cdot g \cdot \cos 25^\circ$).
- La normal: **N** = (0, N).
- La fuerza de rozamiento: $\mathbf{F_r}$ = ($-\mu \cdot N$, 0).
- La fuerza aplicada: **F** = (F, 0).

Aplicando que **F** = $m \cdot$ **a**, a cada uno de los ejes obtenemos:

En el eje x:

$$F - m \cdot g \cdot \sin 25^\circ - \mu \cdot N = m \cdot a$$

En el eje y:

$$N - m \cdot g \cdot \cos 25^\circ = 0$$

Despejando la normal de la segunda ecuación y sustituyendo en la primera queda:

$$F - m \cdot g \cdot \sin 25^\circ - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 25^\circ = m \cdot a$$

Despejando la aceleración:

$$a = \frac{F - m \cdot g \cdot (\sin 25^\circ + \mu \cdot \cos 25^\circ)}{m}$$

Sustituyendo los datos obtenemos:

$$a = 5{,}6 \text{ m/s}^2$$

b) Para que el cuerpo suba con velocidad constante la aceleración en el eje x, debe ser cero, por tanto, las ecuaciones serían:

En el eje x:

$$F - m \cdot g \cdot \sin 25^\circ - \mu \cdot N = 0$$

En el eje *y*:

$$N - m \cdot g \cdot \cos 25° = 0$$

Despejando la normal de la segunda y sustituyendo en la primera queda:

$$F - m \cdot g \cdot \sin 25° - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 25° = 0$$

Despejando la fuerza:

$$F = m \cdot g \cdot (\sin 25° + \mu \cdot \cos 25°)$$

Sustituyendo los datos obtenemos:

$$F = 159 \text{ N}$$

20 Tenemos un plano inclinado de 10 m de longitud y 30° de ángulo.

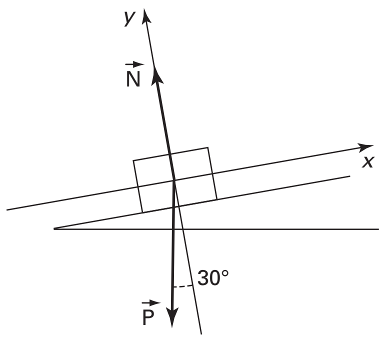
a) ¿Qué velocidad paralela al plano debe comunicarse a un cuerpo de masa 1 kg para que, al llegar al final del plano, la velocidad sea 0? Suponemos que no hay rozamiento.

b) Si existe un rozamiento de coeficiente $\mu = 0{,}1$, ¿cuánto tiempo tardaría en recorrer el plano?

c) La masa, una vez arriba, inicia el descenso. ¿Cuánto tiempo tardará en llegar otra vez al suelo? ¿Con qué velocidad llegará? Resuelve este apartado con y sin rozamiento.

a) Para calcular la velocidad hay que conocer la aceleración con la que sube el cuerpo.

La dirección del movimiento y su sentido será el eje positivo de las *x*, el eje perpendicular a este será, por tanto, el de las *y*, con sentido positivo hacia arriba.



Las fuerzas aplicadas son:

- El peso: $\mathbf{P} = (-m \cdot g \cdot \sin 30°, -m \cdot g \cdot \cos 30°)$.
- La normal: $\mathbf{N} = (0, N)$.

Aplicando que $\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a}$, a cada uno de los ejes obtenemos:

En el eje *x*:

$$-m \cdot g \cdot \sin 30° = m \cdot a$$

En el eje *y*:

$$N - m \cdot g \cdot \cos 30° = 0$$

Directamente de la primera obtenemos la aceleración:

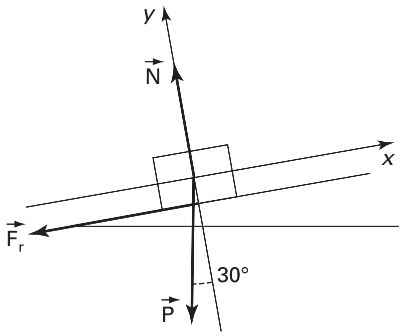
$$a = -g \cdot \sin 30° = -4{,}91 \text{ m/s}^2$$

Conocida la aceleración, la velocidad inicial v_0, para que suba los 10 m por el plano, se puede calcular a partir de:

$$v^2 = v_0^2 + 2\, a \cdot s \quad \rightarrow \quad v_0 = \sqrt{2 \cdot 4{,}91 \cdot 10} = 9{,}9 \text{ m/s}$$

b) La aceleración en este caso habría que volver a calcularla.

Las fuerzas aplicadas son:



- El peso: $\mathbf{P} = (-m \cdot g \cdot \sin 30°, -m \cdot g \cdot \cos 30°)$.
- La normal: $\mathbf{N} = (0, N)$.
- La fuerza de rozamiento: $\mathbf{F}_r = (-\mu \cdot N, 0)$.

Aplicando que $\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a}$, a cada uno de los ejes obtenemos:

En el eje *x*:

$$-m \cdot g \cdot \sin 30° - \mu \cdot N = m \cdot a$$

En el eje *y*:

$$N - m \cdot g \cdot \cos 30° = 0$$

Despejando la normal de la segunda ecuación y sustituyendo en la primera:

$$-m \cdot g \cdot \sin 30° - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 30° = m \cdot a$$

Simplificando:

$$a = -g \cdot (\sin 30° + \mu \cdot \cos 30°)$$

Sustituyendo los datos obtenemos:

$$a = -5{,}8 \text{ m/s}^2$$

La velocidad inicial en este caso sería:

$$v^2 = v_0^2 + 2\, a \cdot s \quad \rightarrow \quad v_0 = \sqrt{2 \cdot 5{,}8 \cdot 10} = 10{,}8 \text{ m/s}$$

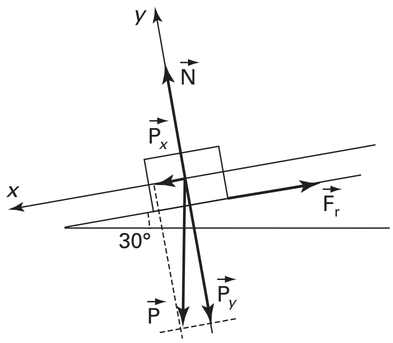
El tiempo empleado en recorrer el plano sería:

$$v - v_0 = a \cdot t \quad \rightarrow \quad t = \frac{10{,}8}{5{,}8} = 1{,}9 \text{ s}$$

c) Resolveremos primero en el caso de que exista rozamiento. La aceleración de bajada se calcula a partir de las ecuaciones de la dinámica.

Las fuerzas aplicadas son:

- El peso: $\mathbf{P} = (m \cdot g \cdot \sin 30°, -m \cdot g \cdot \cos 30°)$.
- La normal: $\mathbf{N} = (0, N)$.
- La fuerza de rozamiento: $\mathbf{F_r} = (-\mu \cdot N, 0)$.



Aplicando que $\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a}$, a cada uno de los ejes obtenemos:

En el eje x:

$$m \cdot g \cdot \sin 30° - \mu \cdot N = m \cdot a$$

En el eje y:

$$N - m \cdot g \cdot \cos 30° = 0$$

Despejando la normal de la segunda ecuación y sustituyendo en la primera queda:

$$m \cdot g \cdot \sin 30° - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 30° = m \cdot a$$

Simplificando:

$$a = g \cdot (\sin 30° - \mu \cdot \cos 30°)$$

Sustituyendo los datos obtenemos:

$$a = 4{,}1 \text{ m/s}^2$$

La velocidad inicial es cero, por tanto:

$$v^2 = v_0^2 + 2\, a \cdot s \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{2 \cdot 4{,}1 \cdot 10} = 9{,}1 \text{ m/s}$$

El tiempo empleado en recorrer el plano sería:

$$v - v_0 = a \cdot t \quad \rightarrow \quad t = \frac{9{,}1}{4{,}1} = 2{,}2 \text{ s}$$

Si no existe rozamiento basta sustituir $\mu = 0$, para obtener los resultados:

$$a = g \cdot \sin 30°$$

Sustituyendo los datos obtenemos:

$$a = 4{,}91 \text{ m/s}^2$$

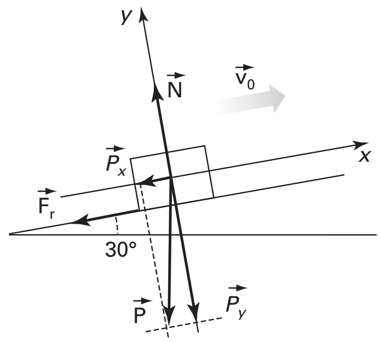
La velocidad al final del plano será:

$$v^2 = v_0^2 + 2\, a \cdot s \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{2 \cdot 4{,}91 \cdot 10} = 9{,}9 \text{ m/s}$$

El tiempo empleado en recorrer el plano sería:

$$v - v_0 = a \cdot t \quad \rightarrow \quad t = \frac{9{,}9}{4{,}91} = 2{,}0 \text{ s}$$

21 Un cuerpo de 5 kg es lanzado a la velocidad de 11 m/s por un plano inclinado 30° con la horizontal. Si el coeficiente de rozamiento es $\mu = 0{,}25$, calcula la aceleración y el espacio que recorre hasta detenerse. Indica si las soluciones son las mismas con otra masa.



Las fuerzas que actúan sobre el cuerpo son:

- El peso **P**, en la dirección del radio terrestre y hacia el centro de la Tierra: **P** = $(-m \cdot g \cdot \sin 30°, -m \cdot g \cdot \cos 30°)$.
- La normal, **N**, reacción del plano sobre el cuerpo, perpendicular a la superficie de apoyo y hacia arriba: **N** = $(0, N)$.
- La fuerza de rozamiento, $\mathbf{F_r}$, en la dirección del movimiento y sentido contrario: $\mathbf{F_r} = (-\mu \cdot N, 0)$.

Aplicando el segundo principio a los dos ejes tenemos:

En el eje y no hay movimiento, en consecuencia:

$$N - m \cdot g \cdot \cos 30° = 0 \quad \rightarrow \quad N = m \cdot g \cdot \cos 30°$$

En el eje x:

$$-m \cdot g \cdot \sin 30° - \mu \cdot N = m \cdot a$$

Sustituyendo el valor de la normal en esta ecuación:

$$-m \cdot g \cdot \sin 30° - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 30° = m \cdot a \quad \rightarrow \quad a = -g \cdot \sin 30° - \mu \cdot g \cdot \cos 30°$$

Podemos sacar factor común a la aceleración de la gravedad y obtenemos:

$$a = -g \cdot (\sin 30° + \mu \cdot \cos 30°) = -9{,}81 \cdot (\sin 30° + 0{,}25 \cdot \cos 30°) = -7 \text{ m/s}^2$$

Conocidas las velocidades y la aceleración, el espacio será:

$$v^2 = v_0^2 + 2\, a \cdot s \quad \rightarrow \quad s = \frac{v^2 - v_0^2}{2\, a} = \frac{0 - 11^2}{2 \cdot (-7)} = 8{,}6 \text{ m}$$

Los resultados son independientes del valor de la masa.

22 Un cuerpo recorre 10 m en una rampa de 45° al deslizarse sin velocidad inicial durante 1,75 s. Si su masa es de 1,5 kg, calcula:

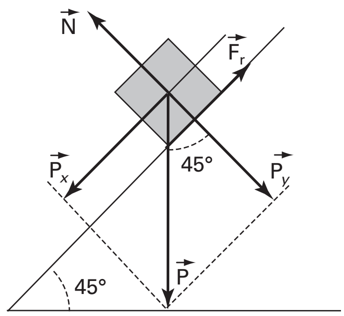
a) La aceleración media.

b) La fuerza neta.

c) La fuerza que se opone al deslizamiento.

a) La aceleración del cuerpo si recorre un espacio de 10 m, partiendo con velocidad cero, en 1,75 s será:

$$s = \frac{1}{2}\, a \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad a = \frac{2\, s}{t^2} = \frac{2 \cdot 10}{1{,}75^2} = 6{,}5 \text{ m/s}^2$$



b) La fuerza neta se calcula directamente aplicando el segundo principio:

$$F = m \cdot a \quad \rightarrow \quad F = 1{,}5 \cdot 6{,}5 = 9{,}75 \text{ N}$$

c) Las fuerzas que actúan sobre el cuerpo son:

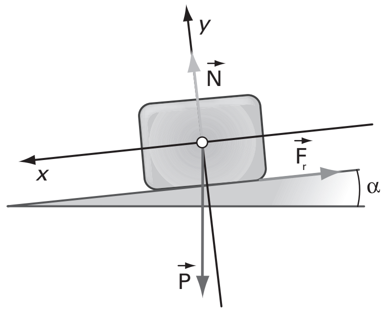
- El peso **P**, en la dirección del radio terrestre y hacia el centro de la Tierra: **P** = $(m \cdot g \cdot \sin 45°, -m \cdot g \cdot \cos 45°)$.
- La normal, **N**, reacción del plano sobre el cuerpo, perpendicular a la superficie de apoyo y hacia arriba: **N** = $(0, N)$.

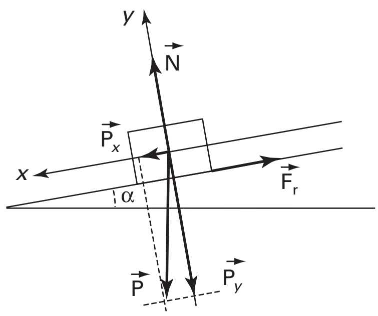
- La fuerza de rozamiento, $\mathbf{F}_r$, en la dirección del movimiento y sentido contrario: $\mathbf{F}_r = (-F_r, 0)$.

Sobre el eje del movimiento la fuerza total es:

$$F = m \cdot g \cdot \sin 45° - F_r \rightarrow F_r = m \cdot g \cdot \sin 45° - F \rightarrow F_r = 1{,}5 \cdot 9{,}81 \cdot \sin 45° - 9{,}75 = 0{,}66 \text{ N}$$

23 Si no tienes dinamómetro ¿cómo determinarías el coeficiente estático entre un cuerpo y el material sobre el que se desliza?





Lo normal es medir los coeficientes de rozamiento mediante un plano inclinado. Se coloca el cuerpo sobre un plano que se va inclinando poco a poco, el ángulo para el que el cuerpo comienza a deslizar permite calcular el coeficiente de rozamiento estático. En efecto, en el instante en que comienza el movimiento se cumple que:

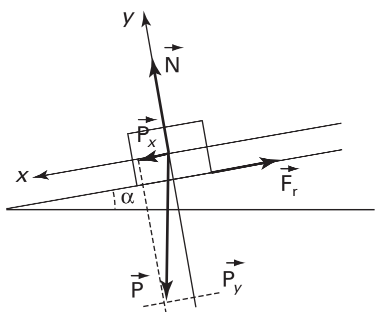
$$m \cdot g \cdot \sin \alpha - F_r = 0 \rightarrow m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha = 0 \rightarrow \mu = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$$

El coeficiente estático de rozamiento es igual a la tangente del ángulo formado por el plano con la horizontal en el momento de iniciarse el deslizamiento.

24 En la parte superior de un plano inclinado se deja un cuerpo. Si el coeficiente de rozamiento estático vale 0,2. ¿Cuál es el ángulo de inclinación del plano en el momento en el que el cuerpo comienza a moverse?

Las fuerzas aplicadas son:

- El peso: $\mathbf{P} = (m \cdot g \cdot \sin \alpha, -m \cdot g \cdot \cos \alpha)$.
- La normal: $\mathbf{N} = (0, N)$.
- La fuerza de rozamiento: $\mathbf{F}_r = (-\mu \cdot N, 0)$.



En este caso no existe aceleración en ninguno de los ejes. Aplicando: $\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a}$, a cada uno de los ejes obtenemos:

En el eje x:

$$m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu \cdot N = 0$$

En el eje y:

$$N - m \cdot g \cdot \cos \alpha = 0$$

Despejando la normal de la segunda ecuación y sustituyendo en la primera queda:

$$m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha = 0$$

Simplificando:

$$\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha = 0 \rightarrow \tan \alpha = \mu = 0{,}2$$

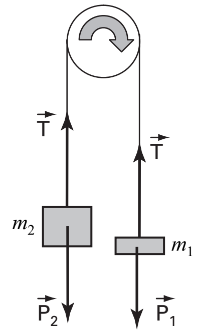
Despejando α obtenemos:

$$\alpha = \tan^{-1} 0{,}2 = 11{,}3°$$

25 De los extremos de una cuerda que pasa por una polea fija de eje horizontal cuelgan pesos de 200 g y 150 g, respectivamente. Calcula:

a) La aceleración con la que se mueven los pesos.

b) La distancia que los separa a 1 s, suponiendo que inicialmente estaban a la misma altura.



a) El sistema está formado por dos cuerpos que aislaremos.

Fuerzas sobre el cuerpo de masa m_1:

- El peso $\mathbf{P}_1$, en dirección del radio terrestre y sentido hacia el centro de la Tierra.
- La tensión **T**, que la cuerda ejerce sobre el cuerpo.

Como todas las fuerzas están en la misma dirección no hace falta descomponer los vectores, de modo que la ecuación que describe la dinámica del cuerpo 1 será:

$$m_1 \cdot g - T = m_1 \cdot a$$

Fuerzas sobre el cuerpo de masa m_2:

- El peso $\mathbf{P}_2$, en dirección del radio terrestre y sentido hacia el centro de la Tierra.
- La tensión **T**, que la cuerda transmite íntegramente y ejerce sobre el cuerpo.

La ecuación que describe la dinámica del cuerpo 2 será:

$$T - m_2 \cdot g = m_2 \cdot a$$

El sistema formado por estas dos ecuaciones permite conocer el valor de la aceleración del sistema. Sumando ambas obtenemos:

$$m_1 \cdot g - m_2 \cdot g = (m_1 + m_2) \cdot a$$

Despejando la aceleración:

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_2 + m_1} \cdot g \quad \rightarrow \quad a = \frac{200 - 150}{200 + 150} \cdot 9{,}81 = 1{,}4 \text{ m/s}^2$$

b) Si los cuerpos parten del reposo el espacio que recorre cada uno será:

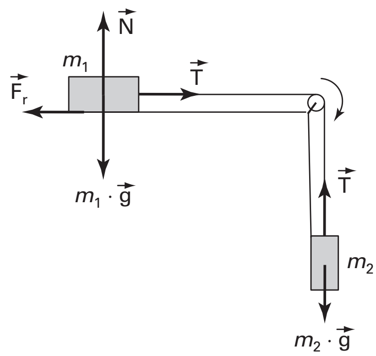
$$s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad s = \frac{1}{2} \cdot 1{,}4 \cdot 1^2 = 0{,}7 \text{ m}$$

Si los cuerpos partieron del mismo nivel la distancia entre ellos será:

$$d = 2 \cdot 0{,}7 = 1{,}4 \text{ m}$$

26 Sobre una mesa, un cuerpo de 500 g va unido mediante un hilo, que pasa por una polea, a otro de 175 g, que cuelga. Suponiendo que no hay rozamiento y que la masa de la polea es despreciable, calcula la aceleración y la tensión del hilo. Realiza los mismos cálculos considerando un rozamiento de coeficiente μ = 0,15.

Resolveremos el ejercicio con rozamiento, los resultados para cuando no haya rozamiento los obtendremos haciendo μ = 0, en las soluciones.



El sistema está formado por dos cuerpos:

Fuerzas sobre el cuerpo que desliza por el plano:

- El peso $\mathbf{P}_1$, en la dirección del radio terrestre y hacia el centro de la Tierra: $\mathbf{P}_1 = (0, -m_1 \cdot g)$.
- La normal, **N**, reacción del plano sobre el cuerpo, perpendicular a la superficie de apoyo y hacia arriba: $\mathbf{N} = (0, N)$.
- La fuerza de rozamiento, $\mathbf{F}_r$, en la dirección del movimiento y sentido contrario: $\mathbf{F}_r = (-\mu \cdot N, 0)$.

• La tensión **T** que ejerce la cuerda sobre el cuerpo: **T** = (T, 0).

Sobre el eje y, no hay movimiento por tanto la ecuación a plantear es:

$$N - m_1 \cdot g = 0$$

Sobre el eje del movimiento será:

$$T - \mu \cdot N = m_1 \cdot a$$

Despejando la normal de la primera ecuación y sustituyendo en la segunda obtenemos:

$$T - \mu \cdot m_1 \cdot g = m_1 \cdot a$$

Fuerzas sobre el cuerpo que cuelga:

• El peso $\mathbf{P}_2$, en la dirección del radio terrestre y hacia el centro de la Tierra.

• La tensión **T** que transmite íntegramente la cuerda y se ejerce sobre el cuerpo.

En este caso no es necesario descomponer las fuerzas de forma que la ecuación para este cuerpo será:

$$m_2 \cdot g - T = m_2 \cdot a$$

Estas ecuaciones resuelven el ejercicio. Sumando miembro a miembro obtenemos:

$$m_2 \cdot g - \mu \cdot m_1 \cdot g = (m_1 + m_2) \cdot a \quad \rightarrow \quad g \cdot (m_2 - \mu \cdot m_1) = (m_1 + m_2) \cdot a$$

Despejando la aceleración y sustituyendo valores se obtiene:

$$a = \frac{m_2 - \mu \cdot m_1}{m_1 + m_2} \cdot g = \frac{175 - 0{,}15 \cdot 500}{500 + 175} \cdot 9{,}81 = 1{,}45 \text{ m/s}^2$$

La tensión se obtiene despejándola de cualquiera de las ecuaciones:

$$T = m_2 \cdot g - m_2 \cdot a = m_2 \cdot (g - a) = 0{,}175 \cdot (9{,}81 - 1{,}45) = 1{,}46 \text{ N}$$

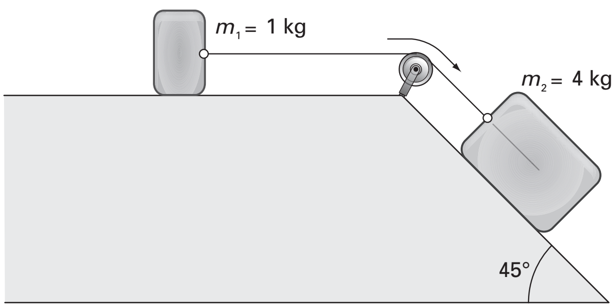
Si no hubiera rozamiento, $\mu = 0$, las ecuaciones serían:

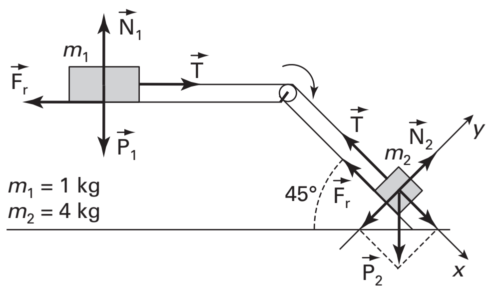
$$a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot g = \frac{175}{500 + 175} \cdot 9{,}81 = 2{,}54 \text{ m/s}^2$$

Y la tensión:

$$T = m_2 \cdot g - m_2 \cdot a = m_2 \cdot (g - a) = 0{,}175 \cdot (9{,}81 - 2{,}54) = 1{,}27 \text{ N}$$

27 Utiliza los datos de la figura para calcular la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda, sabiendo que el coeficiente de rozamiento es 0,4. ¿Cuánto tendrá que valer m_2 para que se mueva con velocidad constante?





Fuerzas sobre el cuerpo que desliza por el plano horizontal:

• El peso $\mathbf{P}_1$, en la dirección del radio terrestre y hacia el centro de la Tierra: $\mathbf{P}_1$ = (0, $-m_1 \cdot g$).

• La normal, **N,** reacción del plano sobre el cuerpo, perpendicular a la superficie de apoyo y hacia arriba: **N** = (0, N).

- La fuerza de rozamiento, $\mathbf{F}_r$, en la dirección del movimiento y sentido contrario: $\mathbf{F}_r = (-\mu \cdot N, 0)$.
- La tensión **T** que ejerce la cuerda sobre el cuerpo: $\mathbf{T} = (T, 0)$.

Sobre el eje *y*, no hay movimiento, por tanto, la ecuación a plantear es:

$$N - m_1 \cdot g = 0 \quad \rightarrow \quad N = m_1 \cdot g$$

Sobre el eje del movimiento será:

$$T - \mu \cdot N = m_1 \cdot a$$

Despejando la normal de la primera ecuación y sustituyendo en la segunda obtenemos:

$$T - \mu \cdot m_1 \cdot g = m_1 \cdot a \qquad \textbf{(I)}$$

Las fuerzas que actúan sobre el cuerpo que desliza por el plano inclinado son:

- El peso $\mathbf{P}_2$, en la dirección del radio terrestre y hacia el centro de la Tierra: $\mathbf{P} = (m_2 \cdot g \cdot \sin 45°, -m_2 \cdot g \cdot \cos 45°)$.
- La normal, **N**, reacción del plano sobre el cuerpo, perpendicular a la superficie de apoyo y hacia arriba: $\mathbf{N} = (0, N)$.
- La fuerza de rozamiento, $\mathbf{F}_r$, en la dirección del movimiento y sentido contrario: $\mathbf{F}_r = (-\mu \cdot N, 0)$.
- La tensión **T** que ejerce la cuerda sobre el cuerpo: $\mathbf{T} = (-T, 0)$.

Aplicando el segundo principio a los dos ejes tenemos:

Sobre el eje *y* no hay movimiento, en consecuencia:

$$N - m_2 \cdot g \cdot \cos 45° = 0 \quad \rightarrow \quad N = m_2 \cdot g \cdot \cos 45°$$

Sobre el eje *x*:

$$m_2 \cdot g \cdot \sin 45° - \mu \cdot N - T = m_2 \cdot a$$

Sustituyendo el valor de la normal en esta ecuación obtenemos:

$$m_2 \cdot g \cdot \sin 45° - \mu \cdot m_2 \cdot g \cdot \cos 45° - T = m_2 \cdot a \qquad \textbf{(II)}$$

Sumando las ecuaciones **(I)** y **(II)** obtenemos:

$$m_2 \cdot g \cdot \sin 45° - \mu \cdot m_2 \cdot g \cdot \cos 45° - \mu \cdot m_1 \cdot g = (m_1 + m_2) \cdot a$$

Despejando la aceleración:

$$a = \frac{m_2 \cdot \sin 45° - \mu \cdot (m_2 \cdot \cos 45° + m_1)}{m_1 + m_2} \cdot g = \frac{4 \cdot \sin 45° - 0{,}4 \cdot (4 \cdot \cos 45° + 1)}{1 + 4} \cdot 9{,}81 = 2{,}54 \text{ m/s}^2$$

La tensión la obtenemos sustituyendo la aceleración en cualquiera de las ecuaciones:

$$T - \mu \cdot m_1 \cdot g = m_1 \cdot a \quad \rightarrow \quad T = m_1 \cdot (\mu \cdot g + a) = 1 \cdot (0{,}4 \cdot 9{,}81 + 2{,}54) = 6{,}46 \text{ N}$$

Para que las masas se muevan con velocidad constante la aceleración debe valer: $a = 0$. Por tanto:

$$m_2 \cdot g \cdot \sin 45° - \mu \cdot m_2 \cdot g \cdot \cos 45° - \mu \cdot m_1 \cdot g = 0$$

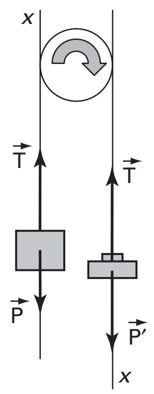
Despejando la masa m_2:

$$m_2 = \frac{\mu \cdot m_1}{\sin 45° - \mu \cdot \cos 45°} = \frac{0{,}4 \cdot 1}{\sin 45° - 0{,}4 \cdot \cos 45°} = 0{,}943 \text{ kg}$$

28 De los extremos de una cuerda que pasa por la garganta de una polea fija de eje horizontal penden dos masas de 500 g cada una. ¿Qué masa habrá que añadir a una de las dos para que la otra suba 2 m en 2 s?

Para que una de las masas recorra 2 m en 2 s, la aceleración será:

$$s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad a = \frac{2\,s}{t^2} = \frac{2 \cdot 2}{2^2} = 1 \text{ m/s}^2$$



El sistema está formado por dos cuerpos, uno de masa m y el otro de masa $m + m'$.

Fuerzas sobre el cuerpo de masa $m + m'$:

- El peso **P'**, en dirección del radio terrestre y sentido hacia el centro de la Tierra.
- La tensión **T** que la cuerda ejerce sobre el cuerpo.

La ecuación que describe la dinámica del cuerpo será:

$$(m + m') \cdot g - T = (m + m') \cdot a$$

Fuerzas sobre el cuerpo de masa m:

- El peso **P**, en la dirección del radio terrestre y sentido hacia el centro de la Tierra.
- La tensión **T** que la cuerda transmite íntegramente y ejerce sobre el cuerpo.

La ecuación que describe la dinámica del cuerpo será:

$$T - m \cdot g = m \cdot a$$

El sistema formado por estas dos ecuaciones permite conocer el valor de la aceleración del sistema. Sumando ambas obtenemos:

$$(m + m') \cdot g - m \cdot g = (2\,m + m') \cdot a \quad \rightarrow \quad m' \cdot g = (2\,m + m') \cdot a$$

Despejando la masa m':

$$m' \cdot (g - a) = 2\,m \cdot a \quad \rightarrow \quad m' = \frac{2\,m \cdot a}{g - a} = \frac{2 \cdot 0{,}5 \cdot 1}{9{,}81 - 1} = 0{,}114 \text{ kg} = 114 \text{ g}$$

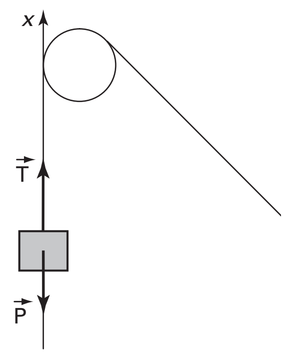
29 Una grúa levanta un contenedor de 1 200 kg con una aceleración de 0,25 m/s^2. Calcula:

a) La tensión del cable de la grúa.

b) La altura a los 10 s.

c) La tensión del cable si el contenedor sube a una velocidad constante.

a) Fuerzas sobre el cuerpo de masa m:



- El peso **P**, en dirección del radio terrestre y sentido hacia el centro de la Tierra.
- La tensión **T** que el cable transmite íntegramente y ejerce sobre el cuerpo.

La ecuación que describe la dinámica del cuerpo será:

$$T - m \cdot g = m \cdot a \quad \rightarrow \quad T = m \cdot (g + a) = 1\,200 \cdot (9{,}81 + 0{,}25) = 12\,072 \text{ N}$$

b) En 10 s el contenedor recorre:

$$h = \frac{1}{2}\,a \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad h = \frac{1}{2} \cdot 0{,}25 \cdot 10^2 = 12{,}5 \text{ m}$$

c) En el caso de que el contenedor suba con velocidad constante, $a = 0$, la ecuación que describe su dinámica sería:

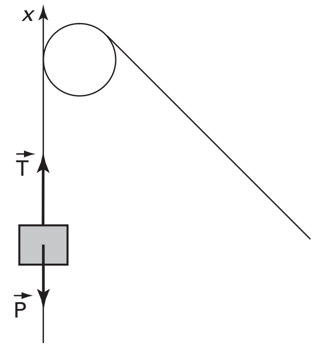
$$T - m \cdot g = 0 \quad \rightarrow \quad T = m \cdot g = 1\,200 \cdot 9{,}81 = 11\,772 \text{ N}$$

30 La resistencia del cable de una grúa es de 7 680 N. ¿Cuál es la aceleración máxima con la que debe subir un contenedor de 600 kg para que no se rompa el cable?

Fuerzas sobre el cuerpo de masa m:

- El peso **P**, en dirección del radio terrestre y sentido hacia el centro de la Tierra.

- La tensión **T** que el cable transmite íntegramente y ejerce sobre el cuerpo.



La ecuación que describe la dinámica del cuerpo será:

$$T - m \cdot g = m \cdot a$$

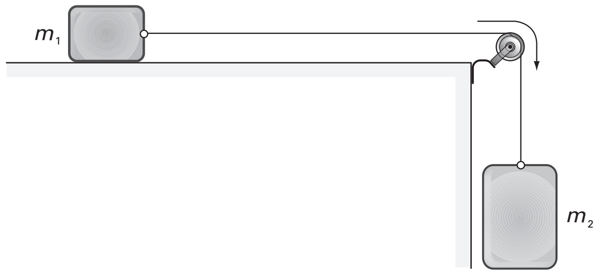
Despejando la aceleración y sustituyendo valores obtenemos:

$$a = \frac{T - m \cdot g}{m} \quad \rightarrow \quad a = \frac{7\,680 - 600 \cdot 9{,}81}{600} = 2{,}99 \text{ m/s}^2$$

31 En el sistema de la figura, el plano tiene un coeficiente de rozamiento $\mu = 0{,}35$; la polea no tiene masa ni rozamiento y los dos cuerpos tienen masas $m_1 = 750$ g y $m_2 = 1$ kg. Calcula:

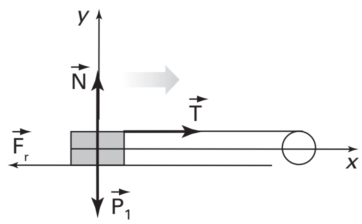
a) La aceleración del sistema.

b) La tensión de la cuerda.



Como el sistema consta de dos cuerpos conviene separarlos. En el cuerpo apoyado sobre el plano, la dirección de su movimiento y su sentido será el eje positivo de las *x*. Las fuerzas aplicadas son:

- El peso: $\mathbf{P}_1 = (0, -m_1 \cdot g)$.
- La normal: $\mathbf{N} = (0, N)$.
- La fuerza de rozamiento: $\mathbf{F}_r = (-\mu \cdot N, 0)$.
- La tensión de la cuerda: $\mathbf{T} = (T, 0)$.



Aplicando: $\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a}$, a cada uno de los ejes obtenemos:

En el eje *x*:

$$T - \mu \cdot N = m_1 \cdot a$$

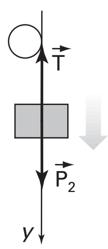
En el eje *y*:

$$N - m_1 \cdot g = 0$$

Despejando la normal de la segunda ecuación y sustituyendo en la primera obtenemos, para este cuerpo:

$$T - \mu \cdot m_1 \cdot g = m_1 \cdot a \qquad \textbf{(I)}$$

En el otro cuerpo, la dirección del movimiento y su sentido será el eje positivo de las *y*. Las fuerzas aplicadas son:



- El peso: $\mathbf{P}_2 = (0, m_2 \cdot g)$.
- La tensión de la cuerda: $\mathbf{T} = (0, -T)$.

Aplicando la ecuación del segundo principio al eje *y*, obtenemos para el segundo cuerpo:

$$m_2 \cdot g - T = m_2 \cdot a \qquad \textbf{(II)}$$

En definitiva, disponemos de dos ecuaciones con dos incógnitas, la tensión de la cuerda, *T*, y la aceleración del sistema, *a*, que resolveremos por cualquiera de los métodos habituales, obteniendo los valores:

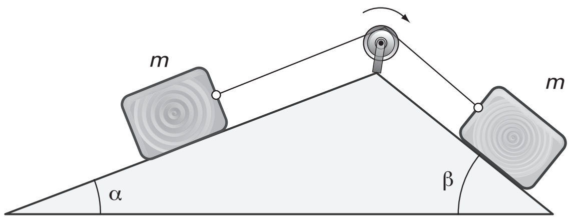
$$a = \frac{m_2 - \mu \cdot m_1}{m_1 + m_2} \cdot g = \frac{1 - 0{,}35 \cdot 0{,}75}{0{,}75 + 1} \cdot 9{,}81 = 4{,}13 \text{ m/s}^2$$

$$T = 5{,}68 \text{ N}$$

32 Dos masas iguales de 10 kg están atadas a los extremos de una cuerda y descansan sobre sendos planos inclinados, cuyas inclinaciones son $\alpha = 30^\circ$ y $\beta = 60^\circ$, como se indica en la figura. Si los coeficientes de rozamiento de cada masa con sus respectivos planos valen $\mu = 0{,}1$, calcula:

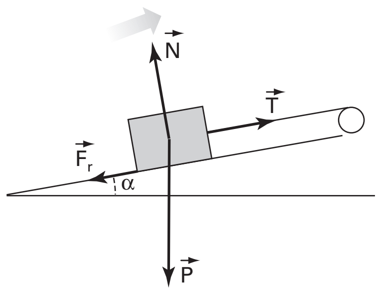
a) La aceleración del conjunto.

b) La tensión de la cuerda.



a) Las fuerzas que actúan sobre el cuerpo que desliza por el plano inclinado de ángulo α son:

- El peso **P**, en la dirección del radio terrestre y hacia el centro de la Tierra: **P** = $(-m \cdot g \cdot \sin \alpha, -m \cdot g \cdot \cos \alpha)$.
- La normal, **N**, reacción del plano sobre el cuerpo, perpendicular a la superficie de apoyo y hacia arriba: **N** = $(0, N)$.
- La fuerza de rozamiento, $\mathbf{F_r}$, en la dirección del movimiento y sentido contrario: $\mathbf{F_r} = (-\mu \cdot N, 0)$.
- La tensión **T** que ejerce la cuerda sobre el cuerpo: **T** = $(T, 0)$.



Aplicando el segundo principio a los dos ejes tenemos:

En el eje *y* no hay movimiento, en consecuencia:

$$N - m \cdot g \cdot \cos \alpha = 0 \quad \rightarrow \quad N = m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

En el eje *x*:

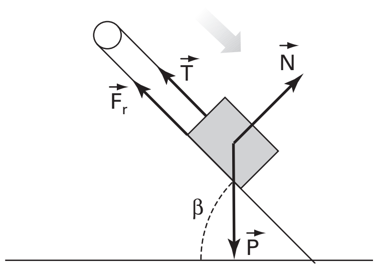
$$T - \text{m} \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu \cdot N = m \cdot a$$

Sustituyendo el valor de la normal en esta ecuación obtenemos:

$$T - m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha = m \cdot a \qquad \textbf{(I)}$$

Las fuerzas que actúan sobre el cuerpo que desliza por el plano inclinado de ángulo β son:

- El peso **P**, en la dirección del radio terrestre y hacia el centro de la Tierra: **P** = $(m \cdot g \cdot \sin \beta, -m \cdot g \cdot \cos \beta)$.
- La normal, **N**, reacción del plano sobre el cuerpo, perpendicular a la superficie de apoyo y hacia arriba: **N** = $(0, N)$.
- La fuerza de rozamiento, $\mathbf{F_r}$, en la dirección del movimiento y sentido contrario: $\mathbf{F_r} = (-\mu \cdot N, 0)$.
- La tensión **T** que ejerce la cuerda sobre el cuerpo: **T** = $(-T, 0)$.



Aplicando el segundo principio a los dos ejes tenemos:

En el eje *y* no hay movimiento, en consecuencia:

$$N - m \cdot g \cdot \cos \beta = 0 \quad \rightarrow \quad N = m \cdot g \cdot \cos \beta$$

En el eje x:

$$m \cdot g \cdot \sin \beta - \mu \cdot N - T = m \cdot a$$

Sustituyendo el valor de la normal en esta ecuación obtenemos:

$$m \cdot g \cdot \sin \beta - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \beta - T = m \cdot a \qquad \textbf{(II)}$$

Las ecuaciones **(I)** y **(II)** forman un sistema cuya resolución permite conocer los valores de la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda.

Sumando **(I)** y **(II)** y dividiendo por m, queda:

$$g \cdot \sin \beta - \mu \cdot g \cdot \cos \beta - g \cdot \sin \alpha - \mu \cdot g \cdot \cos \alpha = 2\,a \;\rightarrow\; g \cdot (\sin \beta - \sin \alpha) - \mu \cdot g \cdot (\cos \beta + \cos \alpha) = 2\,a$$

Despejando la aceleración y sustituyendo valores obtenemos:

$$a = 1{,}1\ \text{m/s}^2$$

b) Sustituyendo este valor en cualquiera de las ecuaciones **(I)** o **(II)** obtenemos la tensión de la cuerda:

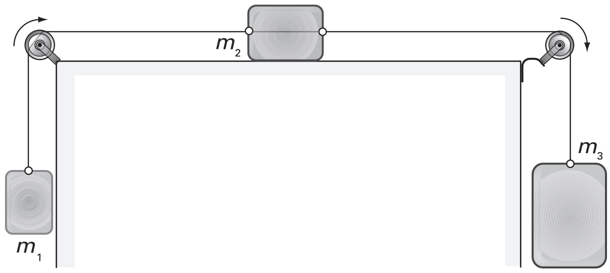
$$m \cdot g \cdot \sin \beta - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \beta - T = m \cdot a \;\rightarrow\; T = m \cdot g \cdot \sin \beta - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \beta - m \cdot a$$

$$T = 69\ \text{N}$$

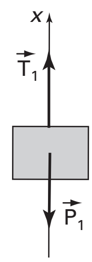
33 En el sistema representado en la figura, las masas de los cuerpos son $m_1 = 50$ kg, $m_2 = 75$ kg y $m_3 = 100$ kg, y el coeficiente de rozamiento entre el plano y el cuerpo es $\mu = 0{,}25$. Calcula:

a) La aceleración del sistema.

b) Las tensiones de las cuerdas.



a) Las fuerzas sobre el cuerpo de masa m_1 son:



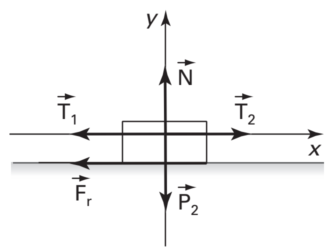
- El peso $\mathbf{P}_1$, en la dirección del radio terrestre y sentido hacia el centro de la Tierra.
- La tensión $\mathbf{T}_1$ que la cuerda transmite íntegramente y ejerce sobre el cuerpo.

La ecuación que describe la dinámica del cuerpo será:

$$T_1 - m_1 \cdot g = m_1 \cdot a \qquad \textbf{(I)}$$

Las fuerzas que actúan sobre el objeto de masa m_2 son:

- El peso $\mathbf{P}_2$, en la dirección del radio terrestre y hacia el centro de la Tierra: $\mathbf{P}_2 = (0, -m_2 \cdot g)$.
- La normal, $\mathbf{N}$, reacción del suelo sobre el cuerpo, perpendicular a la superficie de apoyo y hacia arriba: $\mathbf{N} = (0, N)$.
- La fuerza de rozamiento, $\mathbf{F}_r$, en la dirección del movimiento y en sentido contrario: $\mathbf{F}_r = (-\mu \cdot N, 0)$.
- La tensión $\mathbf{T}_1$, debida al cuerpo de masa m_1: $\mathbf{T}_1 = (-T_1, 0)$.
- La tensión $\mathbf{T}_2$, debida al cuerpo de masa m_2: $\mathbf{T}_2 = (T_2, 0)$.



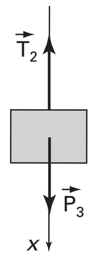
Aplicamos el segundo principio a cada uno de los ejes:

Sobre el eje y no hay movimiento, por tanto, al aplicar el segundo principio en este eje queda:

$$N - m_2 \cdot g = 0 \;\rightarrow\; N = m_2 \cdot g$$

Sobre el eje *x* existe aceleración por tanto:

$$T_2 - T_1 - \mu \cdot N = m_2 \cdot a \quad \rightarrow \quad T_2 - T_1 - \mu \cdot m_2 \cdot g = m_2 \cdot a \qquad \textbf{(II)}$$



Las fuerzas sobre el cuerpo de masa m_3 son:

- El peso $\mathbf{P}_3$, en la dirección del radio terrestre y sentido hacia el centro de la Tierra.
- La tensión $\mathbf{T}_2$ que la cuerda transmite íntegramente y ejerce sobre el cuerpo.

La ecuación que describe la dinámica del cuerpo será:

$$m_3 \cdot g - T_2 = m_3 \cdot a \qquad \textbf{(III)}$$

Las ecuaciones **(I)**, **(II)** y **(III)** forman un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas: T_1, T_2 y a. Sumando las tres ecuaciones obtenemos:

$$m_3 \cdot g - m_1 \cdot g - \mu \cdot m_2 \cdot g = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot a$$

Despejando la aceleración y sustituyendo valores obtenemos:

$$a = \frac{m_3 - m_1 - \mu \cdot m_2}{m_1 + m_2 + m_3} \cdot g = 1{,}36 \text{ m/s}^2$$

b) Sustituyendo en la ecuación **(I)** obtenemos T_1:

$$T_1 - m_1 \cdot g = m_1 \cdot a \quad \rightarrow \quad T_1 = m_1 \cdot (a + g) = 559 \text{ N}$$

Sustituyendo la aceleración en la ecuación **(III)** obtenemos T_2:

$$m_3 \cdot g - T_2 = m_3 \cdot a \quad \rightarrow \quad T_2 = m_3 \cdot (g - a) = 845 \text{ N}$$

34 Si un vehículo toma una curva a una velocidad excesiva, ¿por qué no puede completarla? Explica por qué las carreteras con peralte retienen mejor a los vehículos en las curvas.

Al describir una curva el vehículo lleva una aceleración centrípeta en la dirección del radio y en sentido hacia el centro.

Si el pavimento es horizontal, la única fuerza que retiene al vehículo en la dirección del radio es la fuerza de rozamiento. En consecuencia:

$$F_r = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

Si el valor de la velocidad es mayor al que cumple esta ecuación, el vehículo desliza y se sale del pavimento.

Si el pavimento está peraltado un ángulo α, además del rozamiento, la componente P_x ayuda a mantener el coche sobre la carretera:

$$F_r + m \cdot g \cdot \sin \alpha = m \cdot \frac{v^2}{R} \quad \text{(para } \alpha \text{ pequeños)}$$

El efecto del peralte es un aumento del valor de la fuerza que retiene al vehículo, en consecuencia, con el mismo radio, el coche podrá circular con mayor velocidad.

35 Una máquina radial, empleada para lijar, desprende una partícula de 5 g cuando gira, a razón de 10 000 rpm. Si la partícula pertenece al borde del disco, que tiene 8 cm de radio, calcula la fuerza centrípeta a que estaba sometida y la velocidad con la que salió desprendida. ¿Puede producir una lesión grave si alcanza a una persona?

La velocidad angular expresada en unidades internacionales es:

$$\omega = 10\,000 \text{ rpm} = 10\,000 \cdot \frac{2\,\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} = 1\,047 \text{ rad/s}$$

La fuerza centrípeta será:

$$F_c = m \cdot \omega^2 \cdot R = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}08 \cdot (1\,047)^2 = 438{,}5 \text{ N}$$

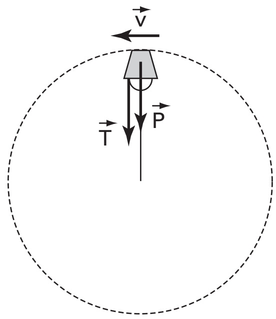
La velocidad con la que sale es:

$$v = \omega \cdot R = 1\,047 \cdot 0{,}08 = 83{,}8 \text{ m/s}$$

Es una velocidad muy alta, del orden de magnitud de las velocidades que proporcionan las armas de fuego, por tanto, si puede producir lesiones graves.

36 ¿Con qué velocidad angular mínima hay que hacer girar un cubo en el plano vertical según un círculo de radio 80 cm para que el agua que contiene no se derrame? ¿Cuál será la velocidad tangencial del cubo en esas condiciones?

Si nos situamos fuera del cubo, el eje del movimiento sería tangente a la trayectoria y, en consecuencia, el eje *y* tendría la dirección del radio y sentido positivo hacia el centro de la circunferencia.



Las fuerzas que actúan sobre el agua del cubo en el punto más alto serían:

- El peso: **P** = (0, $m \cdot g$).
- La normal: **N** = (0, $-N$).

La aceleración del movimiento es centrípeta, por tanto, el segundo principio nos permite escribir:

$$m \cdot g - N = m \cdot \omega^2 \cdot R$$

La velocidad angular mínima que debe llevar el cubo, en ese punto, será aquella para la que $N = 0$, en consecuencia:

$$m \cdot g = m \cdot \omega^2 \cdot R \quad \rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{R}} = \sqrt{\frac{9{,}81}{0{,}80}} = 3{,}5 \text{ rad/s}$$

La velocidad lineal correspondiente sería:

$$v = \omega \cdot R = 2{,}8 \text{ m/s}$$

37 En una revista leemos que el tambor de una lavadora industrial es un cilindro de 40 cm de diámetro, y que la velocidad máxima de centrifugado es de 1 200 rpm. Calcula la fuerza a la que está sometida una carga de 15 kg de ropa, distribuidos en la periferia. ¿Cuántas veces es mayor que su peso?

La velocidad angular expresada en unidades internacionales será:

$$\omega = 1\,200 \text{ rpm} = 1\,200 \cdot \frac{2\,\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} = 126 \text{ rad/s}$$

La fuerza a la que estarán sometidos los 15 kg de ropa es la fuerza centrípeta:

$$F_c = m \cdot \omega^2 \cdot R = 15 \cdot 126^2 \cdot 0{,}20 = 47\,628 \text{ N}$$

La relación entre esta fuerza y el peso de un kilogramo ($P = 9{,}81$ N) es:

$$\frac{F_c}{P} = \frac{47\,628}{15 \cdot 9{,}81} = 324$$

En consecuencia, F_c es 324 veces mayor que el peso de la ropa.

38 Un ascensor de 120 kg transporta a tres personas cuya masa, entre las tres, es de 210 kg. Halla:

a) La fuerza que ejercen las personas sobre el ascensor cuando sube con aceleración de 0,5 m/s^2.

b) La fuerza que ejerce el motor, mediante el cable, en este movimiento.

c) Las mismas fuerzas que en los apartados anteriores, pero cuando frena al llegar al piso con una aceleración de $-1{,}5$ m/s^2.

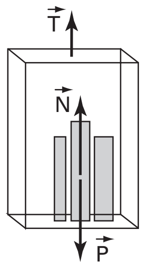
Si nos situamos fuera del ascensor:

a) Las fuerzas aplicadas sobre las personas son el peso y la normal. En consecuencia:

$$N - m \cdot g = m \cdot a \quad \rightarrow \quad N = m \cdot (a + g) = 210 \cdot (0{,}5 + 9{,}81) = 2\,165 \text{ N}$$

b) Sobre el ascensor está aplicado, su peso más el de las personas que van dentro y la tensión del cable:

$T - (m + M) \cdot g = (m + M) \cdot a \quad \rightarrow \quad T = (m + M) \cdot (a + g) = 330 \cdot 10{,}31 = 3\,402$ N



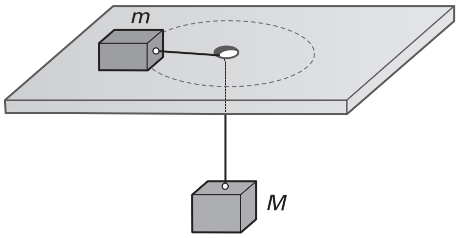
c) Lo único que cambia es el signo de la aceleración que ahora es de frenado:

$$a = -1{,}5 \text{ m/s}^2$$

En el caso (a): $N = m \cdot (a + g) = 210 \cdot (-1{,}5 + 9{,}81) = 1\,745$ N.

En el caso (b): $T = (m + M) \cdot (a + g) = 330 \cdot 8{,}31 = 2\,742$ N.

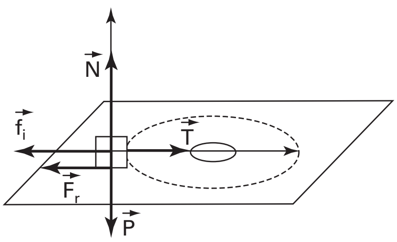
39 Una mesa horizontal con rozamiento de coeficiente $\mu = 0{,}25$, tiene un agujero. Sobre la mesa hay un cuerpo de masa $m = 500$ g unido, mediante una cuerda que pasa por el agujero, a otro cuerpo de masa $M = 750$ g. Este segundo cuerpo está suspendido. Calcula la velocidad con la que debe dar vueltas m en una circunferencia de 25 cm de radio, para que M esté en reposo.



Si nos situamos sobre el cuerpo que gira sobre la mesa, estaremos en reposo respecto de él, en consecuencia, la suma de fuerzas debe ser cero.

Las fuerzas que actúan sobre el cuerpo situado encima de la mesa son:

- El peso **P**, en la dirección del radio terrestre y sentido hacia el centro de la Tierra: **P** = $(0, -m \cdot g)$.
- La normal **N**, perpendicular a la superficie de contacto y hacia arriba: **N** = $(0, N)$.
- La tensión de la cuerda **T**, en la dirección de la cuerda y tirando del cuerpo que se encuentra encima: **T** = $(T, 0)$.
- La fuerza de rozamiento $\mathbf{F}_r$, en la dirección del radio y sentido hacia fuera de la circunferencia: $\mathbf{F}_r = (-\mu \cdot N, 0)$.
- La fuerza de inercia $\mathbf{f}_i$, en la dirección del radio y sentido hacia fuera de la circunferencia: $\mathbf{f}_i = \left(-m \cdot \dfrac{v^2}{R}, 0\right)$.



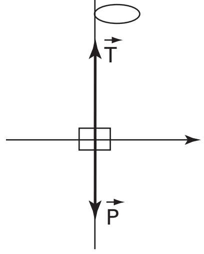
De la aplicación del segundo principio de la dinámica sobre los ejes, y teniendo en cuenta que se pretende que el cuerpo de masa M no caiga, se obtienen las ecuaciones:

$$N - m \cdot g = 0$$

$$T - \mu \cdot N - m \cdot \frac{v^2}{R} = 0$$

Despejando la normal de la primera ecuación y sustituyendo en la segunda tenemos:

$$T - \mu \cdot m \cdot g - m \cdot \frac{v^2}{R} = 0 \qquad \textbf{(I)}$$



Las fuerzas sobre el cuerpo que cuelga son:

- El peso **P**, en la dirección del radio terrestre y sentido hacia el centro de la Tierra.
- La tensión de la cuerda **T**, en la dirección de la cuerda y sujetando el cuerpo de masa M.

Ambas fuerzas tienen la misma dirección, por tanto, la ecuación que describe la dinámica de este cuerpo, que se pretende esté en reposo es:

$$M \cdot g - T = 0 \qquad \textbf{(II)}$$

El sistema formado por las ecuaciones **(I)** y **(II)** resuelve el ejercicio:

$$M \cdot g - \mu \cdot m \cdot g - m \cdot \frac{v^2}{R} = 0$$

Despejando la velocidad obtenemos:

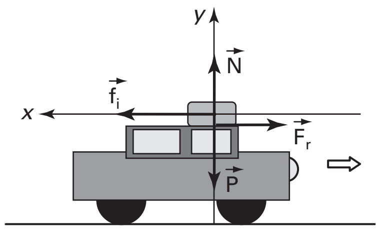
$$v = \sqrt{\frac{(M - \mu \cdot m) \cdot R \cdot g}{m}}$$

Sustituyendo los datos en el Sistema Internacional obtenemos:

$$v = \sqrt{\frac{(0{,}75 - 0{,}25 \cdot 0{,}5) \cdot 0{,}25 \cdot 9{,}81}{0{,}5}} = 1{,}75 \text{ m/s}$$

40 Te has olvidado la mochila sobre la parte delantera del techo de un coche de 1,5 m de largo. El coeficiente estático de rozamiento entre el techo del coche y la mochila es de 0,25 y el dinámico de 0,20. Si el coche arranca en línea recta con una aceleración de 2,7 m/s^2, averigua si deslizará la mochila y, en caso afirmativo, calcula cuánto tiempo tardará en caer por el otro extremo del techo del coche.

Si nos ponemos en un sistema de referencia ligado a la mochila, las fuerzas sobre ella serán:



- El peso **P**, en la dirección del radio terrestre y sentido hacia el centro de la Tierra: **P** = (0, $-m \cdot g$).
- La normal **N**, perpendicular a la superficie de contacto y hacia arriba: **N** = (0, N).
- La fuerza de rozamiento $\mathbf{F}_r$, en la dirección del movimiento de la mochila y sentido contrario: $\mathbf{F}_r$ = ($-\mu \cdot N$, 0).
- La fuerza de inercia $\mathbf{f}_i$, en la dirección del movimiento del coche y sentido contrario: $\mathbf{f}_i$ = ($m \cdot a_c$, 0).

El valor de la normal, en este caso, coincide con el peso de la mochila: $N = m \cdot g$.

La mochila deslizará sobre el techo si:

$$f_i > \mu_e \cdot N \;\rightarrow\; m \cdot a_c > \mu_e \cdot m \cdot g \;\rightarrow\; a_c > \mu_e \cdot g$$

Como a_c = 2,7 m/s^2 y $\mu_e \cdot g = 0{,}25 \cdot 9{,}81 = 2{,}45$, la desigualdad se cumple y, en consecuencia, la mochila deslizará sobre el techo del coche.

La ecuación sobre el eje del movimiento de la mochila será:

$$f_i - \mu_c \cdot N = m \cdot a_m \;\rightarrow\; m \cdot a_c - \mu_c \cdot m \cdot g = m \cdot a_m \;\rightarrow\; a_m = a_c - \mu_c \cdot g = 2{,}7 - 0{,}20 \cdot 9{,}81 = 0{,}74 \text{ m/s}^2$$

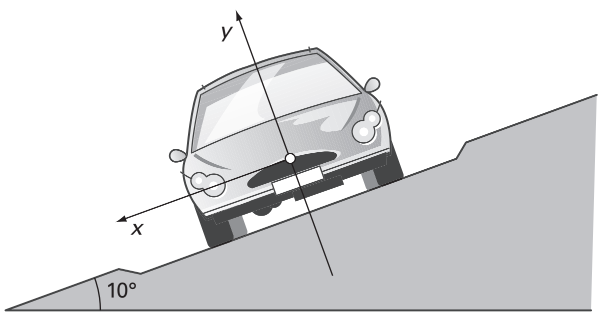
Con esta aceleración, y partiendo del reposo, la mochila tarda en recorrer los 1,5 m del techo:

$$s = \frac{1}{2} a_m \cdot t^2 \;\rightarrow\; t = \sqrt{\frac{2\,s}{a_m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}5}{0{,}74}} = 2 \text{ s}$$

41 Un vehículo de masa 1 300 kg toma una curva sin peralte de 200 m de radio a una velocidad de 90 km/h. Calcula:

a) La fuerza de rozamiento.

b) La velocidad que podría tomar en la curva si tuviera un peralte de 10º y el mismo rozamiento.



La velocidad del coche expresada en m/s es:

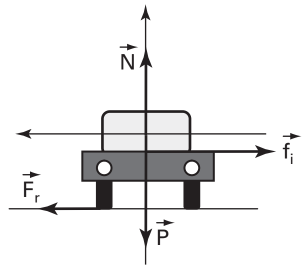
$$v = 90\text{ km/h} \quad \rightarrow \quad v = 90 \cdot \frac{1\,000\text{ m}}{3\,600\text{ s}} = 25\text{ m/s}$$

Si nos situamos dentro del coche nos vemos en reposo, en consecuencia, la suma de fuerzas debe ser cero, pero debemos admitir una fuerza de inercia en la dirección del radio, hacia fuera y de valor:

$$f_i = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

a) Si no hay peralte estamos en un plano horizontal. Las fuerzas que actúan sobre el coche son:

- El peso **P**, en la dirección del radio terrestre y sentido hacia el centro de la Tierra: **P** = (0, $-m \cdot g$).
- La normal **N**, perpendicular a la superficie de contacto y hacia arriba: **N** = (0, N).
- La fuerza de rozamiento $\mathbf{F_r}$, en dirección del radio y sentido hacia el centro: $\mathbf{F_r}$ = ($-F_r$, 0).
- La fuerza de inercia $\mathbf{f_i}$, en la dirección del radio de la curva y hacia el exterior: $\mathbf{f_i} = \left(m \cdot \frac{v^2}{R}, 0\right)$.



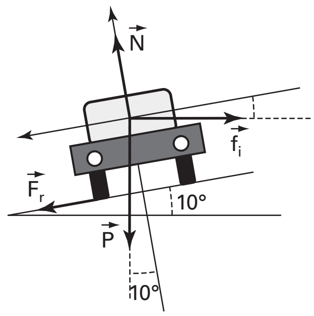
Aplicando la ecuación del segundo principio al eje horizontal y teniendo en cuenta que el coche está en reposo respecto del sistema obtenemos:

$$-F_r + m \cdot \frac{v^2}{R} = 0 \quad \rightarrow \quad F_r = m \cdot \frac{v^2}{R} = 1\,300 \cdot \frac{25^2}{200} = 4\,062{,}5\text{ N}$$

b) Las fuerzas que actúan sobre el coche son las mismas en este caso:

- El peso: **P** = ($-m \cdot g \cdot \sin 10°$, $-m \cdot g \cdot \cos 10°$).
- La normal: **N** = (0, N).
- La fuerza de rozamiento $\mathbf{F_r}$, en dirección del plano y sentido hacia abajo: $\mathbf{F_r}$ = ($-F_r$, 0).
- La fuerza de inercia $\mathbf{f_i}$, en la dirección del radio de la circunferencia y hacia el exterior de ella:

$$\mathbf{f_i} = \left(m \frac{v^2}{R} \cdot \cos 10°, -m \frac{v^2}{R} \cdot \sin 10°\right).$$



La ecuación sobre el eje del movimiento es ahora:

$$-F_r - m \cdot g \cdot \sin 10° + m \cdot \frac{v^2}{R} \cdot \cos 10° = 0$$

Despejando la velocidad obtenemos:

$$v = \sqrt{\frac{R \cdot (F_r + m \cdot g \cdot \sin 10°)}{m \cdot \cos 10°}}$$

Sustituyendo los datos obtenemos:

$$v = 31{,}3\text{ m/s}$$

42 Una pieza metálica de 100 g va atada a un hilo de 80 cm que se rompe si la tensión a la que está sometido sobrepasa los 20 N. Si ponemos a girar esa pieza como si fuese una honda, ¿qué velocidad tendrá cuando se rompa el hilo? ¿Qué dirección tendrá la velocidad de la pieza metálica en el momento de romperse el hilo?

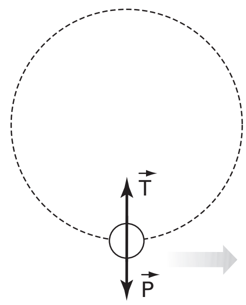
Supondremos que hacemos girar la honda en un plano vertical, la fuerza aplicada sobre la pieza metálica es la diferencia entre la tensión del hilo y el peso de la pieza:

$$T - P = m \cdot a_c \quad \rightarrow \quad T - P = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

Despejamos la velocidad:

$$v = \sqrt{\frac{T \cdot R - m \cdot R \cdot g}{m}} = \sqrt{\frac{20 \cdot 0,80 - 0,1 \cdot 0,80 \cdot 9,81}{0,1}} = 12,3 \text{ m/s}$$

La dirección es tangente a la trayectoria y sentido el del movimiento.



43 Un vagón se mueve sobre una vía horizontal con una aceleración constante de 2,5 m/s^2. En el interior, colgado del techo, se coloca un péndulo de longitud L = 1 m y masa m = 300 g.

a) Dibuja el diagrama de fuerzas ejercidas sobre la masa del péndulo para un observador inercial y para otro que está dentro del vagón.

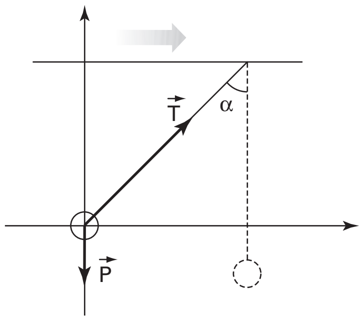
b) Calcula el ángulo que se desvía el péndulo respecto a la vertical.

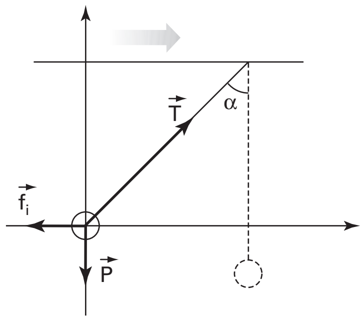
a) Para un observador inercial, fuera del vagón, las fuerzas ejercidas sobre la masa del péndulo son:

- El peso **P**, en la dirección del radio terrestre y sentido hacia el centro de la Tierra.
- La tensión del hilo **T**, en la dirección del hilo que sujeta la masa m.

Para un observador no inercial, dentro del vagón, las fuerzas ejercidas sobre la masa del péndulo son:

- El peso **P,** en la dirección del radio terrestre y sentido hacia el centro de la Tierra: **P** = (0, $-m \cdot g$).
- La tensión del hilo **T,** en la dirección del hilo: **T** = ($T \cdot \sin \alpha$, $T \cdot \cos \alpha$).
- La fuerza de inercia $\mathbf{f}_i$**,** en la dirección del movimiento del vagón y sentido contrario: $\mathbf{f}_i$ = ($-m \cdot a$, 0).





El observador dentro del vagón ve el péndulo en reposo, por tanto, debe plantear las siguientes ecuaciones sobre los ejes:

$$T \cdot \cos \alpha - m \cdot g = 0$$
$$T \cdot \sin \alpha - m \cdot a = 0$$

Separamos las razones trigonométricas:

$$T \cdot \cos \alpha = m \cdot g$$
$$T \cdot \sin \alpha = m \cdot a$$

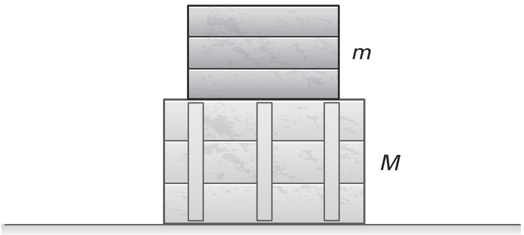
Dividimos las ecuaciones entre sí obteniendo:

$$\tan \alpha = \frac{a}{g}$$

Sustituyendo los datos obtenemos:

$$\tan \alpha = \frac{2,5}{9,81} = 0,25 \quad \rightarrow \quad \alpha = 14,3°$$

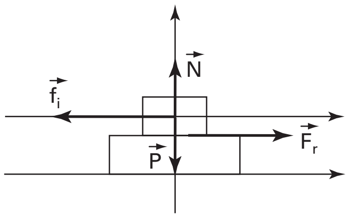
44 Una caja de $m = 2$ kg está colocada sobre otra de masa $M = 5$ kg. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento entre las dos cajas es de $\mu = 0,2$, calcula el valor máximo de la aceleración del conjunto, de manera que la caja de arriba no se deslice sobre la de abajo.



Cuando la caja de abajo se mueve con cierta aceleración a hacia la derecha, la de arriba viaja en un sistema no inercial y sobre ella se ejerce una fuerza de inercia en la dirección del movimiento y hacia la izquierda que la intentará mover en ese sentido.

Las fuerzas sobre la caja de arriba son:

- El peso **P**, en la dirección del radio terrestre y sentido hacia el centro de la Tierra: **P** = $(0, -m \cdot g)$.
- La normal **N,** perpendicular a la superficie de contacto y hacia arriba: **N** = $(0, N)$.
- La fuerza de rozamiento $\mathbf{F}_r$, en la dirección del movimiento y en sentido contrario a este. Como la caja tiende a moverse hacia la izquierda la fuerza de rozamiento va hacia la derecha: $\mathbf{F}_r = (\mu \cdot N, 0)$.
- La fuerza de inercia $\mathbf{f}_i$, en la dirección del movimiento del conjunto y en sentido contrario a este: $\mathbf{f}_i = (-m \cdot a, 0)$.



La caja de arriba está en reposo respecto de la de debajo, de modo que al plantear las ecuaciones sobre los ejes debemos escribir:

$$N - m \cdot g = 0$$
$$\mu \cdot N - m \cdot a = 0$$

Resolviendo el sistema obtenemos:

$$\mu \cdot m \cdot g = m \cdot a \quad \rightarrow \quad a = \mu \cdot g$$

Sustituyendo los datos:

$$a = 0,2 \cdot 9,81 = 2 \text{ m/s}^2$$

45 Enuncia, formula y explica la ley de Hooke. ¿Cómo construirías y calibrarías un dinamómetro?

En los sistemas elásticos, y para pequeñas deformaciones, la fuerza aplicada, F, es directamente proporcional a la deformación producida:

$$F = k \cdot \Delta l$$

La constante de proporcionalidad, k, se denomina constante elástica del sistema y depende exclusivamente del propio sistema.

Un dinamómetro es simplemente un muelle, uno de cuyos extremos se fija en un soporte fijo, un tubo transparente, por ejemplo. Al ejercer una fuerza sobre el otro extremo, el muelle se alarga proporcionalmente a la fuerza. Si se mide esa fuerza, tirando con otro dinamómetro calibrado, se puede marcar la misma en una escala de papel pegada en el tubo. De esta forma el muelle se puede utilizar como dinamómetro calibrado.

46 ¿Qué expresa y significa la constante elástica de un resorte? ¿En que unidad se mide?

Expresa la fuerza necesaria que hay que aplicar sobre un sistema elástico para producir una deformación unidad. En un muelle, por ejemplo, significa la fuerza que hay que aplicar para alargarlo o comprimirlo la unidad de longitud. En el SI se mide en newton por metro (N/m).

47 Una caja de 1,5 kg descansa sobre un plano inclinado 30º respecto a la horizontal y está unida a un punto fijo mediante un muelle. En la posición de equilibrio el muelle está alargado 5 cm. Despreciando el rozamiento, halla:

a) La constante elástica del muelle.

b) La aceleración inicial si se tira de la caja haciéndola deslizar a lo largo del plano inclinado hacia abajo 10 cm respecto a la posición de equilibrio y luego se suelta.

a) Las fuerzas aplicadas sobre la caja son:

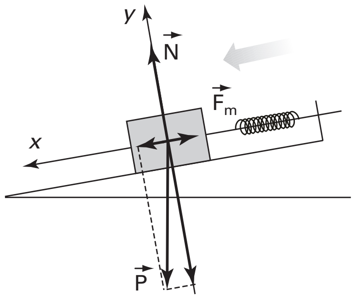
- El peso: $\mathbf{P} = (m \cdot g \cdot \sin 30°, -m \cdot g \cdot \cos 30°)$.
- La normal: $\mathbf{N} = (0, N)$.
- La fuerza que el muelle ejerce sobre ella: $\mathbf{F}_m = (-k \cdot x, 0)$.

Cuando se alcanza el equilibrio, es decir, cuando el muelle se alarga 5 cm, la suma de fuerzas en el eje del movimiento es cero:

$$m \cdot g \cdot \sin 30° - k \cdot x_0 = 0$$

Por tanto, la constante del muelle debe valer:

$$k = \frac{m \cdot g \cdot \sin 30°}{x_0} \rightarrow k = 147{,}2 \text{ N/m}$$



b) Si se estira ahora del muelle 10 cm, la fuerza total, en la dirección del movimiento, sobre la caja será: $F = k \cdot x$. Por tanto, en ausencia de rozamientos:

$$k \cdot x = m \cdot a \rightarrow a = \frac{k}{m} \cdot x \rightarrow a = 9{,}81 \text{ m/s}^2$$

48 Un muelle de constante k = 150 N/m está suspendido del techo de un ascensor. Del otro extremo pende un cuerpo de 2 kg. Halla la deformación producida cuando el ascensor:

a) Sube con velocidad constante.

b) Arranca con aceleración de 1 m/s^2.

Si nos situamos fuera del ascensor:

a) La suma de fuerzas sobre el cuerpo será igual a cero ya que sube con velocidad constante:

$$k \cdot x - m \cdot g = 0 \rightarrow x = \frac{m \cdot g}{k} = 0{,}131 \text{ m}$$

b) En este caso vemos subir el cuerpo con aceleración a = 1 m/s^2, por tanto:

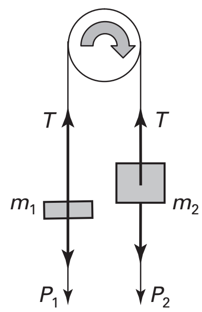
$$k \cdot x - m \cdot g = m \cdot a \rightarrow x = \frac{m \cdot (a + g)}{k} = 0{,}144 \text{ m}$$

49 Una cualquiera de las masas en una máquina de Atwood está unida a una cuerda mediante un muelle de constante elástica 35 N/m, que supondremos sin masa. Si las masas de la máquina son m_1 = 175 g y m_2 = 250 g, ¿cuál es el alargamiento del muelle?

En primer lugar hay que calcular la aceleración del sistema.

Las fuerzas sobre el cuerpo de masa m_1 son:

- El peso $\mathbf{P}_1$, en la dirección del radio terrestre y sentido hacia el centro de la Tierra.
- La tensión $\mathbf{T}$ que la cuerda ejerce sobre el cuerpo.



La ecuación que describe la dinámica del cuerpo 1 será:

$$T - m_1 \cdot g = m_1 \cdot a$$

Supondremos el cuerpo 2 como el conjunto m_2 + muelle. Entonces, las fuerzas sobre este cuerpo son:

- El peso $\mathbf{P}_2$, en la dirección del radio terrestre y sentido hacia el centro de la Tierra.
- La tensión **T** que la cuerda transmite íntegramente y ejerce sobre el cuerpo.

La ecuación que describe la dinámica del cuerpo 2 será:

$$m_2 \cdot g - T = m_2 \cdot a$$

El sistema formado por estas dos ecuaciones permite conocer el valor de la aceleración del sistema. Sumando ambas obtenemos:

$$m_2 \cdot g - m_1 \cdot g = (m_1 + m_2) \cdot a$$

Despejando la aceleración y sustituyendo valores se obtiene:

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \cdot g \qquad a = 1{,}73 \text{ m/s}^2$$

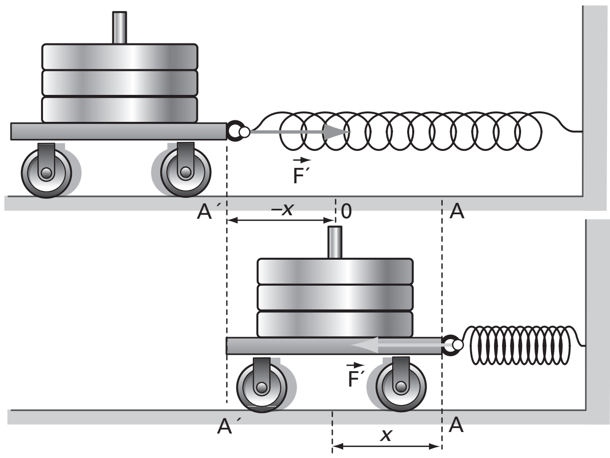
Si aplicamos el segundo principio al cuerpo 2, que baja con esta aceleración, tendremos:

$$m_2 \cdot g - k \cdot x = m_2 \cdot a$$

Despejando y sustituyendo valores:

$$x = \frac{m_2 \cdot (g - a)}{k} = 0{,}058 \text{ m}$$

50 Si la constante del resorte es de 0,4 N/cm y el carrito tiene una masa m = 0,15 kg, haz una gráfica (representando aceleraciones en cm/s^2 y posiciones en cm) centímetro a centímetro desde 0 cm hasta 12 cm cuando, desplazado de la posición de equilibrio hasta esa elongación, se abandona para que oscile.

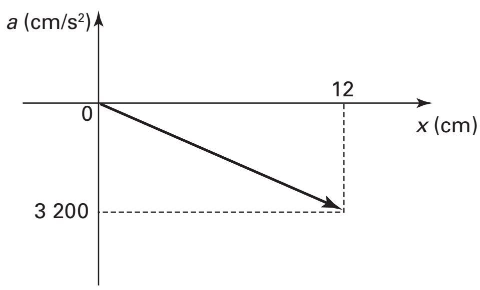


La aceleración en función del desplazamiento es:

$$a = -\omega^2 \cdot x \;\rightarrow\; a = -\frac{k}{m} \cdot x = -\frac{40}{0{,}15} \cdot x \;\rightarrow\; a = -266{,}7 \cdot x$$

Por tanto, la aceleración es directamente proporcional al desplazamiento de forma que la representación será una recta que pasa por el origen:

***x* (cm)**	***a* (cm/s^2)**
0	0
12	–3 200,4



14 La energía. Transferencia de energía: trabajo y calor

1 Un satélite de comunicaciones gira con velocidad constante atraído por la fuerza gravitatoria. Explica cómo hallarías el trabajo realizado por esta fuerza.

El trabajo se puede calcular directamente como el producto de la fuerza gravitatoria por el desplazamiento por el coseno del ángulo que forman, que en este caso es 90º, en todo momento, por tanto:

$$W = F_g \cdot \Delta r \cdot \cos 90^\circ = 0$$

También se puede calcular como diferencias de energía potencial que, como el satélite siempre está a la misma distancia del centro de la Tierra, será siempre la misma y su diferencia será cero:

$$W = -\Delta E_p = 0$$

2 Calcula el trabajo realizado en los siguientes casos:

a) La fuerza necesaria para sostener un saco de yeso de 50 kg en reposo.

b) La fuerza gravitatoria que ejerce el Sol sobre la Tierra.

c) La fuerza total sobre un patinador que, sosteniendo a su pareja de 60 kg, se desliza 2 m a velocidad constante.

El trabajo está definido como el producto de la fuerza por el desplazamiento por el coseno del ángulo que forman:

$$W = F_g \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha$$

a) El trabajo es nulo porque no hay desplazamiento.

b) También es nulo, en este caso la fuerza de atracción gravitatoria que ejerce el Sol sobre la Tierra es siempre perpendicular al desplazamiento del planeta.

c) Al ser la aceleración nula, no hay fuerza resultante, en consecuencia el trabajo será nulo.

3 Un móvil de masa *m* alcanza el tronco de un árbol con velocidad *v* y penetra en él una distancia *d* hasta quedar detenido. Explica cómo se ha transformado la energía del móvil. Si *R* es la fuerza de resistencia que ofrece el árbol a la penetración del móvil, deduce, a partir del teorema de las fuerzas vivas, una fórmula para obtenerla.

La energía cinética del proyectil se emplea en vencer la resistencia del material y penetrar horizontalmente una distancia *d* dentro de él. En consecuencia, el teorema de las fuerzas vivas afirma que la variación de la energía cinética es igual al trabajo realizado:

$$\Delta E_c = W_R \quad \rightarrow \quad 0 - \frac{1}{2}\, m \cdot v^2 = R \cdot d \cdot \cos 180^\circ \quad \rightarrow \quad -\frac{1}{2}\, m \cdot v^2 = -R \cdot d \quad \rightarrow \quad R = \frac{m \cdot v^2}{2\,d}$$

4 Una corredora, con una masa de 55 kg, consigue en una carrera la velocidad de 30 km/h, ¿cuál es su energía cinética?, ¿de dónde la obtiene?

La velocidad expresada en m/s es:

$$v = 30 \text{ km/h} = 30 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 8{,}3 \text{ m/s}$$

La energía cinética es:

$$E_c = \frac{1}{2}\, m \cdot v^2 \quad \rightarrow \quad E_c = \frac{1}{2} \cdot 55 \cdot (8{,}3)^2 = 1\,894{,}5 \text{ J}$$

Son los alimentos, en definitiva, los que aportan al cuerpo la energía necesaria para su correcto funcionamiento.

5 Una moto de 1 200 kg arranca y alcanza una velocidad de 108 km/h en 300 m. Calcula, en julios, el aumento de energía cinética y la fuerza total que actúa sobre la moto.

La velocidad expresada en m/s es:

$$v = 108 \text{ km/h} = 108 \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 30 \text{ m/s}$$

La variación de energía cinética es:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 - 0 = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 1\,200 \cdot 30^2 = 540\,000 \text{ J}$$

El teorema de las fuerzas vivas permite calcular la fuerza neta sobre el automóvil:

$$W = \Delta E_c \quad \rightarrow \quad F \cdot s = \Delta E_c$$

$$F = \frac{\Delta E_c}{s} = \frac{540\,000}{300} = 1\,800 \text{ N}$$

6 Una paracaidista se lanza en caída libre desde 4 000 m de altura. Si la masa, con su equipo, es de 75 kg, ¿cuánto ha disminuido su energía potencial en el momento de abrir el paracaídas, cuando está a 1 500 m del suelo?

La variación de energía potencial gravitatoria es:

$$\Delta E_p = m \cdot g \cdot h_f - m \cdot g \cdot h_i = m \cdot g \cdot (h_f - h_i) = 75 \cdot 9{,}81 \cdot (1\,500 - 4\,000) = -1\,839\,375 \text{ J}$$

La paracaidista está perdiendo energía potencial gravitatoria.

7 Una bomba hidráulica ha llenado un depósito de 500 L situado a 6 m de altura. ¿Qué trabajo ha realizado?

El trabajo será igual a la variación de la energía potencial gravitatoria de los 500 L de agua cuya masa es m = 500 kg:

$$W = \Delta E_p = m \cdot g \cdot h = 500 \cdot 9{,}81 \cdot 6 = 29\,430 \text{ J}$$

8 Una chica empuja horizontalmente una caja de 20 kg con una velocidad constante, recorriendo 8 m en una superficie horizontal, que presenta un rozamiento al deslizamiento de coeficiente μ = 0,35.

a) ¿Qué trabajo realiza la fuerza que aplica sobre la caja?

b) ¿Cuál es el trabajo total sobre la caja?

a) Para que la caja se deslice con velocidad constante la fuerza que debe aplicar paralela al suelo es igual a la fuerza de rozamiento:

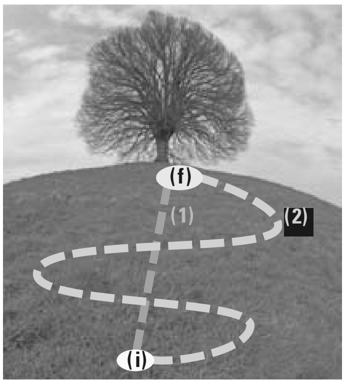
$$F = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g = 0{,}35 \cdot 20 \cdot 9{,}81 = 68{,}7 \text{ N}$$

El trabajo que realiza esta fuerza será:

$$W_F = F \cdot s = 68{,}7 \cdot 8 = 550 \text{ J}$$

b) El trabajo total debe ser cero ya que si la velocidad es constante la variación de la energía cinética es cero.

9 Si caminas hacia el árbol de la figura, te cansas más si sigues la senda (1) que si realizas el camino (2), pero en este caso tardas más. Si solamente tenemos en cuenta la fuerza gravitatoria, ¿cuándo realizarás más trabajo?



Las fuerzas gravitatorias son conservativas, esto indica que el trabajo realizado por ellas, cuando un cuerpo se desplaza dentro del campo gravitatorio, se puede expresar como la diferencia de energías potenciales entre los puntos inicial y final del trayecto. En consecuencia, si se parte del mismo punto de la base de la montaña y se llega al mismo punto de la cima, el trabajo realizado por las fuerzas gravitatorias es el mismo, independientemente del camino seguido entre estos dos puntos.

10 El mecanismo de lanzamiento de una lanzadera espacial de juguete consta de un resorte de constante $k = 80$ N/m. Su longitud se reduce en 10 cm al montarla para el lanzamiento. ¿Qué energía potencial tiene el resorte en esa situación? Si toda la energía potencial elástica se transforma en cinética, ¿con qué velocidad saldrá el cohete, cuya masa es de 5 g?

La energía potencial elástica del resorte es:

$$E_p = \frac{1}{2} k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot 80 \cdot 0{,}10^2 = 0{,}4 \text{ J}$$

En la lanzadera toda la energía potencial elástica del resorte se transforma en energía cinética del proyectil, por tanto:

$$E_p = E_c \rightarrow E_p = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2\,E_p}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}4}{5 \cdot 10^{-3}}} = 12{,}7 \text{ m/s}$$

11 Utilizamos la lanzadera del ejercicio anterior para lanzar verticalmente una bola de acero que tiene una masa de 20 g. Si, al alcanzar la altura máxima, toda la energía potencial elástica se trasforma en potencial gravitatoria, ¿qué altura alcanzará la bola al lanzarla?

En este caso toda la energía potencial elástica del resorte se transforma en energía potencial gravitatoria, por tanto:

$$E_p(\text{elástica}) = E_p(\text{gravitatoria}) \rightarrow 0{,}4 = m \cdot g \cdot h \rightarrow h = \frac{0{,}4}{m \cdot g} = \frac{0{,}4}{0{,}02 \cdot 9{,}81} = 2 \text{ m}$$

12 En la Luna se lanza verticalmente y hacia arriba un objeto de 400 g a una velocidad de 20 m/s. Determina:

a) La altura máxima alcanzada y la energía potencial en ese punto.

b) Las energías potencial y cinética a los 50 m del suelo. (Dato: $g_L = 1{,}63$ N/kg).

a) La altura máxima alcanzada será aquella para la que la velocidad se reduce a cero, en consecuencia, en el instante inicial, toda la energía mecánica es energía cinética: $E_m(\text{i}) = E_c$.

En el estado final, cuando se alcanza la altura máxima, toda la energía mecánica será potencial gravitatoria: $E_m(\text{f}) = E_p$.

Aplicando el principio de conservación de la energía mecánica obtenemos:

$$E_m(\text{i}) = E_m(\text{f}) \rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h$$

$$h = \frac{v^2}{2\,g} = \frac{20^2}{2 \cdot 1{,}63} = 123 \text{ m}$$

La energía potencial gravitatoria será:

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 0{,}4 \cdot 1{,}63 \cdot 123 = 80 \text{ J}$$

b) La energía mecánica siempre es la misma, $E_m = 80$ J. La energía potencial gravitatoria cuando se encuentra a 50 m del suelo será:

$$E'_p = m \cdot g \cdot h' = 0{,}4 \cdot 1{,}63 \cdot 50 = 32{,}6 \text{ J}$$

Por tanto, la energía cinética será:

$$E_m = E'_c + E'_p \rightarrow E'_c = E_m - E'_p = 80 - 32{,}6 = 47{,}4 \text{ J}$$

13 Se lanza un bloque de 1 kg de hielo a la velocidad de 10 m/s por una rampa helada, hacia arriba. Si la pendiente de la rampa es de 30º y el rozamiento se supone nulo, determina:

a) Cómo es la energía mecánica y cuánto vale en las partes más alta y más baja de la rampa.

b) El espacio recorrido por el bloque antes de detenerse.

c) Las energías potencial y cinética cuando ha recorrido 8 m.

a) En la parte de abajo del plano, tomando este como referencia de alturas, toda la energía mecánica es energía cinética por tanto:

$$E_m(\text{i}) = E_c(\text{i}) = \frac{1}{2}\,m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10^2 = 50\ \text{J}$$

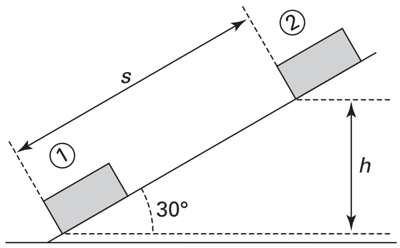
En la parte superior, el bloque se para de forma que toda la energía mecánica, que también valdrá 50 J, es potencial gravitatoria:

$$E_m(\text{f}) = E_p(\text{f}) = 50\ \text{J}$$

b) En la figura se puede observar que $h = s \cdot \sin 30°$, en consecuencia:

$$E_p = m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot s \cdot \sin 30°$$

$$s = \frac{E_p}{m \cdot g \cdot \sin 30°} = \frac{50}{1 \cdot 9{,}81 \cdot \sin 30°} = 10{,}2\ \text{m}$$



c) Si el bloque ha recorrido $s' = 8$ m, estará a una altura:

$$h' = s' \cdot \sin 30° = 8 \cdot \sin 30° = 4\ \text{m}$$

En consecuencia la energía potencial gravitatoria será:

$$E'_p = m \cdot g \cdot h' = 1 \cdot 9{,}81 \cdot 4 = 39{,}2\ \text{J}$$

Como la energía mecánica siempre vale 50 J, la energía cinética, E'_c, será:

$$E_m = E'_c + E'_p \quad \rightarrow \quad E'_c = E_m - E'_p = 50 - 39{,}2 = 10{,}8\ \text{J}$$

14 Un chico de 63 kg que lleva unos patines de 4 kg de masa alcanza una rampa de 30º a la velocidad de 5 m/s. Si en el rozamiento se pierde el 10% de la energía, ¿qué espacio recorrerá en la rampa?

En este caso, como existe rozamiento, la energía mecánica no se conserva. Su variación será la energía transformada no recuperable que es:

$$W_r = -0{,}1\ E_c(\text{i})$$

$$\Delta E_m = W_r = -0{,}1\ E_c(\text{i})$$

En la parte de debajo de la rampa, tomando el suelo como referencia de alturas, toda la energía mecánica es energía cinética: $E_m(\text{i}) = E_c(\text{i})$.

En la parte superior, los patines se paran de forma que toda la energía mecánica es potencial gravitatoria: $E_m(\text{f}) = E_p(\text{f})$.

Por tanto:

$$E_p(\text{f}) - E_c(\text{i}) = W_r \quad \rightarrow \quad m \cdot g \cdot h - E_c(\text{i}) = -0{,}1\ E_c$$

La altura sobre el suelo se puede escribir como: $h = s \cdot \sin 30°$, por tanto:

$$m \cdot g \cdot s \cdot \sin 30° = E_c(\text{i}) - 0{,}1\ E_c(\text{i}) = 0{,}9\ E_c(\text{i})$$

Despejando el espacio recorrido sobre la rampa y sustituyendo valores obtenemos:

$$s = \frac{0{,}9\ E_c(\text{i})}{m \cdot g \cdot \sin 30°} = \frac{0{,}9 \cdot \dfrac{1}{2}\ m \cdot v^2}{m \cdot g \cdot \sin 30°} = \frac{0{,}9\ v^2}{2\ g \cdot \sin 30°} = \frac{0{,}9 \cdot 5^2}{2 \cdot 9{,}81 \cdot \sin 30°} = 2{,}30\ \text{m}$$

15 Situado sobre una mesa se encuentra un objeto de 2,5 kg sujeto a un muelle de constante $k = 300$ N/m. El muelle se estira 15 cm y se suelta. Si entre el objeto y la mesa existe un rozamiento de coeficiente $\mu = 0{,}35$, ¿qué velocidad lleva el cuerpo cuando pasa por la posición $x = 0$ cm?

En este caso, como existe rozamiento, la energía mecánica no se conserva. Su variación será la energía transformada no recuperable: $W_r = -F_r \cdot s$. Por tanto:

$$\Delta E_m = W_r = -F_r \cdot s$$

Cuando el muelle se estira A = 10 cm, toda la energía mecánica es energía potencial elástica:

$$E_m(\mathrm{i}) = E_p(\mathrm{i}) = \frac{1}{2} k \cdot \mathrm{A}^2$$

Cuando pasa por la posición $x = 0$, el cuerpo lleva una cierta velocidad v, de forma que toda la energía mecánica es cinética:

$$E_m(\mathrm{f}) = E_c(\mathrm{f}) = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Por tanto:

$$E_p(\mathrm{f}) - E_c(\mathrm{i}) = -F_r \cdot s \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2} m \cdot v^2 - \frac{1}{2} k \cdot \mathrm{A}^2 = -\mu \cdot N \cdot s$$

Teniendo en cuenta que la normal, N, es igual al peso del cuerpo, despejamos la velocidad:

$$m \cdot v^2 = k \cdot \mathrm{A}^2 - 2\,\mu \cdot m \cdot g \cdot s \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{k \cdot \mathrm{A}^2 - 2\,\mu \cdot m \cdot g \cdot s}{m}}$$

Sustituyendo los datos obtenemos:

$$v = \sqrt{\frac{300 \cdot 0{,}15^2 - 2 \cdot 0{,}35 \cdot 2{,}5 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}15}{2{,}5}} = 1{,}3 \text{ m/s}$$

16 Comprueba que la potencia desarrollada por el motor de un coche que se mueve con una velocidad constante se puede escribir como: $P = F \cdot v$.

La potencia que desarrolla el motor de un coche es:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta s}{\Delta t}$$

Si la velocidad es constante:

$$P = F \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} = F \cdot v$$

17 Una moto de 200 kg arranca y en 10 s alcanza una velocidad de 120 km/h. Calcula, en julios, el aumento de energía cinética. Si, debido al rozamiento, se ha perdido el equivalente al 25% de la E_c, calcula la potencia media del vehículo.

La velocidad expresada en m/s es:

$$v = 120 \text{ km/h} = 120 \cdot \frac{1\,000}{3\,600} \text{ m/s} = 33{,}3 \text{ m/s}$$

La variación de energía cinética es:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 - 0 = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot (33{,}3)^2 = 110\,889 \text{ J}$$

Debido al rozamiento se han transformado en tipos de energía no recuperables:

$$Q = 0{,}25 \cdot 110\,889 = 27\,722 \text{ J}$$

La energía total de la moto será:

$$E = 110\,889 + 27\,722 = 138\,611 \text{ J}$$

Y la potencia valdrá:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{138\,611}{10} = 13\,861 \text{ W} = 13{,}9 \text{ kW}$$

18 Una bomba hidráulica para incendios de 10 kW de potencia es capaz de expulsar 60 m^3/h. ¿Hasta qué altura puede mandar el agua?

La energía que es capaz de transformar en una hora será:

$$P = \frac{E}{t} \rightarrow E = P \cdot t = 10\,000 \cdot 3\,600 = 3{,}6 \cdot 10^7 \text{ J}$$

La masa de agua que es capaz de expulsar en una hora es: $m = 60\,000$ kg, en consecuencia:

$$E = m \cdot g \cdot h \rightarrow h = \frac{E}{m \cdot g} = \frac{3{,}6 \cdot 10^7}{6 \cdot 10^4 \cdot 9{,}81} = 61 \text{ m}$$

19 Calcula en la escala kelvin la temperatura del cuerpo humano (37 °C).

La temperatura Celsius expresada en kelvin sería:

$$T = 273 + T_C = 273 + 37 = 310 \text{ K}$$

20 ¿Te extraña este comentario realizado en Nueva York? «Las temperaturas han sido muy bajas; no han superado los 20º». Calcula la temperatura en grados centígrados.

El presentador de televisión en Nueva York debería haber precisado la escala, que en este caso es la de Fahrenheit. Expresada en Celsius sería:

$$\frac{T_C}{100} = \frac{T_F - 32}{180} \rightarrow T_C = \frac{T_F - 32}{180} \cdot 100 = \frac{20 - 32}{180} \cdot 100 = -6{,}7 \text{ °C}$$

21 ¿A qué temperatura marcan el mismo valor numérico el termómetro Celsius y el Fahrenheit?

La relación entre las temperaturas en ambas escalas es:

$$\frac{T_C}{100} = \frac{T_F - 32}{180}$$

Cuando los termómetros marcan la misma temperatura se cumple: $T_C = T_F = T$. Por tanto:

$$\frac{T_C}{100} = \frac{T - 32}{180} \rightarrow 180\,T = 100\,T - 3\,200 \rightarrow 80\,T = -3\,200 \rightarrow T = -40°$$

22 ¿Qué cantidad de energía es necesaria para calentar 60 L de agua desde 15 °C hasta 50 °C? Expresa el resultado en J y en kWh. Si este calentamiento se hace con energía eléctrica, que cuesta 0,08 €/kWh, calcula el importe de esa energía. (Dato: densidad del agua, $d = 1\,000$ kg m^{-3}).

La masa de 60 L = 0,06 m^3 de agua será, teniendo en cuenta el valor de la densidad:

$$m = d \cdot V = 1\,000 \cdot 0{,}06 = 60 \text{ kg}$$

La energía que hay que suministrar al agua, cuyo calor específico es: $c_e = 4\,180 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$, para elevar la temperatura desde, $T_1 = 15$ °C hasta $T_2 = 50$ °C será:

$$Q = m \cdot c_e \cdot (T_2 - T_1) = 60 \cdot 4\,180 \cdot (50 - 15) = 8\,778\,000 \text{ J}$$

La equivalencia entre kilovatios hora y julios es:

$$1 \text{ kWh} = 1\,000 \text{ W} \cdot 3\,600 \text{ s} = 3\,600\,000 \text{ J}$$

En consecuencia, la energía expresada en kWh será:

$$Q = \frac{8\,778\,000}{3\,600\,000} = 2{,}438 \text{ kWh}$$

Y el importe será:

$$C = 2{,}438 \cdot 0{,}08 = 0{,}2 \text{ €}$$

23 ¿Qué tiempo necesita un calentador eléctrico de 2,5 kW para calentar el agua de un depósito de 80 L desde la temperatura inicial de 18 °C hasta la final de 60 °C?

La cantidad de energía necesaria para aumentar la temperatura, ΔT, una masa m, de agua es:

$$Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T$$

La masa de 80 L de agua son 80 kg, ya que su densidad es: d = 1 kg/L. El calor específico del agua es, en el SI: $c_e = 4\,180$ J kg^{-1} K^{-1}, por tanto:

$$Q = m \cdot c_e \cdot (60 - 18) = 80 \cdot 4\,180 \cdot 42 = 14\,044\,800 \text{ J}$$

Esta energía la proporciona un calentador eléctrico de potencia: P = 2 500 W, por tanto:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta E}{P} = \frac{14\,044\,800}{2\,500} = 5\,618 \text{ s}$$

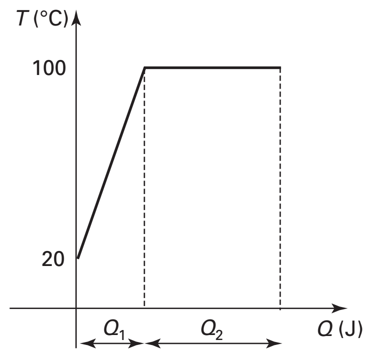
$$\Delta t = \frac{5\,618}{3\,600} = 1{,}56 \text{ h}$$

24 Calcula la cantidad de energía necesaria para transformar 500 g de agua a 25 °C en vapor de agua a 100 °C. (Dato: $L_v = 2\,257\,200$ J kg^{-1} K^{-1}).

El proceso se realiza en dos partes diferenciadas:

1.°) La energía necesaria, Q_1, para aumentar la temperatura del agua desde 25 °C hasta 100 °C. A esta temperatura el agua tiene un cambio de estado, pasa de líquido a gas (vaporización).

2.°) La energía necesaria, Q_2, para que toda la masa de agua cambie el estado.



La energía necesaria en el proceso completo será: $Q = Q_1 + Q_2$.

$$Q_1 = m \cdot c_e \cdot (100 - 25) = 0{,}5 \cdot 4\,180 \cdot 75 = 156\,750 \text{ J}$$

$$Q_2 = m \cdot L_v = 0{,}5 \cdot 2\,257\,200 = 1\,128\,600 \text{ J}$$

$$Q = 156\,750 + 1\,128\,600 = 1\,285\,350 \text{ J}$$

25 Una bola de plomo de 45 g (que inicialmente está a 50 °C) impacta a 350 m/s contra una placa de acero, quedando incrustada. ¿Se fundirá el plomo como consecuencia del choque? Ten en cuenta que la placa de acero no varía su temperatura. (Datos: T_f(Pb) = 330 °C; c_e(Pb) = 0,122 J/(g K); L_f(Pb) = 24,7 J/g).

La energía que se transfiere al plomo de la bala será:

$$\Delta E_c = E_c(\text{f}) - E_c(\text{i}) = 0 - \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad \rightarrow \quad \Delta E_c = -2\,756 \text{ J}$$

La energía de la que se dispone para el posible proceso de fusión es, en consecuencia:

$$\Delta E = Q = 2\,756 \text{ J}$$

Para fundir 45 g de plomo inicialmente a 50 °C se requiere primero una cierta cantidad de energía Q'_1 para elevar la temperatura hasta la temperatura de fusión del plomo, 330 °C.

$$Q'_1 = m \cdot c_{Pb} \cdot (330 - 50) \rightarrow Q'_1 = 45 \cdot 0{,}122 \cdot 280 = 1\,537{,}2 \text{ J}$$

Después se requiere una cantidad de energía Q'_2 para cambiar el estado de sólido a líquido:

$$Q'_2 = m \cdot L_f \quad \rightarrow \quad Q'_2 = 45 \cdot 24{,}7 = 1\ 111{,}5 \text{ J}$$

En total:

$$Q' = Q'_1 + Q'_2 = 2\ 648{,}7 \text{ J}$$

Por tanto:

$$Q' < Q$$

Se funde todo el plomo y sobran: $Q - Q' = 107{,}3$ J; que se emplearán en aumentar la temperatura del plomo líquido por encima de los 330 °C.

26 Se sumergen 50 g de hierro a 25 °C dentro de 250 g de agua a 80 °C. Después de cierto tiempo, la temperatura de la mezcla es de 78,9 °C. Si no hay intercambios de energía con el exterior, ¿cuál será el calor específico del hierro?

Cuando dos cuerpos a distinta temperatura se ponen en contacto, al cabo de un cierto tiempo, los dos acaban a la misma temperatura. A este fenómeno se le denomina equilibrio térmico. Si no hay intercambios de energía con el exterior, en el equilibrio se cumple: $Q = 0$.

La temperatura en el equilibrio es 78,9 °C, por tanto, la energía que transfiere el agua al aluminio será:

$$Q_1 = m \cdot c_e \cdot (78{,}9 - 80) = 0{,}25 \cdot 4\ 180 \cdot (-1{,}1) = -1\ 149{,}5 \text{ J}$$

Esta energía la utiliza el aluminio para elevar su temperatura:

$$Q_2 = m \cdot c_e \cdot (78{,}9 - 25) = 0{,}05 \cdot c_e \cdot 53{,}9 = 2{,}7\ c_e \text{ J}$$

En el equilibrio se cumple:

$$Q = Q_1 + Q_2 = 0 \quad \rightarrow \quad -1\ 149{,}5 + 2{,}7\ c_e = 0 \quad \rightarrow \quad c_e = 426 \ \frac{\text{J}}{\text{kg °C}}$$

27 ¿Cuántos gramos de hielo a 0 °C hay que añadir a un vaso que contiene 200 g de agua a 25 °C para que la temperatura final del sistema sea de 5 °C? (Datos: $L_f = 334\ 400$ J/kg; $c_e = 4\ 180$ J/(kg °C)).

La temperatura en el equilibrio es 5 °C, por tanto, la energía que transfiere el agua caliente será:

$$Q_1 = m \cdot c_e \cdot (5 - 25) = 0{,}2 \cdot 4\ 180 \cdot (-20) = -16\ 720 \text{ J}$$

Esta es la energía que deben utilizar m kilogramos de hielo a 0 °C para fundirse, Q'_1, y, a continuación, elevar su temperatura hasta los 5 °C, Q'_2. Por tanto:

$$Q_2 = Q'_1 + Q'_2 = m \cdot L_f + m \cdot c_e \cdot (5 - 0) = 334\ 400\ m + 4\ 180 \cdot 5\ m = 355\ 300\ m \text{ J}$$

En el equilibrio se cumple:

$$Q = Q_1 + Q_2 = 0 \quad \rightarrow \quad -16\ 720 + 355\ 300\ m = 0 \quad \rightarrow \quad m = 0{,}047 \text{ kg de hielo}$$

28 Al suministrar 100 cal a una determinada cantidad de gas, se expande a presión constante de $p = 101\ 000$ N/m^2, aumentando el volumen 2 L.

a) ¿Qué trabajo de expansión realiza el gas?

b) ¿Cuál será la variación de energía interna del gas?

a) El trabajo de expansión, aplicando el convenio de signos, debe ser negativo, ya que lo realiza el gas. Utilizando el SI de unidades: $\Delta V = 2 \cdot 10^{-3}$ m^3.

$$W = -p \cdot \Delta V = -101\ 000 \cdot 0{,}002 = -202 \text{ J}$$

b) El calor suministrado es positivo, expresado en julios será:

$$Q = 100 \cdot 4{,}18 = 418 \text{ J}$$

Por tanto:

$$\Delta U = Q + W = 418 - 202 = 216 \text{ J}$$

29 Al calentar medio litro de agua, la energía interna aumenta en 85 000 J. Si suponemos que no se ha incrementado el volumen:

a) ¿Qué trabajo realiza el sistema?

b) ¿Cuál será la variación de temperatura que experimenta el agua? (Dato: c_e = 4 180 J/(kg · ºC)).

a) Si no hay variación en el volumen el trabajo será: $W = 0$.

b) Como: $\Delta U = W + Q$, el calor será igual a la variación de energía interna:

$$Q = \Delta U = 85\,000 \text{ J}$$

Como:

$$Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T \quad \rightarrow \quad \Delta T = \frac{Q}{m \cdot c_e} = \frac{85\,000}{0{,}5 \cdot 4\,180} = 40{,}7 \text{ °C}$$

30 Un gas absorbe 24 000 cal, manteniendo su temperatura constante.

a) ¿Cuánto se ha incrementado su energía interna?

b) ¿Qué trabajo realiza el sistema?

a) La energía interna solo depende de la temperatura y de la masa, en consecuencia si no hay variación de la temperatura ni de la masa: $\Delta U = 0$.

b) Como: $\Delta U = W + Q \quad \rightarrow \quad 0 = W + Q \quad \rightarrow \quad W = -Q = -24\,000$ cal.

31 ¿Qué expresión es la correcta? Indica por qué:

a) Se ha perdido energía mecánica.

b) Se ha transformado la energía mecánica.

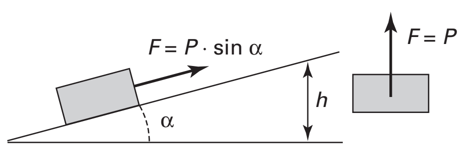
c) Ha desaparecido la energía mecánica.

La cantidad de energía se conserva, no se pierde, ni desaparece, ni tampoco se crea, solo se transforma, en consecuencia, la frase más correcta es la segunda.

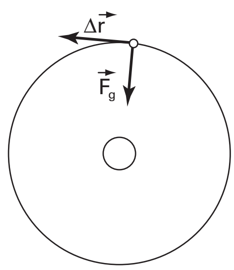
32 Los egipcios subían las piedras utilizadas para construir las pirámides mediante planos inclinados, en vez de elevarlas directamente mediante una polea. ¿Es distinto el trabajo realizado sobre la piedra por las fuerzas gravitatorias según el camino elegido?

Las fuerzas gravitatorias son conservativas, en consecuencia, el trabajo para trasladar la piedra no depende del camino escogido.

Si se sube la piedra en vertical hay que aplicar una fuerza igual a su peso y se recorre un espacio igual a la altura. Utilizando un plano inclinado se recorre mucho más camino hasta alcanzar la altura requerida pero la fuerza que hay que aplicar es mucho menor, de forma que el trabajo es exactamente el mismo.

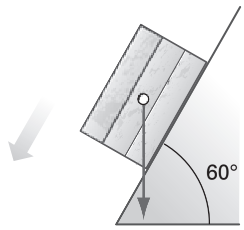


33 La Luna gira con velocidad constante alrededor de la Tierra debido a la fuerza de atracción gravitatoria que sobre la Luna ejerce nuestro planeta. Calcula el trabajo realizado por esta fuerza.



El trabajo realizado es cero ya que la fuerza gravitatoria es siempre perpendicular al desplazamiento.

34 Una caja de 5 kg se deja en un plano de 60º. Determina el trabajo de las distintas fuerzas y la energía cinética a los 2 m de recorrido. (Coeficiente de rozamiento: $\mu = 0{,}35$).

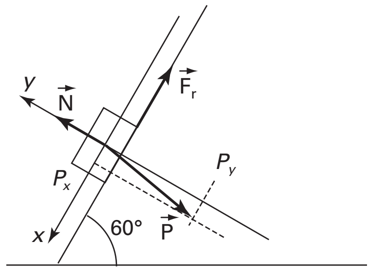


Las fuerzas que realizan trabajo son las que tienen la dirección del desplazamiento, es decir, P_x y F_r:

$$P_x = m \cdot g \cdot \sin 60° = 5 \cdot 9{,}81 \cdot \sin 60° = 42{,}5 \text{ N}$$

Su trabajo es:

$$W_1 = P_x \cdot s \cdot \cos 0° = 42{,}5 \cdot 2 \cdot 1 = 85 \text{ J}$$



La fuerza de rozamiento es:

$$F_r = -\mu \cdot N = -\mu \cdot P_y = -\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 60° =$$
$$= -0{,}35 \cdot 5 \cdot 9{,}81 \cdot \cos 60° = -8{,}6 \text{ N}$$

El trabajo debido a esta fuerza es:

$$W_2 = F_r \cdot s = -8{,}6 \cdot 2 \cdot \cos 180° = -17{,}2 \text{ J}$$

La energía cinética se puede calcular utilizando el teorema de las fuerzas vivas:

$$W_{\text{total}} = \Delta E_c \quad \rightarrow \quad W_1 + W_2 = E_c(\text{f}) \quad \rightarrow \quad E_c(\text{f}) = 85 - 17{,}2 = 67{,}8 \text{ J}$$

35 ¿En qué relación se encuentran las energías potenciales en un resorte de constante $k = 600$ N/m cuando sus elongaciones son $x_1 = 2$ cm y $x_2 = 8$ cm?

La energía potencial elástica de un resorte es:

$$E_p = \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

La relación entre las elongaciones dadas sería:

$$\frac{E_p\,(2)}{E_p\,(1)} = \frac{\frac{1}{2} k \cdot x_2^2}{\frac{1}{2} k \cdot x_1^2} = \frac{x_2^2}{x_1^2} = \frac{8^2}{2^2} = 16 \quad \rightarrow \quad E_p(2) = 16 \cdot E_p(1)$$

36 Cuando un cuerpo se desplaza por una superficie con aceleración constante, ¿qué trabajo realiza la fuerza normal de reacción ejercida por la superficie sobre el cuerpo?

El trabajo es cero ya que la normal es perpendicular a la superficie y, por tanto, al desplazamiento.

37 La fuerza recuperadora de un resorte viene dada por $F = -5\,x$, siendo x la elongación y F la fuerza, en unidades del SI.

a) Representa gráficamente F en función de x.

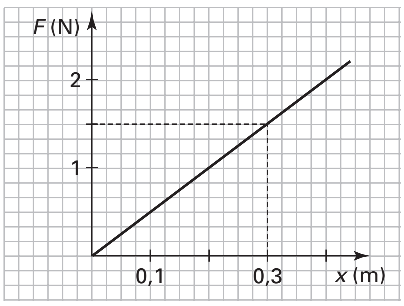
b) Como el trabajo viene dado por el área entre la fuerza, F, el eje de abscisas y las ordenadas que pasan por los extremos de la elongación, halla el trabajo de la fuerza que alargue 30 cm ese resorte.

c) ¿Qué energía potencial tiene el resorte en esa situación?

Analiza las respuestas obtenidas en los apartados anteriores.

a) La fuerza que hay que aplicar al resorte será $F = 5\,x$, cuya gráfica será una recta que pasa por el origen y cuya pendiente es la constante elástica:

$$k = 5 \text{ N/m}$$



b) El trabajo calculado como el área del triángulo será:

$$A = W = \frac{0{,}3 \cdot 1{,}5}{2} = 0{,}23 \text{ J}$$

c) En esta situación el trabajo realizado será la energía potencial del resorte:

$$E_p = W = 0{,}23 \text{ J}$$

Si calculamos la energía potencial elástica del resorte cuando se ha deformado $x = 0{,}3$ m, obtendríamos:

$$E_p = \frac{1}{2} k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 0{,}3^2 = 0{,}23 \text{ J}$$

La cual coincide con la calculada geométricamente.

38 Un cuerpo que se desliza por una superficie horizontal tiene en un momento dado una velocidad de 10 m/s. Si la masa del cuerpo es de 2 kg y el coeficiente de rozamiento es $\mu = 0{,}2$, calcula:

a) La fuerza de rozamiento.

b) El trabajo de esa fuerza.

c) El espacio recorrido por el cuerpo hasta detenerse desde el momento indicado.

a) El valor de la fuerza de rozamiento por deslizamiento está definido como: $F_r = \mu \cdot N$.

Si el cuerpo desliza por un plano horizontal, la normal es igual al peso del cuerpo, en consecuencia:

$$F_r = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g = 0{,}2 \cdot 2 \cdot 9{,}81 = 3{,}9 \text{ N}$$

b) El teorema de las fuerzas vivas afirma que el trabajo sobre el cuerpo debe ser la variación de su energía cinética. Por tanto:

$$W_r = \Delta E_c \quad \rightarrow \quad W_r = 0 - \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = -100 \text{ J}$$

c) Del propio teorema de las fuerzas vivas obtenemos:

$$W_r = \Delta E_c \quad \rightarrow \quad -F_r \cdot s = -100 \quad \rightarrow \quad s = \frac{100}{F_r} = \frac{100}{3{,}9} = 25{,}6 \text{ m}$$

39 Se lanza verticalmente hacia arriba un objeto de 0,5 kg con una energía cinética de 25 J. Calcula:

a) La altura alcanzada si no hay rozamiento del aire.

b) La energía potencial máxima.

c) La energía potencial cuando la velocidad es 1/5 de la velocidad inicial.

a) Si no hay rozamientos la energía mecánica se conserva:

- En el instante inicial, toda la energía mecánica es cinética:

$$E_m(\text{i}) = E_c$$

- En el instante final, toda la energía mecánica es potencial gravitatoria:

$$E_m(\text{f}) = m \cdot g \cdot h_f$$

Aplicando su conservación obtenemos:

$$E_m(\text{i}) = E_m(\text{f}) \quad \rightarrow \quad E_c = m \cdot g \cdot h_f \quad \rightarrow \quad h_f = \frac{E_c}{m \cdot g} = \frac{25}{0{,}5 \cdot 9{,}81} = 5{,}1 \text{ m}$$

b) La energía potencial máxima (final) será igual a la energía cinética (inicial):

$$E_p = E_c = 25 \text{ J}$$

c) Si $v = \frac{v_0}{5}$, la energía cinética sería:

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} m \cdot \left(\frac{v_0}{5}\right)^2 = \frac{1}{25} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = \frac{1}{25} E_c(\text{i}) = \frac{25}{25} = 1 \text{ J}$$

La energía mecánica se conserva, por tanto, la energía potencial será:

$$E_p = 25 - 1 = 24 \text{ J}$$

40 Una caja de 10 kg de masa se desliza por un plano inclinado 45° con la horizontal sin rozamiento. Halla la energía cinética cuando ha recorrido 4 m, si la velocidad inicial es v_0 = 5 m/s, y el trabajo realizado en el descenso.

Tomando como referencia de alturas el instante final y teniendo en cuenta que no existe rozamiento, la energía mecánica se conserva:

$$E_m(\text{i}) = E_m(\text{f})$$

En el instante inicial la energía mecánica es la suma de la energía cinética y la potencial gravitatoria, escribiendo la altura bajada como: $h = s \cdot \sin 45°$, obtenemos:

$$E_m(\text{i}) = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot s \cdot \sin 45°$$

En el instante final toda la energía mecánica será cinética:

$$E_m(\text{f}) = E_c(\text{f})$$

Aplicando la conservación obtenemos:

$$\frac{1}{2} m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot s \cdot \sin 45° = E_c(\text{f}) \quad \rightarrow \quad E_c(\text{f}) = 402{,}5 \text{ J}$$

El trabajo realizado es, según el teorema de las fuerzas vivas:

$$W = \Delta E_c = 402{,}5 - 125 = 277{,}5 \text{ J}$$

41 En una montaña rusa, la altura de uno de los picos es h_A= 15 m y la del siguiente es de h_B = 10 m. Cuando un vagón pasa por el primero, la velocidad que lleva es v_A = 5 m/s. Si la masa del vagón más la de los pasajeros es de 500 kg, calcula:

a) La velocidad del vagón al pasar por el segundo pico en el caso de que no haya rozamientos.

b) Si la velocidad real con la que pasa por el segundo pico es v_B = 8 m/s, ¿cuánto vale el trabajo realizado por las fuerzas de rozamiento?

a) Si no hay rozamientos la energía mecánica se conserva, por tanto:

$$E_m(\text{A}) = E_m(\text{B})$$

En el pico A:

$$E_m(\text{A}) = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h_A = 12{,}5\, m + 147{,}15\, m = 159{,}65\, m$$

En el B:

$$E_m(\text{B}) = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 + m \cdot g \cdot h_B = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 + 98{,}1\, m$$

Igualando:

$$159{,}65\ m = \frac{1}{2}\ m \cdot v_B^2 + 98{,}1\ m$$

Simplificando por la masa del vagón y despejando la velocidad obtenemos:

$$v_B = 11{,}1\ \text{m/s}$$

b) Si existen rozamientos la energía mecánica no se conserva. La variación es el trabajo realizado por las fuerzas de rozamiento, por tanto:

$$W_r = \Delta E_m$$

$$E_m(A) = \frac{1}{2}\ m \cdot v_A^2 + m \cdot g \cdot h_A = 159{,}65\ m = 79\ 825\ \text{J}$$

$$E_m(B) = \frac{1}{2}\ m \cdot v_B^2 + m \cdot g \cdot h_B = 32\ m + 98{,}1\ m = 130{,}1\ m = 65\ 050\ \text{J}$$

Y la variación es:

$$W_r = E_m(B) - E_m(A) = 65\ 050 - 79\ 825 = -14\ 775\ \text{J}$$

42 Un martillo perforador de 800 kg de masa, en su primer descenso penetra 0,6 m, cayendo desde 10 m de altura respecto al suelo. Si el descenso se ha hecho en caída libre, calcula la resistencia media del terreno.

En el estado inicial, cuando el martillo se encuentra arriba, toda la energía mecánica es potencial gravitatoria:

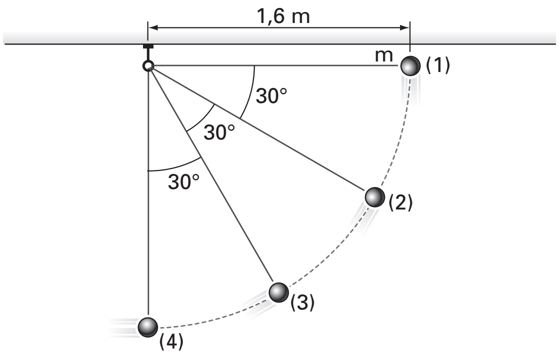
$$E_m(i) = m \cdot g \cdot h = 800 \cdot 9{,}81 \cdot 10 = 78\ 480\ \text{J}$$

Esta energía se utiliza en penetrar 0,6 m en el suelo venciendo la resistencia del terreno:

$$R \cdot s = 78\ 480 \quad \rightarrow \quad R = \frac{78\ 480}{s} = \frac{78\ 480}{0{,}6} = 130\ 800\ \text{N}$$

La dirección será la del movimiento del martillo y el sentido contrario al de este.

43 Un péndulo de $l = 1{,}6$ m se deja oscilar desde la posición (1). Considerando que no hay rozamiento, calcula la velocidad del péndulo en las posiciones (2), (3) y (4). ¿Cuál es la energía cinética y cuál la energía potencial en (2) y (3) si $m = 100$ g?



La masa del péndulo transforma energía potencial gravitatoria desde A hasta D en energía cinética. La energía mecánica se conserva en todo el proceso.

Tomando como referencia de alturas la posición (1) del péndulo obtenemos:

- Altura entre (1) y (2): $h_2 = l \cdot \sin 30° = 1{,}6 \cdot \sin 30° = 0{,}8$ m.

$$E_m(1) = E_m(2) \quad \rightarrow \quad 0 = \frac{1}{2}\ m \cdot v_2^2 + m \cdot g \cdot (-h_2)$$

$$\frac{1}{2}\ m \cdot v_2^2 = m \cdot g \cdot h_2$$

$$v_2 = \sqrt{2\ g \cdot h_2} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}8} = 4\ \text{m/s}$$

- Altura entre (1) y (3): $h_3 = l \cdot \sin 60° = 1{,}6 \cdot \sin 60° = 1{,}39$ m.

$$\frac{1}{2} m \cdot v_3^2 = m \cdot g \cdot h_3$$

$$v_3 = \sqrt{2\ g \cdot h_3} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}39} = 5{,}2 \text{ m/s}$$

- Altura entre (1) y (4): $h_4 = l = 1{,}6$ m. Por tanto, la velocidad sería:

$$v_4 = \sqrt{2\ g \cdot h_4} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}6} = 5{,}6 \text{ m/s}$$

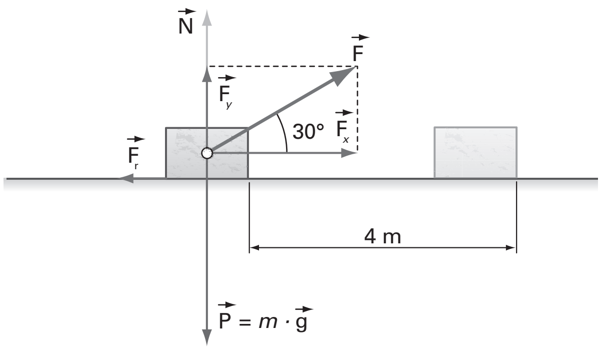
Para calcular las energías cinética y potencial gravitatoria en (2), basta calcular una de ellas, porque son iguales:

$$-E_p(2) = E_c(2) = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}1 \cdot 4^2 = 0{,}8 \text{ J}$$

En el punto (3) sería:

$$-E_p(3) = E_c(3) = \frac{1}{2} m \cdot v_3^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}1 \cdot 5{,}2^2 = 1{,}35 \text{ J}$$

44 Un objeto de 15 kg de masa se desplaza 4 m en una superficie horizontal bajo la acción de una fuerza de 50 N que forma un ángulo de 30º con el desplazamiento. La fuerza de rozamiento entre el cuerpo y el suelo se opone al avance. Calcula el trabajo de cada fuerza y el trabajo total considerando un coeficiente de rozamiento de valor $\mu = 0{,}25$.



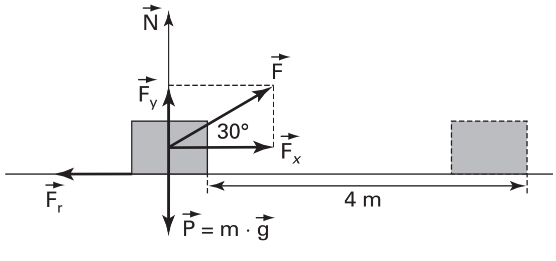
Solo realizan trabajo las fuerzas F_x y F_r que son las fuerzas en la dirección del desplazamiento.

- Trabajo de F_x:

$W_1 = F_x \cdot s = F \cdot \cos 30° \cdot s = 50 \cdot 4 \cdot \cos 30° = 173{,}2$ J

- Trabajo de F_r:

$$W_2 = F_r \cdot s \cdot \cos 180° = -\mu \cdot N \cdot s \cdot (-1)$$



La normal, N, se tiene que hallar planteando el segundo principio de la dinámica sobre el eje vertical:

$N + F_y - m \cdot g = 0 \quad \rightarrow \quad N = m \cdot g - F_y = m \cdot g - F \cdot \sin 30° = 15 \cdot 9{,}81 - 50 \cdot \sin 30° = 122{,}2$ N

Por tanto:

$$W_2 = -0{,}25 \cdot 122{,}2 \cdot 4 = -122{,}2 \text{ J}$$

El trabajo total será la suma de estos trabajos:

$$W = W_1 + W_2 = 173{,}2 - 122{,}2 = 51 \text{ J}$$

45 Cuando una bola de 150 g de masa choca contra un péndulo balístico de 10 kg de masa, se observa que el centro de gravedad del péndulo se eleva una altura de 15 cm y la bola queda incrustada en el péndulo. Calcula la velocidad de la bola.

En el choque inelástico que se produce entre la bola y el péndulo plantearemos la conservación del momento lineal del sistema.

En el instante inicial, solo se mueve la bola, por tanto, el momento lineal del sistema será:

$$p_i = m \cdot v$$

Después del choque de la bola y el péndulo, se mueven juntos formando un solo cuerpo de masa la suma de las masas. Por tanto el momento lineal del sistema será:

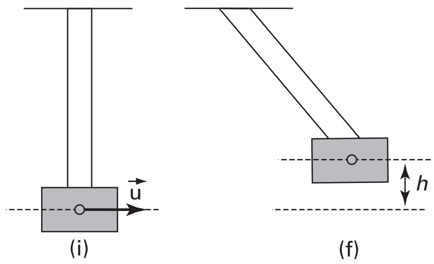
$$p_f = (m + M) \cdot u$$

Aplicando la conservación del momento obtenemos:

$$p_i = p_f \rightarrow m \cdot v = (m + M) \cdot u \rightarrow v = \frac{m + M}{m} \cdot u$$

En este segundo paso el sistema que ha adquirido la velocidad u, se eleva hasta una cierta altura h, referida a la dirección inicial del movimiento de la bola. La energía mecánica del sistema se conserva, en consecuencia:

$$E_m(\text{i}) = E_m(\text{f})$$



En el instante inicial toda la energía mecánica es energía cinética, por tanto:

$$E_m(\text{i}) = \frac{1}{2} \cdot (m + M) \cdot u^2$$

En el estado final toda la energía mecánica es energía potencial gravitatoria, por tanto:

$$E_m(\text{f}) = (m + M) \cdot g \cdot h$$

La conservación implica que:

$$\frac{1}{2} \cdot (m + M) \cdot u^2 = (m + M) \cdot g \cdot h \rightarrow u = \sqrt{2\, g \cdot h}$$

Sustituyendo esta velocidad en la ecuación del choque obtenemos:

$$v = \frac{m + M}{m} \cdot \sqrt{2\, g \cdot h}$$

Sustituyendo los datos obtenemos:

$$v = \frac{0{,}15 + 10}{0{,}15} \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}15} = 116 \text{ m/s}$$

46 El tren de esta atracción, de 10 t, «riza el rizo» cuyo radio mide 3 m. Calcula, considerando los rozamientos nulos:

a) La mínima energía cinética que debe tener el tren en el punto más alto del trayecto circular del rizo.

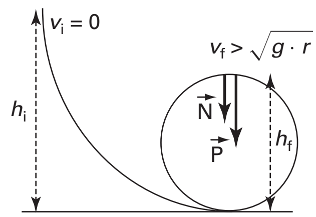
b) La altura mínima, referida a la base del rizo, desde la que al dejar caer el tren se describa el rizo.

a) Las fuerzas que actúan sobre el coche en el punto más alto del rizo son:

- El peso: $\boldsymbol{P} = (0, m \cdot g)$.
- La normal: $\mathbf{N} = (0, N)$.

Como el movimiento es circular, la suma de estas fuerzas debe ser igual a la masa por la aceleración centrípeta:

$$m \cdot g + N = m \cdot \frac{v^2}{r}$$



La mínima velocidad sería aquella que hace $N = 0$, de forma que:

$$m \cdot g = m \cdot \frac{v_{min}^2}{r} \rightarrow v_{min}^2 = g \cdot r = 9{,}81 \cdot 3 = 29{,}4\ m^2/s^2$$

La energía cinética será:

$$E_c = \frac{1}{2}\, m \cdot v_{min}^2 = \frac{1}{2} \cdot 10\,000 \cdot 29{,}4 = 147\,000\ J$$

b) Como no hay rozamientos, la energía mecánica se conserva, por tanto:

$$\Delta E_m = 0 \rightarrow E_m(f) - E_m(i) = 0$$

- El instante inicial, el de la salida del tren, solo tiene energía potencial gravitatoria:

$$E_m(i) = m \cdot g \cdot h_i$$

- El instante final, cuando pasa por el punto más alto del rizo, tiene energía cinética y potencial gravitatoria (se encuentra a una altura $h_f = 2\ r$):

$$E_m(f) = m \cdot g \cdot h_f + \frac{1}{2}\, m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot 2\ r + \frac{1}{2}\, m \cdot g \cdot r = \frac{5}{2}\, m \cdot g \cdot r$$

Por tanto obtenemos:

$$\frac{5}{2}\, m \cdot g \cdot r - m \cdot g \cdot h_i = 0 \rightarrow h_i = \frac{5}{2}\, r \rightarrow h_i = 7{,}5\ m$$

47 Un resorte de constante 500 N/m está unido a un punto fijo por uno de sus extremos y por el otro, a un carrito de 250 g que rueda por un carril sin rozamiento apreciable en un plano horizontal. Se tira del carrito, desplazándolo 20 cm de su posición de equilibrio, y después se suelta.

a) Al volver a la posición inicial, ¿qué velocidad tendrá?

b) Calcula su energía cinética y su energía potencial al pasar por un punto situado a 6 cm antes de llegar a la posición de equilibrio.

a) La energía mecánica se conserva y su valor es:

$$E_m = \frac{1}{2}\, k \cdot A^2$$

La energía potencial elástica en la posición de equilibrio, $x = 0$, es cero, en consecuencia toda la energía es cinética:

$$\frac{1}{2}\, m \cdot v^2 = \frac{1}{2}\, k \cdot A^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{k \cdot A^2}{m}} = \sqrt{\frac{500 \cdot (0{,}2)^2}{0{,}25}} = 8{,}9\ m/s$$

b) La energía potencial elástica será:

$$E_p = \frac{1}{2}\, k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot (6 \cdot 10^{-2})^2 = 0{,}9\ J$$

Como la energía mecánica se conserva, la suma de la energía cinética y la potencial elástica será:

$$E_c + \frac{1}{2}\, k \cdot x^2 = \frac{1}{2}\, k \cdot A^2 \rightarrow E_c = \frac{1}{2}\, k \cdot A^2 - \frac{1}{2}\, k \cdot x^2 = \frac{1}{2}\, k \cdot (A^2 - x^2)$$

Sustituyendo los datos obtenemos:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot (0{,}2^2 - 0{,}06^2) = 9{,}1 \text{ J}$$

48 Un cuerpo de 375 g está en contacto con un muelle de constante 400 N/m comprimido una longitud de 5 cm.

a) Si el muelle se coloca en posición vertical, el cuerpo queda inicialmente a 10 cm de altura. En caso de soltar el muelle, ¿qué altura máxima alcanza el cuerpo?

b) Si se coloca horizontal sobre una mesa que presenta un rozamiento de coeficiente $\mu = 0{,}20$, ¿qué distancia recorre el cuerpo sobre la mesa una vez dejado en libertad?

a) La energía mecánica se conserva, por tanto:

$$\Delta E_m = 0 \quad \rightarrow \quad E_m(\text{f}) - E_m(\text{i}) = 0$$

- En el estado final ($v_f = 0$), el cuerpo solo tiene energía potencial gravitatoria:

$$E_m(\text{f}) = m \cdot g \cdot h_f$$

- En el estado inicial el cuerpo tiene energía potencial gravitatoria y energía potencial elástica:

$$E_m(\text{i}) = m \cdot g \cdot h_i + \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

Aplicando la conservación de la energía mecánica obtenemos:

$$m \cdot g \cdot h_f = m \cdot g \cdot h_i + \frac{1}{2} k \cdot x^2 \quad \rightarrow \quad h_f = \frac{m \cdot g \cdot h_i + \frac{1}{2} k \cdot x^2}{m \cdot g} \quad \rightarrow \quad h_f = 0{,}24 \text{ m} = 24 \text{ cm}$$

b) Al existir rozamiento la energía mecánica no se conserva, pero se cumple:

$$\Delta E_m = W_r \quad \rightarrow \quad E_m(\text{f}) - E_m(\text{i}) = W_r$$

Donde W_r es el trabajo realizado por las fuerzas de rozamiento. Por tanto:

- En el estado final ($v_f = 0$), el cuerpo no tiene ni energía cinética ni potencial:

$$E_m(\text{f}) = 0$$

- En el estado inicial el cuerpo solo tiene energía potencial elástica:

$$E_m(\text{i}) = \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

- El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es:

$$W_r = F_r \cdot d \cdot \cos 180° = -\mu \cdot N \cdot d = -\mu \cdot m \cdot g \cdot d$$

Por tanto:

$$0 - \frac{1}{2} k \cdot x^2 = -\mu \cdot m \cdot g \cdot d$$

Despejando la distancia recorrida por el cuerpo y sustituyendo valores obtenemos:

$$d = \frac{k \cdot x^2}{2\,\mu \cdot m \cdot g} \quad \rightarrow \quad d = 0{,}68 \text{ m}$$

49 Desde 1 m de altura dejas caer una bola de acero que pesa 200 g sobre un piso firme y pulido y la bola rebota hasta 30 cm. ¿Hay conservación de la energía mecánica? Si se ha perdido energía mecánica, calcula cuánta y dónde se ha ido esa energía.

No hay conservación de la energía mecánica, el choque con el piso no es elástico, en consecuencia la energía cinética no se conserva y la bola no sube a la misma altura.

La energía transformada como no recuperable es la diferencia de energía potencial de la bola:

$$\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1} = m \cdot g \cdot h_2 - m \cdot g \cdot h_1 = m \cdot g \cdot (h_2 - h_1) = 0{,}2 \cdot 9{,}81 \cdot (0{,}3 - 1) = -1{,}37 \text{ J}$$

Esta energía se transforma fundamentalmente en:

- Trabajo de deformación de la bola y el piso.
- Energía interna del piso y de la bola aumentando su temperatura.

50 Define kWh y explica por qué esta unidad es tan práctica.

Es una unidad de energía. Expresa la energía transformada por un aparato de 1 kW de potencia funcionando durante una hora.

Esta unidad es muy práctica porque es suficiente multiplicar la potencia del aparato por el tiempo, en horas, durante el que está funcionando para obtener la energía transformada. Se utiliza cotidianamente en electricidad. Su equivalencia en julios es:

$$1 \text{ kWh} = 1\,000 \text{ W} \cdot 3\,600 \text{ s} = 3\,600\,000 \text{ J}$$

51 Define el concepto de potencia e indica uno o varios ejemplos ilustradores. Cita las unidades más frecuentes de potencia.

Las transformaciones de energía son independientes del tiempo, sin embargo, no es igual transformar un julio de energía en un segundo que en una hora. La potencia relaciona la cantidad de energía transformada y el tiempo en el que se realiza la transformación.

La potencia está definida como la energía transformada en la unidad de tiempo. En el SI se mide en vatios (W).

$$P = \frac{\Delta E}{t} \quad \rightarrow \quad 1 \text{ W} = \frac{1 \text{ J}}{1 \text{ s}}$$

Las unidades más utilizadas de potencia son:

- El kilovatio (kW) y el megavatio (MW): 1 kW = 10^3 W; 1 MW = 10^6 W.
- El caballo de vapor (CV): 1 CV = 735 W.

52 Por una cascada de 60 m de altura caen 50 m^3 de agua por segundo. ¿Cuántas bombillas de 100 W se podrían encender si se pudiese aprovechar el 75% de la energía producida por la caída del agua?

El volumen de agua que se mueve en cada segundo es $V = 50 \text{ m}^3 = 50\,000$ L; que corresponde a una masa de agua de 50 000 kg en cada segundo.

La energía que puede suministrar la cascada en cada segundo viene dada por:

$$P = m \cdot g \cdot h$$

Sustituyendo valores:

$$P = 5 \cdot 10^4 \cdot 9{,}81 \cdot 60 = 2{,}94 \cdot 10^7 \text{ W}$$

Si solo se aprovecha el 75 % de esa potencia tendremos:

$$P_u = 0{,}75 \cdot P = 0{,}75 \cdot 2{,}94 \cdot 10^7 = 2{,}21 \cdot 10^7 \text{ W}$$

Si cada bombilla tiene una potencia, P_b, igual a 100 W, el número N de bombillas sería:

$$N = \frac{P_u}{P_b} = \frac{2{,}21 \cdot 10^7}{100} = 221\,000 \text{ bombillas}$$

53 Una grúa sube un contenedor de 2 800 kg a 15 m de altura en 20 s. Calcula la potencia de la grúa en este trabajo.

El trabajo que realiza la grúa será:

$$W = \Delta E_p = m \cdot g \cdot h = 2\,800 \cdot 9{,}81 \cdot 15 = 412\,020 \text{ J}$$

Este trabajo lo realiza en 20 s, por tanto, la potencia será:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{412\,020}{20} = 20\,601 \text{ W} = 20{,}6 \text{ kW}$$

54 Lee y resuelve estos apartados:

a) Calcula la potencia de un motor que eleva 100 000 L de agua por hora, de un pozo de 80 m de profundidad.

b) Considerando que el rendimiento del motor es η = 45 %, ¿qué cantidad de energía hay que suministrarle para que realice este trabajo?

a) El trabajo que tiene que realizar el motor para subir una masa de 100 000 kg de agua, una altura Δh = 80 m es:

$$W = \Delta E_p = m \cdot g \cdot \Delta h \quad \rightarrow \quad W = 78\,480\,000 \text{ J}$$

Este trabajo lo realiza en un tiempo de una hora, o lo que es lo mismo: t = 3 600 s. Por tanto, la potencia es:

$$P = \frac{W}{t} \quad \rightarrow \quad P = 21\,800 \text{ W}$$

En caballos de vapor serían:

$$P = \frac{21\,800}{735} = 29{,}7 \text{ CV}$$

b) El rendimiento viene dado por la expresión:

$$\eta(\%) = \frac{\text{Energía útil}}{\text{Energía transformada}} \cdot 100$$

Por tanto, la energía transformada será:

$$\Delta E_t = \frac{\text{Energía útil}}{\eta(\%)} \cdot 100 \quad \rightarrow \quad \Delta E_t = 174\,400\,000 \text{ J}$$

55 Define la unidad en que se mide el trabajo, el calor y la energía.

La unidad en el sistema internacional es el julio (J), definido como el trabajo realizado por la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento, de un newton (N) cuando desplaza su punto de aplicación un metro.

$$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m}$$

56 «A mayor temperatura de los cuerpos, más calor». ¿Es correcta esta expresión?

La afirmación no es correcta. La temperatura es una propiedad de la materia, por tanto es cierto que los cuerpos pueden tener más o menos temperatura. Sin embargo, el calor no es una propiedad de la materia, de modo que los cuerpos no tienen calor.

57 Si tocas la pata metálica de tu mesa y después tocas la madera del tablero, las sensaciones térmicas serán diferentes. ¿Están a la misma temperatura la pata y el tablero? ¿Por qué la sensación térmica es distinta?

La temperatura es la misma y coincide con la temperatura de la habitación donde se encuentre la mesa. La sensación es diferente porque los materiales metálicos conducen mejor el calor que la madera.

Cuando tocas la pata metálica, como tú estás a 36 °C, se produce una conducción de calor muy rápida, por lo que la sensación que te produce es la de estar fría.

Si tocas la madera del tablero la conducción es prácticamente nula, por lo que te parece que su temperatura es mayor.

58 Realiza las siguientes conversiones:

a) –20 °C. Exprésalo en °F y en K.

b) 52 °F. Exprésalo en °C y en K.

c) 400 K. Exprésalo en °C y en °F.

Los cambios en los valores de las temperaturas según la escala escogida se realizan mediante las relaciones siguientes:

$$\frac{T_C}{100} = \frac{T_F - 32}{180} \rightarrow T_K = 273 + T_c$$

a) Si $T_C = -20$ °C:

$$T_F = \frac{180 \cdot T_C}{100} + 32 = \frac{180 \cdot (-20)}{100} + 32 = -4 \text{ °F} \rightarrow T_K = 273 + (-20) = 253 \text{ K}$$

b) Si $T_F = 52$ °F :

$$T_C = \frac{T_F - 32}{180} \cdot 100 = \frac{52 - 32}{180} \cdot 100 = 11{,}11 \text{ °C} \rightarrow T_K = 273 + 11{,}11 = 284{,}11 \text{ K}$$

c) Si $T_K = 400$ K :

$$T_C = T_K - 273 = 400 - 273 = 127 \text{ °C} \rightarrow T_F = \frac{180 \cdot T_c}{100} + 32 = \frac{180 \cdot 127}{100} + 32 = 260{,}6 \text{ °F}$$

***T*(°C)**	***T*(°F)**	***T*(K)**
–20	–4	253
11,11	52	284,11
127	260,6	400

59 Se deja caer una piedra de 750 g desde una altura de 1 200 m en un recipiente que contiene 10 kg de agua.

a) ¿Con qué velocidad llega la piedra al recipiente?

b) Si toda su E_c se empleara en calentar el agua, ¿cuánto se eleva la temperatura del agua? (Dato: a 1 atm: $c_e = 4\ 180$ J/(kg °C)).

a) La energía mecánica se conserva, en consecuencia: $E_m(i) = E_m(f)$.

La energía mecánica al inicio de la caída es toda potencial gravitatoria: $E_m(i) = m \cdot g \cdot h$.

La energía mecánica al llegar al recipiente es toda cinética: $E_m(f) = \frac{1}{2} m \cdot v^2$.

Aplicando la conservación de la energía obtenemos:

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{2\, g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 1\ 200} = 153{,}4 \text{ m/s}$$

b) La energía de la piedra al llegar al recipiente sería:

$$E_m = m \cdot g \cdot h = 0{,}75 \cdot 9{,}81 \cdot 1\ 200 = 8\ 829 \text{ J}$$

Si esta energía se emplease en calentar los 10 kg de agua se tendría:

$$8\ 829 = m \cdot c_e \cdot \Delta T \rightarrow \Delta T = \frac{8\ 829}{m \cdot c_e} = \frac{8\ 829}{10 \cdot 4180} = 0{,}21 \text{ °C}$$

60 Una resistencia de 1 500 W de potencia se introduce en un recipiente que contiene 15 L de agua. Suponiendo que un 80% de la energía eléctrica desarrollada por la resistencia se invierta en calentar el agua, ¿qué temperatura tendrá el agua al cabo de 15 minutos, si inicialmente estaba a 20 °C? (Dato: calor específico del agua: 4 180 J/(kg °C)).

La energía que proporciona la resistencia es de 1 500 J cada segundo. Como la transformación tiene un rendimiento del 80%, en realidad suministra: $P = 0{,}80 \cdot 1\ 500 = 1\ 200$ J/s.

Por tanto, en 15 minutos proporciona:

$$Q = P \cdot t = 1\ 200 \cdot 15 \cdot 60 = 1\ 080\ 000 \text{ J}$$

Esta energía se utiliza para elevar la temperatura del agua:

$$Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T \rightarrow \Delta T = \frac{Q}{m \cdot c_e} = \frac{1\ 080\ 000}{15 \cdot 4\ 180} = 17{,}2 \text{ °C}$$

La temperatura final será:

$$\Delta T = T_f - T \quad \rightarrow \quad T_f = \Delta T + T_i = 17{,}2 + 20 = 37{,}2\ °C$$

61 Un calentador eléctrico de 2,5 kW calienta el agua de un depósito de 70 L desde la temperatura inicial de 18 °C hasta 50 °C. ¿Qué tiempo necesita si el rendimiento de la transformación de energía eléctrica en térmica es del 80 %?

El calor necesario para elevar la temperatura del agua será:

$$Q = m \cdot c_e \cdot (T_f - T_i) = 70 \cdot 4\ 180 \cdot (50 - 18) = 9{,}4 \cdot 10^6\ J$$

Esta energía la proporciona el calentador que es capaz de suministrar 2 500 J cada segundo. Como la transformación tiene un rendimiento del 80%, en realidad suministra:

$$P = 0{,}80 \cdot 2\ 500 = 2\ 000\ \frac{J}{s}$$

Por tanto el tiempo que se necesita será:

$$Q = P \cdot t \quad \rightarrow \quad t = \frac{Q}{P} = \frac{9{,}4 \cdot 10^6}{2\ 000} = 4\ 700\ s = 1{,}3\ h$$

62 El contenido energético de un alimento es de 162 kcal cada 100 g. Halla su contenido energético en cal/g y en kJ/kg.

El contenido energético, Q, es:

$$Q = \frac{E}{m} = \frac{162\ 000}{100} = 1\ 620\ cal/g \quad \rightarrow \quad Q = 1\ 620 \cdot \frac{4{,}18\ J}{0{,}001\ kg} = 6\ 771\ 600\ J/kg = 6\ 771{,}6\ kJ/kg$$

63 Un chip de un circuito, fabricado con 1,05 g de silicio, absorbe energía, produciendo un aumento de su temperatura. El funcionamiento correcto requiere una temperatura constante de 45 °C, la cual se consigue mediante un ventilador, ya que si la temperatura alcanza los 90 °C, el chip deja de funcionar. En un determinado momento, el ventilador se detiene. ¿Cuanto tiempo estará funcionando el circuito? (Datos: consumo del chip, 15 mW; calor específico del silicio, 700 J/(kg K)).

El calor necesario para aumentar la temperatura del silicio desde 45 °C hasta 90 °C es:

$$Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T = 1{,}05 \cdot 10^{-3} \cdot 700 \cdot 45 = 33{,}1\ J$$

Esta energía la proporciona el propio chip si no se refrigera a razón de $15 \cdot 10^{-3}$ julios por segundo, por tanto el tiempo que se necesita será:

$$Q = P \cdot t \quad \rightarrow \quad t = \frac{Q}{P} = \frac{33{,}1}{15 \cdot 10^{-3}} = 2\ 206{,}7\ s = 36{,}8\ min$$

64 ¿Qué es el calor de cambio de estado? Indica las unidades en las que se mide en el SI.

El calor latente, o calor de cambio de estado, es una propiedad característica de las sustancias puras que indica el calor necesario, a una determinada presión, que necesita la unidad de masa para cambiar su estado de agregación a una temperatura determinada (temperatura del cambio de estado).

Las unidades en el SI son J/kg.

65 En el aula hay un termómetro que marca una temperatura de 23 °C ¿Qué temperatura tienen las mesas y las sillas?

Las mesas y las sillas estarán también a 23 °C ya que los cuerpos en contacto, al cabo de cierto tiempo, alcanzan la misma temperatura.

66 Se condensa 1 kg de vapor de alcohol a 78,4 °C y la energía desprendida en el proceso se transforma en energía cinética, la cual se usa para lanzar verticalmente hacia arriba el alcohol líquido resultante. ¿A qué velocidad será propulsado el alcohol y qué altura alcanzará? (Dato: $L_v = 1{,}05 \cdot 10^5$ J/kg).

El calor que se desprende al condensar 1 kg de vapor de alcohol es:

$$Q = m \cdot L_v = 1 \cdot 1{,}05 \cdot 10^5 = 1{,}05 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Si esta energía se transforma en energía cinética:

$$Q = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2\,Q}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}05 \cdot 10^5}{1}} = 458{,}3 \text{ m/s}$$

Si esta energía cinética se transforma en potencial gravitatoria:

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \quad \rightarrow \quad h = \frac{v^2}{2\,g} = 10\,705{,}3 \text{ m} = 10{,}7 \text{ km}$$

67 En una vasija de paredes aislantes se introducen cantidades iguales de agua, a 50 °C, y de hielo, a –40 °C.

a) ¿Se fundirá todo el hielo?

b) ¿Cuál será la temperatura final de la mezcla?

Para fundir todo el hielo se requiere primero una cierta cantidad de energía Q'_1 para elevar la temperatura hasta la temperatura de fusión del hielo, 0 °C:

$$Q'_1 = m \cdot c_h \cdot (0 - (-40)) \quad \rightarrow \quad Q'_1 = m \cdot 2\,090 \cdot 40 = 83\,600\ m \text{ J}$$

Después, se requiere una cantidad de energía Q'_2 para cambiar el estado de sólido a líquido:

$$Q'_2 = m \cdot L_f \quad \rightarrow \quad Q'_2 = m \cdot 334\,400 \text{ J}$$

En total:

$$Q' = Q'_1 + Q'_2 = 418\,000\ m \text{ J}$$

El agua puede transferir una cantidad de energía:

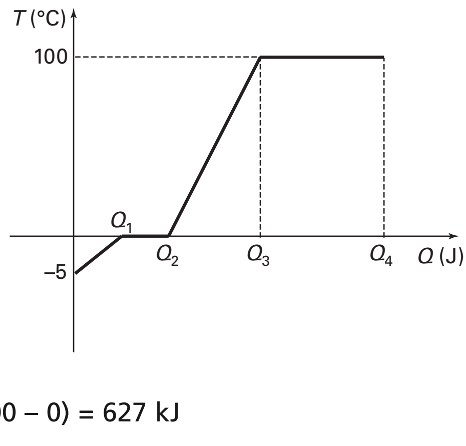
$$Q = m \cdot c_a \cdot (0 - 50) = m \cdot 4\,180 \cdot (-50) = -209\,000\ m \text{ J}$$

Estos 209 000 J los absorbería el hielo, pero no son suficientes para fundir toda su masa, en consecuencia, al final se tendría una mezcla de hielo y agua líquida. Por tanto la temperatura sería 0 °C.

68 Realizando un diagrama de pasos, calcula la energía absorbida por 1,5 kg de hielo a –5 °C al transformarse en vapor de agua a 100 °C. (Datos: $L_f = 334{,}4$ kJ kg^{-1}; $L_v = 2\,257{,}2$ kJ kg^{-1}; $c_{e\,(\text{hielo})} = 2{,}13$ kJ/(kg °C)).

El calor absorbido será:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$$



Q_1: calor necesario para elevar la temperatura del hielo desde –5 °C hasta el punto de fusión, 0 °C.

$$Q_1 = m \cdot c_e \cdot (T_f - T_i) = 1{,}5 \cdot 2{,}09 \cdot (0 - (-5)) = 15{,}68 \text{ kJ}$$

Q_2: calor necesario para producir la fusión.

$$Q_2 = m \cdot L_f = 1{,}5 \cdot 334{,}4 = 501{,}6 \text{ kJ}$$

Q_3: calor necesario para elevar la temperatura del agua desde 0 °C hasta el punto de ebullición.

$$Q_3 = m \cdot c_e \cdot (T_f - T_i) = 1{,}5 \cdot 4{,}18 \cdot (100 - 0) = 627 \text{ kJ}$$

Q_4: calor necesario para producir la vaporización.

$$Q_4 = m \cdot L_v = 1{,}5 \cdot 2\,257{,}2 = 3\,385{,}8 \text{ kJ}$$

Sumando estos valores:

$$Q = 15{,}68 + 501{,}6 + 627 + 3\,385{,}8 = 4\,530{,}1 \text{ kJ}$$

69 Teniendo en cuenta que la sustancia es el agua, halla la energía transformada en las siguientes situaciones a presión constante. (Datos: $L_f = 334{,}4\ \text{kJ kg}^{-1}$; $L_v = 2\,257{,}2\ \text{kJ kg}^{-1}$; $c_{e\,(\text{hielo})} = 2\,132\ \text{J/(kg °C)}$; $c_{e\,(\text{agua})}\ (\text{l}) = 4\,180\ \text{J/(kg °C)}$):

a) $M = 100$ g, $T_1 = -10$ °C, $T_2 = 60$ °C.

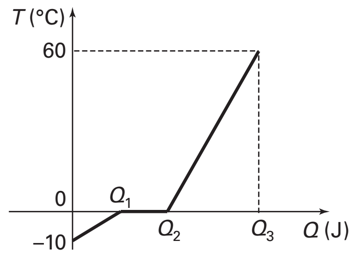
b) $M = 5$ g, $T_1 = 50$ °C, $T_2 = 100$ °C (v).

c) $M = 40$ g, $T_1 = 0$ °C (s), $T_2 = 80$ °C.

d) $M = 400$ g, $T_1 = -40$ °C, $T_2 = 0$ °C (s).

a) Para la primera transformación, el calor absorbido será:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$



Q_1: calor necesario para elevar la temperatura del hielo desde –10 °C hasta el punto de fusión, 0 °C.

$$Q_1 = m \cdot c_e \cdot (T_f - T_i) = 0{,}1 \cdot 2\,090 \cdot (0 - (-10)) = 2\,090\ \text{J}$$

Q_2: calor necesario para producir la fusión.

$$Q_2 = m \cdot L_f = 0{,}1 \cdot 334\,400 = 33\,440\ \text{J}$$

Q_3: calor necesario para elevar la temperatura del agua desde 0 °C hasta 60 °C.

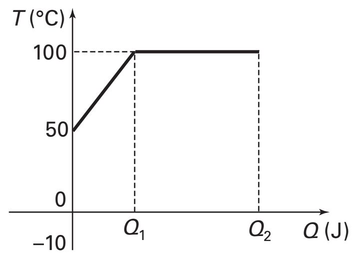
$$Q_3 = m \cdot c_e \cdot (T_f - T_i) = 0{,}1 \cdot 4\,180 \cdot (60 - 0) = 25\,080\ \text{J}$$

Sumando:

$$Q = 2\,090 + 33\,440 + 25\,080 = 60\,610\ \text{J}$$

b) Para la segunda transformación, el calor absorbido será:

$$Q = Q_1 + Q_2$$



Q_1: calor necesario para elevar la temperatura del agua desde 50 °C hasta el punto de ebullición.

$$Q_1 = m \cdot c_e \cdot (T_f - T_i) = 0{,}005 \cdot 4\,180 \cdot (100 - 50) = 1\,045\ \text{J}$$

Q_2: calor necesario para producir la vaporización.

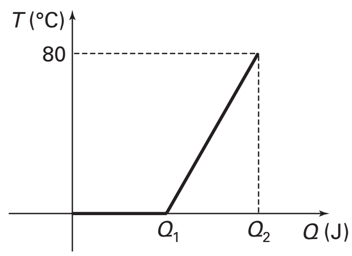
$$Q_2 = m \cdot L_v = 0{,}005 \cdot 2\,257\,200 = 11\,287\ \text{J}$$

Sumando estos valores:

$$Q = 1\,045 + 11\,287 = 12\,332\ \text{J}$$

c) Para la tercera transformación, el calor absorbido será:

$$Q = Q_1 + Q_2$$



Q_1: calor necesario para producir la fusión.

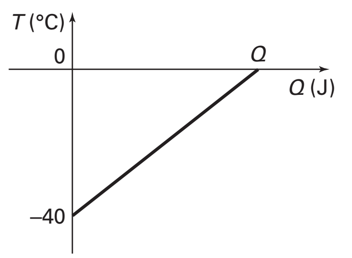
$$Q_1 = m \cdot L_f = 0{,}04 \cdot 334\,400 = 13\,376\ \text{J}$$

Q_2: calor necesario para elevar la temperatura del agua desde 0 °C hasta 80 °C.

$$Q_2 = m \cdot c_e \cdot (T_f - T_i) = 0{,}04 \cdot 4\,180 \cdot (80 - 0) = 13\,376\ \text{J}$$

Sumando estos valores obtenemos:

$$Q = 13\,376 + 13\,376 = 26\,752\ \text{J}$$



d) Para la cuarta transformación, solo se requiere un paso.

Q: calor necesario para elevar la temperatura del hielo desde –40 °C hasta el punto de fusión, 0 °C.

$$Q = m \cdot c_e \cdot (T_f - T_i) = 0{,}4 \cdot 2\,090 \cdot (0 - (-40)) = 34\,440\ \text{J}$$

70 La bañera de un bebé contiene 10 L de agua a 40 °C. ¿Qué cantidad de agua a 20 °C hay que añadir para que la temperatura del agua sea de 30 °C? (Datos: calor específico del agua, 4 180 J/(kg °C); densidad del agua, 1 kg/L).

En el equilibrio el calor cedido por el agua a 40 °C debe ser el mismo que el calor absorbido por el agua a 20 °C, de forma que:

$$Q_c + Q_a = 0$$

Teniendo en cuenta el valor de la densidad del agua:

$$Q_c = M \cdot c_e \cdot \Delta T = 10 \cdot 4\,180 \cdot (30 - 40) = -418\,000 \text{ J}$$
$$Q_a = m \cdot c_e \cdot \Delta T = m \cdot 4\,180 \cdot (30 - 20) = 41\,800\, m$$

Aplicando la condición de equilibrio obtenemos:

$$-418\,000 + 41\,800\, m = 0 \quad \rightarrow \quad m = 10 \text{ kg}$$

Es decir 10 L de agua.

71 ¿Qué es la energía interna de un sistema?

La energía interna de un sistema es la suma de las energías cinéticas y potenciales de sus partículas. Para un sistema determinado depende de la cantidad de materia y de la temperatura.

72 Enuncia y formula el primer principio de la termodinámica. Explica los signos de las magnitudes que intervienen en el intercambio energético.

Los cambios de energía interna de un sistema termodinámico en todo proceso son debidos a las transferencias de energía con el exterior en forma de calor y trabajo:

$$\Delta U = Q + W$$

Tanto el calor como el trabajo se consideran positivos si se dan al sistema desde el exterior, y negativos, si es el sistema el que los cede.

73 Resuelve las siguientes cuestiones:

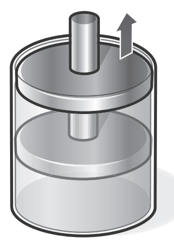
a) ¿Puede un sistema absorber energía sin que varíe su energía interna?

b) Cuando un sistema pasa de un estado (1) a un estado (2), ¿el calor es el mismo en todos los procesos que unen esos estados?

a) Sí, siempre que no varíe su temperatura. El caso más cotidiano es el de los cambios de estado.

b) No, el calor no es función de estado, en consecuencia, depende del proceso que se sigua para ir desde el estado 1 al estado 2.

74 Un cilindro cerrado por un pistón móvil contiene 4,42 L de un gas ideal a presión de 140 kPa. Se tira muy lentamente del pistón hasta duplicar su volumen, manteniendo la temperatura constante. Calcula el calor del proceso.



La energía interna de un sistema solo depende de la temperatura y su masa, en consecuencia si la temperatura se mantiene constante (*m* también), la variación de la energía interna del sistema es cero.

$$\text{Si } T = \text{Cte.} \quad \rightarrow \quad \Delta U = 0$$

El primer principio indica que:

$$\Delta U = Q + W \quad \rightarrow \quad 0 = Q + W \quad \rightarrow \quad Q = -W$$

El trabajo que realizamos sobre el gas es:

$$W = p \cdot \Delta V = p \cdot (2V - V) = p \cdot V \quad \rightarrow \quad W = 140 \cdot 10^3 \cdot 4{,}42 \cdot 10^{-3} = 618{,}8 \text{ J}$$

En consecuencia:

$$Q = -618{,}8 \text{ J}$$

El signo menos indica que es el sistema el que cede calor.

75 Un bloque de hielo de 1 kg, inicialmente a 0 ºC, se calienta y se funde, convirtiéndose en agua a 4 ºC. El proceso tiene lugar a una presión de 1 atm = $1,01 \cdot 10^5$ N/m^2. Calcula el trabajo realizado en el proceso. (Datos: d_{hielo} = 0,917 g/cm^3, d_{agua} =1 g/cm^3).

El trabajo realizado es:

$$W = p \cdot \Delta V = p \cdot (V_{agua} - V_{hielo})$$

El volumen, conocida la densidad será:

$$d = \frac{m}{V} \rightarrow V = \frac{m}{d}$$

$$V_{agua} = \frac{1\,000}{1} = 1\,000 \text{ cm}^3; \quad V_{hielo} = \frac{1\,000}{0{,}917} = 1\,090{,}51 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V = -90{,}51 \text{ cm}^3 = -90{,}51 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

El trabajo queda:

$$W = 1{,}01 \cdot 10^5 \cdot (-90{,}51 \cdot 10^{-6}) = -9{,}14 \text{ J}$$

El signo menos del trabajo indica que es el sistema el que realiza el trabajo.

76 Un volumen de 250 cm^3 (masa 250 g) de agua líquida a 100 ºC se transforma en 8 350 cm^3 de vapor a 100 ºC cuando se hierve a presión constante de 1 atm. Calcula en este proceso:

a) El calor.

b) El trabajo.

c) La variación de energía interna que tiene lugar en la vaporación.

(Datos: a 1 atm, $L_v = 2{,}26 \cdot 10^6$ J/kg; 1 atm = $1{,}013 \cdot 10^5$ Pa).

a) El calor necesario para vaporizar 250 g de agua líquida será:

$$Q = m \cdot L_v = 0{,}25 \cdot 2{,}26 \cdot 10^6 = 565\,000 \text{ J}$$

b) El trabajo a presión constante será:

$$W = -p \cdot \Delta V$$

La variación de volumen en la vaporización es:

$$\Delta V = V_v - V_a = 8\,350 - 250 = 8\,100 \text{ cm}^3 = 8{,}1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

Por tanto, el trabajo que realiza el sistema es:

$$W = -1{,}013 \cdot 10^5 \cdot 8{,}1 \cdot 10^{-3} = -820{,}5 \text{ J}$$

c) El primer principio permite escribir:

$$\Delta U = Q + W = 565\,000 + (-820{,}5) = 564\,179{,}5 \text{ J}$$

77 Un bloque de hielo de 150 g, inicialmente a 0°C, se calienta y se funde, pasando a agua a 0 °C. El proceso tiene lugar a una presión de 1 atm = $1{,}013 \cdot 10^5$ N/m^2. Calcula:

a) El calor.

b) El trabajo.

c) El cambio de energía interna.

(Datos: densidad del hielo a 0°C = 917 kg/m^3, calor de fusión del hielo = 334 400 J/kg).

a) El calor necesario para fundir 150 g de hielo será:

$$Q = m \cdot L_f = 0{,}15 \cdot 334\,400 = 50\,160 \text{ J}$$

b) El trabajo a presión constante será:

$$W = -p \cdot \Delta V$$

Como la densidad es la masa de la unidad de volumen, los volúmenes ocupados por 150 g de agua en estado sólido y líquido son:

$$V_h = \frac{m}{d_h} = \frac{0,15}{917} = 1,64 \cdot 10^{-4}\ m^3 \quad \rightarrow \quad V_a = \frac{m}{d_a} = \frac{0,15}{1\,000} = 1,5 \cdot 10^{-4}\ m^3$$

La variación de volumen en la fusión es:

$$\Delta V = V_a - V_h = 1,5 \cdot 10^{-4} - 1,64 \cdot 10^{-4} = -0,14 \cdot 10^{-4}\ m^3$$

Por tanto, el trabajo que realiza el sistema es:

$$W = -1,013 \cdot 10^5 \cdot (-0,14 \cdot 10^{-4}) = 1,42\ J$$

c) El primer principio permite escribir:

$$\Delta U = Q + W = 50\,160 + 1,42 = 50\,161,4\ J$$

15 Electrostática

1 Si frotas un globo con un trapo de lana y lo acercas a una pared, se queda pegado. Explica este fenómeno.

Al frotar con la lana el globo, este se carga negativamente. Cuando lo acercas a la pared, al tocarla, los electrones libres de esta son repelidos por los electrones del globo y la pared queda cargada positivamente. Se produce una atracción electrostática entre la pared y el globo quedando este pegado.

2 A veces, cuando te pones una prenda de nailon, se oye algo parecido a un chisporroteo. ¿Por qué?

El nylon es un aislante que se electriza fácilmente al rozar con el pelo de la cabeza, dando lugar a acumulaciones de carga, sobre todo en las arrugas que son la causa de las pequeñas chispas que chasquean ligeramente.

3 ¿Por qué algunos coches y, sobre todo, los camiones que transportan líquidos inflamables llevan una correa o cadena conductora que toca el suelo durante la marcha?

La carga estática que adquieren los vehículos durante su marcha a causa del rozamiento con el aire se va perdiendo si llevan una toma a tierra, labor que hace la correa conductora. De esta manera el potencial del vehículo se iguala al del suelo.

La acumulación de carga estática representa un riesgo para los vehículos ya que la descarga se efectúa en forma de chispa.

4 La carga de una esfera metálica de 20 cm de radio es de $-5\ \mu C$. ¿Cuántos electrones en exceso tiene ese metal?

La carga eléctrica siempre es un número entero de veces la carga del electrón:

$$q = n \cdot e^- \quad \rightarrow \quad n = \frac{q}{e^-} = \frac{-5 \cdot 10^{-6}}{-1{,}602 \cdot 10^{-19}} = 3{,}121 \cdot 10^{13} \text{ electrones}$$

5 ¿Cuál es la carga en microculombios del ion Ca^{2+}?

El ion Ca^{2+} tiene dos unidades naturales de carga eléctrica positiva:

$$q = 2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} = 3{,}204 \cdot 10^{-19}\ C = 3{,}204 \cdot 10^{-13}\ \mu C$$

6 Una esfera metálica de 1 cm de radio se carga mediante una máquina electrostática con $8\ \mu C$. Después, toca a otra esfera igual, pero descargada. Si se las separa 1 cm (distancia entre sus superficies), ¿con qué fuerza se repelen?

Si las esferas son iguales se reparten la carga de forma que después de ponerse en contacto la carga de cada una de ellas será:

$$q_1 = q_2 = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4\ \mu C$$

La distancia entre los centros de las esferas de radio $R = 10^{-2}$ m, una vez separadas sus superficies una distancia $d = 10^{-2}$ m será:

$$r = 2\,R + d = 2 \cdot 10^{-2} + 10^{-2} = 3 \cdot 10^{-2}\ m$$

La fuerza eléctrica entre las esferas en el vacío tendrá un valor:

$$F = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{(3 \cdot 10^{-2})^2} = 160\ N$$

La dirección es la de la línea que une los centros de las esferas y el sentido, al ser las cargas del mismo tipo, será de repulsión.

7 Dos cargas puntuales: $q_1 = q_2 = 3\ \mu C$, están a 1 m una de otra en el vacío. ¿Con qué fuerza se repelen? En primer lugar, razona tu respuesta y después comprueba mediante cálculo cuál será la fuerza si se sitúan:

a) A doble distancia una de otra.

b) A media distancia.

El valor de la fuerza es:

$$F = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{1^2} = 0{,}081\ \text{N}$$

La dirección será la línea que une las cargas y el sentido de repulsión.

a) La fuerza es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, en consecuencia al duplicar la distancia, $r' = 2\ r$, la fuerza debe ser la cuarta parte.

$$F' = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r'^2} = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{(2r)^2} = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{4r^2} = \frac{F}{4} = \frac{0{,}081}{4} = 0{,}02\ \text{N}$$

La dirección y el sentido no cambian.

b) En este caso, al reducir la distancia a la mitad, $r' = r/2$, la fuerza será cuatro veces más intensa:

$$F' = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r'^2} = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{\frac{r^2}{4}} = 4\ K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = 4\ F = 0{,}32\ \text{N}$$

La dirección y el sentido son los mismos que los de **F**.

8 Supongamos que dos esferas de pequeña densidad han sido abandonadas por una nave espacial. Sus masas son de 10 kg y poseen una carga de 0,5 C. Compara la fuerza eléctrica con la que se repelen y la fuerza gravitatoria con la que se atraen.

La fuerza eléctrica entre ambas esferas tendrá la dirección de la línea que une sus centros y el sentido de repulsión. Su valor, si sus centros están a una distancia r, será:

$$F_e = K \cdot \frac{q \cdot q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{0{,}5 \cdot 0{,}5}{r^2} = \frac{2{,}25 \cdot 10^9}{r^2}\ \text{N}$$

La fuerza gravitatoria entre las esferas tendrá la dirección de la línea que une sus centros y el sentido de atracción. Su valor, si están situadas a la misma distancia será:

$$F_g = G \cdot \frac{m \cdot m}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10 \cdot 10}{r^2} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-9}}{r^2}\ \text{N}$$

La relación entre ambos valores será:

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{\frac{2{,}25 \cdot 10^9}{r^2}}{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-9}}{r^2}} = \frac{2{,}25 \cdot 10^9}{6{,}67 \cdot 10^{-9}} = 3{,}37 \cdot 10^{17}$$

La fuerza eléctrica tiene un valor del orden de 10^{17} veces mayor que la fuerza gravitatoria.

9 En un punto donde hay una pequeña carga puntual de $5\ \mu C$ concurren los campos de direcciones perpendiculares $E_1 = 3$ N/C y $E_2 = 4$ N/C. ¿Cuál es el módulo de la intensidad del campo en ese punto y la fuerza ejercida sobre la carga puntual?

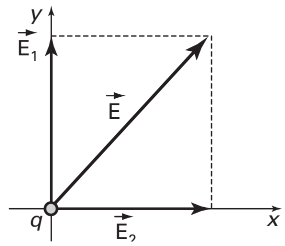
Si las direcciones de los campos son perpendiculares el valor del campo resultante es:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\ \text{N/C}$$

La fuerza ejercida sobre una carga puntual de 5 μC será:

$$F = q \cdot E = 5 \cdot 10^{-6} \cdot 5 = 2{,}5 \cdot 10^{-5}\ \text{N}$$

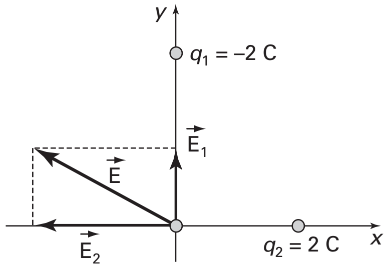
La dirección y el sentido son los mismos que los del campo resultante.



10 Dibuja los vectores intensidad del campo creado en el origen de coordenadas por las cargas $q_1 = -2$ C y $q_2 = 2$ C situadas, respectivamente, en los puntos A (0, 4) y B (3, 0).

El campo eléctrico que crea la carga q_1, situada en el punto A (0,4), en el origen tiene la dirección del eje y, el sentido hacia q_1.

El campo eléctrico que crea la carga q_2, situada en el punto B (3,0), en el origen tiene la dirección del eje x, el sentido hacia la izquierda de q_2.



11 Halla el módulo de la intensidad del campo eléctrico resultante en el origen de coordenadas para la actividad anterior.

El valor del campo creado por la carga q_1 en el origen será:

$$E_1 = K \cdot \frac{q_1}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2}{4^2} = 1{,}125 \cdot 10^9\ \text{N/C}$$

El valor del campo creado por q_2 en el origen será:

$$E_2 = K \cdot \frac{q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2}{3^2} = 2 \cdot 10^9\ \text{N/C}$$

El módulo del campo eléctrico resultante será:

$$E = \sqrt{(1{,}125 \cdot 10^9)^2 + (2 \cdot 10^9)^2} = 2{,}3 \cdot 10^9\ \text{N/C}$$

12 La densidad superficial de carga de un conductor plano es $\sigma = 2{,}62 \cdot 10^{-8}$ C/m². Calcula el campo en su entorno y la fuerza ejercida sobre una carga puntual de 0,25 μC.

El valor del campo eléctrico será:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = 4\,\pi \cdot K \cdot \sigma = 4\,\pi \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 2{,}62 \cdot 10^{-8} = 2\,963\ \text{N/C}$$

La dirección perpendicular al plano y sentido hacia fuera del conductor.

El valor de la fuerza ejercida sobre la carga, $q = 0{,}25 \cdot 10^{-6}$ C, será:

$$F = q \cdot E = 0{,}25 \cdot 10^{-6} \cdot 2\,963 = 7{,}4 \cdot 10^{-4}\ \text{N}$$

en la misma dirección y sentido que el campo.

13 El campo eléctrico en las proximidades de un conductor plano es de 1 000 N/C cuando el medio es el vacío. ¿Cuál es la densidad superficial de carga del conductor?

El valor del campo eléctrico creado por un conductor plano es:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \quad \rightarrow \quad \sigma = \varepsilon_0 \cdot E = \frac{1}{4\pi \cdot K} \cdot E$$

Sustituyendo los datos:

$$\sigma = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \cdot 1\,000 = 8{,}84 \cdot 10^{-9}\ \text{C/m}^2$$

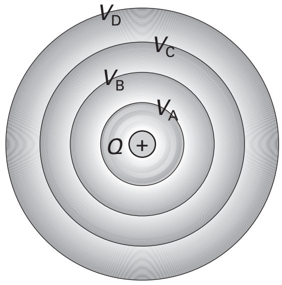
14 Las superficies equipotenciales de una carga puntual Q, son $V_A = 225$ V, $V_B = 200$ V, $V_C = 175$ V y $V_D = 150$ V. Calcula:

a) La energía potencial de una carga de 20 μC en B.

b El trabajo para llevar la carga de A a D.

c) La diferencia de potencial $V_C - V_D$.

d) La energía ganada por esa carga en eV al pasar de C a A.



a) La energía potencial de una carga q en B será:

$$E_p\,(B) = q \cdot V_B = 20 \cdot 10^{-6} \cdot 200 = 4 \cdot 10^{-3}\ \text{J}$$

b) El trabajo para llevar la carga q desde A a D será:

$$W_{AD} = q \cdot (V_A - V_{B)} = 20 \cdot 10^{-6} \cdot (225 - 150) = 1{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{J}$$

c) La diferencia de potencial entre C y D es:

$$V_C - V_D = 175 - 150 = 25\ \text{V}$$

d) La energía de la carga al pasar desde C a A será:

$$E = -W_{CA} = -q \cdot (V_C - V_A) = -20 \cdot 10^{-6} \cdot (175 - 225) = 10^{-3}\ \text{J}$$

Expresada en eV es:

$$E = \frac{10^{-3}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}} = 6{,}24 \cdot 10^{15}\ \text{eV}$$

15 La cúpula esférica de un generador de Van der Graaf está cargada al potencial de $-3 \cdot 10^5$ V. ¿Cuál es la energía potencial de un electrón situado en la superficie esférica? Expresa la solución en julios (J) y en megaelectronvoltios (MeV).

La energía potencial de la carga será:

$$E_p = q \cdot V = -1{,}602 \cdot 10^{-19} \cdot (-3 \cdot 10^5) = 4{,}8 \cdot 10^{-14}\ \text{J}$$

Expresada en eV es:

$$E_p = \frac{4{,}8 \cdot 10^{-14}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}} = 3 \cdot 10^5\ \text{eV} = 0{,}3\ \text{MeV}$$

16 Para mover un electrón desde un punto A a otro B se debe realizar un trabajo externo igual a $8 \cdot 10^{-15}$ J.

a) Calcula la diferencia de potencial entre esos dos puntos.

b) ¿Cuál de ellos está a un potencial más alto?

(Dato: $e^- = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C)

a) El trabajo es:

$$W_{AB} = q \cdot (V_A - V_B) \quad \rightarrow \quad V_A - V_B = \frac{W_{AB}}{q} = \frac{8 \cdot 10^{-15}}{-1{,}6 \cdot 10^{-19}} = -50\,000\ \text{V}$$

b) Si la diferencia de potencial es negativa, indica que: $V_B > V_A$.

17 Entre dos placas planas y paralelas separadas 3 cm, se establece una diferencia de potencial de 3 000 V. Un protón, inicialmente en reposo, se libera de la placa positiva. ¿Con qué velocidad llegará a la placa negativa?

(Datos: $e^- = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_p = 1{,}672 \cdot 10^{-27}$ kg).

Aplicando el teorema de las fuerzas vivas tenemos:

$$W = \Delta E_c \quad \rightarrow \quad q_p \cdot (V_+ - V_-) = E_c = \frac{1}{2}\, m_p \cdot v^2$$

Despejando la velocidad:

$$v = \sqrt{\frac{2\,q_p \cdot (V_+ - V_-)}{m_p}}$$

Sustituyendo los datos obtenemos:

$$v = 757\,735 \text{ m/s}$$

18 Un protón ($m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg, $q_p = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C) y una partícula alfa ($m_\alpha = 4\ m_p$; $q_\alpha = 2\ q_p$) parten del reposo de la placa positiva de un condensador en cuyo interior existe un campo de $E = 200$ V/m. Si la distancia entre placas es de 4 cm, al llegar a la otra placa:

a) ¿Qué energía cinética tiene cada partícula?

b) ¿En qué relación están las velocidades respectivas?

a) La diferencia de potencial entre placas será:

$$V_+ - V_- = E \cdot d = 200 \cdot 0{,}04 = 8 \text{ V}$$

Si parten del reposo las energías cinéticas se pueden calcular como:

$$q_p \cdot (V_+ - V_-) = E_c\,(\text{p}) \quad \rightarrow \quad E_c\,(\text{p}) = 1{,}602 \cdot 10^{-19} \cdot 8 = 1{,}3 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$q_\alpha \cdot (V_+ - V_-) = E_c\,(\alpha) \quad \rightarrow \quad E_c\,(\alpha) = 2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} \cdot 8 = 2{,}6 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

b) Las energías cinéticas son:

$$E_c\,(\text{p}) = \frac{1}{2}\,m_p \cdot v_p^2; \qquad E_c\,(\alpha) = \frac{1}{2}\,m_\alpha \cdot v_\alpha^2$$

Calculando la relación:

$$\frac{E_c\,(\text{p})}{E_c\,(\alpha)} = \frac{\frac{1}{2}\,m_p \cdot v_p^2}{\frac{1}{2}\,m_\alpha \cdot v_\alpha^2} = \frac{m_p \cdot v_p^2}{4\,m_p \cdot v_\alpha^2} = \frac{v_p^2}{4\,v_\alpha^2} \quad \rightarrow \quad \frac{v_p^2}{v_\alpha^2} = 4 \cdot \frac{E_c\,(\text{p})}{E_c\,(\alpha)} = 4 \cdot \frac{1{,}3 \cdot 10^{-18}}{2{,}6 \cdot 10^{-18}} = 2$$

En consecuencia:

$$v_p = \sqrt{2}\ v_\alpha$$

19 Contesta brevemente a estas cuestiones:

a) ¿Por qué la materia se muestra sin carga?

b) ¿Cómo queda cargado un átomo que pierde electrones?

c) Cuando un cuerpo se electriza, ¿puede perder o ganar protones? ¿Por qué?

d) ¿Cuál es la unidad de carga en el SI?

e) ¿Por qué la carga eléctrica está cuantificada?

a) La materia contiene la misma cantidad de carga positiva que negativa de forma que se muestra neutra.

b) El átomo es eléctricamente neutro, tiene el mismo número de protones que de electrones, por tanto, si pierde electrones queda cargado positivamente al quedarle más protones que electrones.

c) No, los protones se encuentran dentro del núcleo y se requiere mucha energía para modificarlo. En los fenómenos eléctricos intervienen los electrones más externos de los átomos.

d) El culombio (C).

e) Como la materia está formada por átomos y estos por un número entero de electrones y protones, ambos con la misma carga, q, necesariamente cualquier sistema material debe tener un número entero de esta cantidad de carga:

$$Q = n \cdot q$$

20 ¿Cómo puede adquirir carga eléctrica la carrocería de un coche durante su marcha? ¿Por qué se produce una descarga cuando una persona la toca?

El automóvil está aislado eléctricamente por los neumáticos. Durante la marcha, la carrocería adquiere carga debido al rozamiento con el aire y se acumulan en ella.

Cuando se toca la carrocería, la persona que lo hace actúa como conductor de forma que las cargas pasan a tierra a través de ella.

21 Cargamos una esfera con una carga de $+8 \cdot 10^{-4}$ μC. Halla el número de electrones extraídos de la esfera. (Dato: $e^- = -1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C).

La carga eléctrica esta cuantificada, siempre se puede escribir como un número entero de veces la carga eléctrica del electrón:

$$q = n \cdot e \quad \rightarrow \quad n = \frac{q}{e} = \frac{8 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-6}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}} = 4{,}994 \cdot 10^{9} \text{ electrones}$$

22 ¿Qué diferencias existen entre la interacción eléctrica y la interacción gravitatoria?

La interacción eléctrica puede ser atractiva o repulsiva al existir dos tipos diferentes de carga, sin embargo, la interacción gravitatoria solo es atractiva ya que hay un solo tipo de masa.

La constante de gravitación, G, no depende del medio en donde se encuentren las masas; mientras que la constante de Coulomb, K, depende del medio en donde se encuentren las cargas.

El valor de la constante de gravitación es muy pequeño, del orden de 10^{-11}, lo que hace que las fuerzas gravitatorias sean las más débiles que existen en la naturaleza. La constante de Coulomb es muy grande, del orden de 10^{9}, lo que hace que las fuerzas eléctricas sean de intensidad muy alta.

23 Determina la relación entre la fuerza eléctrica y la fuerza gravitatoria que un protón ejerce sobre un electrón. (Datos: $K = 9 \cdot 10^{9}$ N m^2/C^2, $e^- = -1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2/kg^2, $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg, $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg).

El valor de la fuerza eléctrica entre ambas cargas, separadas una distancia r, es:

$$F_e = K \cdot \frac{e \cdot e}{r^2}$$

El valor de la fuerza gravitatoria entre ambas masas, situadas a la misma distancia r, es:

$$F_g = G \cdot \frac{m_p \cdot m_e}{r^2}$$

La relación entre ambos valores será:

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{K \cdot \dfrac{e \cdot e}{r^2}}{G \cdot \dfrac{m_p \cdot m_e}{r^2}} = \frac{K \cdot e^2}{G \cdot m_p \cdot m_e} = 2{,}27 \cdot 10^{39}$$

La fuerza eléctrica es del orden de 10^{39} mayor que la gravitatoria, por tanto, en las interacciones entre estas partículas nunca se tienen en cuenta las fuerzas gravitatorias.

24 En los puntos A (–4, 0) y B (0, –4), medidas las coordenadas en metros, se encuentran dos cargas iguales de valor 8 μC. Halla el valor de la fuerza resultante sobre otra carga de 2 μC situada en el origen de coordenadas.

La fuerza resultante sobre la carga situada en el origen será la suma de las fuerzas ejercidas sobre q por q_1 y q_2.

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

Como las cargas son iguales y las distancias también, los valores de estas fuerzas son iguales:

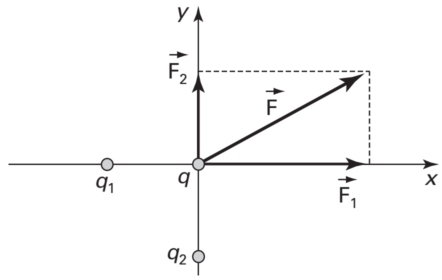
$$F_1 = F_2 = K \cdot \frac{q_1 \cdot q}{r^2} = 9 \cdot 10^{9} \cdot \frac{8 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{4^2} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

F$_1$ tiene la dirección del eje x y sentido de repulsión, por tanto:

$$\mathbf{F}_1 = 9 \cdot 10^{-3}\ \mathbf{i}\ \text{N}$$

F$_2$ tiene la dirección del eje y y sentido de repulsión:

$$\mathbf{F}_2 = 9 \cdot 10^{-3}\ \mathbf{j}\ \text{N}$$



La suma será:

$$\mathbf{F} = 9 \cdot 10^{-3}\ \mathbf{i} + 9 \cdot 10^{-3}\ \mathbf{j}\ \text{N}$$

El módulo de este vector será:

$$F = \sqrt{(9 \cdot 10^{-3})^2 + (9 \cdot 10^{-3})^2} = 1{,}27 \cdot 10^{-2}\ \text{N}$$

25 Dos cargas de 4 μC y 10 μC se sitúan a 1 m de distancia. ¿En qué punto habrá que situar otra carga de 1 μC para que no sea desplazada?

El punto debe estar en la línea que une las cargas q_1 y q_2, y entre ambas, ya que es ahí donde las fuerzas ejercidas tienen sentidos contrarios. La condición para que no haya desplazamiento de q será:

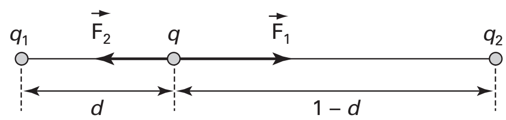
$$F_1 = F_2$$

Si llamamos d a la distancia desde q_1 hasta q, la distancia a la otra carga será $1 - d$. En consecuencia:

$$K \cdot \frac{q_1 \cdot q}{d^2} = K \cdot \frac{q_2 \cdot q}{(1-d)^2} \rightarrow \frac{q_1}{d^2} = \frac{q_2}{(1-d)^2}$$

$$\frac{4}{d^2} = \frac{10}{(1-d)^2} \rightarrow 3\,d^2 + 4\,d - 2 = 0$$

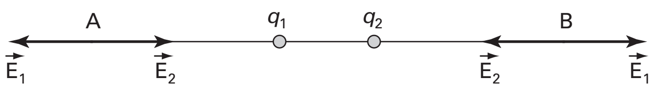
Se obtienen dos soluciones: $d_1 = 0{,}39$ m y $d_2 = -1{,}72$ m.



La segunda solución no sirve porque, aunque en ese punto los módulos son iguales, los sentidos serán los mismos y, en consecuencia, nunca se anulará la fuerza resultante, por tanto, la solución será: $d_1 = 0{,}39$ m.

26 Imagina dos cargas, una positiva y otra negativa, de distintos valores, $+q_1$ y $-q_2$, y separadas una distancia, r. ¿Dónde situarías otra carga positiva, q', para que no experimentara desplazamiento? Explica si existen varias soluciones.

Si el valor de q_1 es mayor que el de q_2, como la fuerza eléctrica es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, la carga positiva q' estará en equilibrio a la derecha de q_2 en un punto B tal que: $F_1 = F_2$.



Análogamente, si el valor de q_1 es menor que q_2 la carga q' habrá que situarla en un punto A, a la izquierda de q_1, para que se cumpla la condición anterior. Tanto en A como en B, los vectores **F**$_1$ y **F**$_2$ son de la misma dirección y sentido contrario.

27 Completa la tabla siguiente en tu cuaderno:

r (cm)	q_1 (μC)	q_2 (μC)	*F*(N)
30	0,2		–0,04
	–1	–2	$5 \cdot 10^{-2}$
3	3	2	

En la primera fila hay que calcular la carga q_2:

$$F = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \quad \rightarrow \quad q_2 = \frac{r^2 \cdot F}{K \cdot q_1} = \frac{0{,}3^2 \cdot (-0{,}04)}{9 \cdot 10^9 \cdot 0{,}2 \cdot 10^{-6}} = -2 \cdot 10^{-6} \text{ C} = -2 \text{ μC}$$

En la segunda, hay que calcular la distancia r:

$$F = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \quad \rightarrow \quad r = \sqrt{\frac{K \cdot q_1 \cdot q_2}{F}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{0{,}05}} = 0{,}6 \text{ m} = 60 \text{ cm}$$

En la tercera, hay que calcular la fuerza F:

$$F = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \; \frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{(0{,}03)^2} = 60 \text{ N}$$

r (cm)	q_1 (μC)	q_2 (μC)	*F*(N)
30	**0,2**	–2	**–0,04**
60	**–1**	**–2**	$\mathbf{5 \cdot 10^{-2}}$
3	**3**	**2**	60

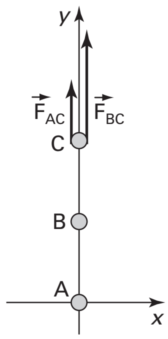
28 Tres cargas positivas de 100 μC cada una están colocadas en los puntos: A (0,0), B (0,1) y C (0,2), medidas en metros.

a) ¿Qué fuerza ejercen las cargas A y B sobre C?

b) ¿Qué fuerza ejercen las cargas A y C sobre B?

c) ¿Qué fuerza ejercen las cargas B y C sobre A?

a) El valor de la fuerza que ejerce la carga en A sobre la que se encuentra en C, será:



$$F_{AC} = K \cdot \frac{q_A \cdot q_C}{r_{AC}^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{100 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \cdot 10^{-6}}{2^2} = 22{,}5 \text{ N}$$

La fuerza que ejerce la carga situada en B sobre la que está en C es:

$$F_{BC} = K \cdot \frac{q_B \cdot q_C}{r_{BC}^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{100 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \cdot 10^{-6}}{1^2} = 90 \text{ N}$$

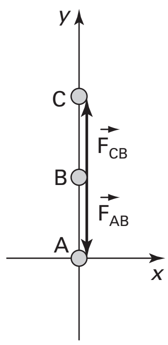
Ambas fuerzas están en la misma dirección y sentido, en consecuencia, los módulos se suman:

$$F_C = 22{,}5 + 90 = 112{,}5 \text{ N}$$

Vectorialmente escribiríamos:

$$\mathbf{F}_C = 112{,}5 \; \mathbf{j} \text{ N}$$

b) El valor de la fuerza que ejerce la carga en A sobre la que se encuentra en B, será:



$$F_{AB} = K \cdot \frac{q_A \cdot q_B}{r_{AB}^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{100 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \cdot 10^{-6}}{1^2} = 90 \text{ N}$$

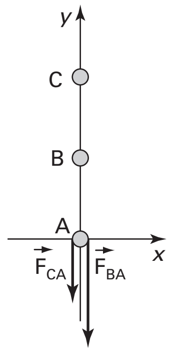
La fuerza que ejerce la carga situada en C sobre la que está en B es:

$$F_{CB} = K \cdot \frac{q_C \cdot q_B}{r_{CB}^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{100 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \cdot 10^{-6}}{1^2} = 90 \text{ N}$$

Ambas fuerzas están en la misma dirección y sentidos contrarios, en consecuencia, los módulos se restan:

$$F_B = 90 - 90 = 0 \text{ N}$$

c) El valor de la fuerza que ejerce la carga en C sobre la que se encuentra en A, será:



$$F_{CA} = K \cdot \frac{q_C \cdot q_A}{r_{CA}^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{100 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \cdot 10^{-6}}{2^2} = 22{,}5 \text{ N}$$

La fuerza que ejerce la carga situada en B sobre la que está en A es:

$$F_{BA} = K \cdot \frac{q_B \cdot q_A}{r_{BA}^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{100 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \cdot 10^{-6}}{1^2} = 90 \text{ N}$$

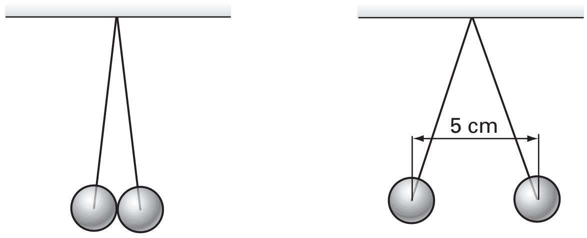
Ambas fuerzas están en la misma dirección y sentido, en consecuencia, los módulos se suman:

$$F_A = 22{,}5 + 90 = 112{,}5 \text{ N}$$

Vectorialmente escribiríamos:

$$\mathbf{F}_A = -112{,}5 \, \mathbf{j} \text{ N}$$

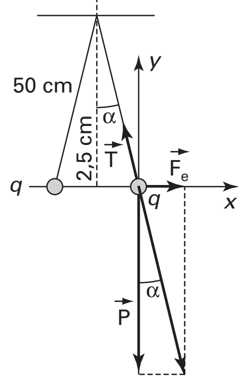
29 Desde un mismo punto y mediante dos hilos de longitud 50 cm cuelgan dos esferas metálicas iguales de 50 μg de masa. Una vez cargadas, las esferas se repelen hasta una distancia de 5 cm. Halla la carga de cada esfera.



Las fuerzas que actúan sobre una de las esferas metálicas son:

- El peso, en la dirección del radio terrestre y hacia el centro: $\mathbf{P} = (0, -m \cdot g)$.
- La fuerza electrostática que la otra esfera ejerce sobre ella, la dirección es horizontal y sentido de repulsión:

$$\mathbf{F}_e = \left(K \cdot \frac{q^2}{r^2}, 0\right)$$



- La tensión del hilo en la dirección del hilo y sujetando la esfera:

$$\mathbf{T} = (-T \cdot \sin \alpha, T \cdot \cos \alpha)$$

Estas tres fuerzas mantienen en equilibrio la esfera de forma que:

$$K \cdot \frac{q^2}{r^2} - T \cdot \sin \alpha = 0 \quad \rightarrow \quad T \cdot \sin \alpha = K \cdot \frac{q^2}{r^2}$$

$$T \cdot \cos \alpha - m \cdot g = 0 \quad \rightarrow \quad T \cdot \cos \alpha = m \cdot g$$

Dividiendo estas ecuaciones obtenemos:

$$\tan \alpha = \frac{K \cdot \dfrac{q^2}{r^2}}{m \cdot g} = \frac{K \cdot q^2}{m \cdot g \cdot r^2}$$

Despejamos la carga eléctrica:

$$q = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot r^2 \cdot \tan \alpha}{K}}$$

La tangente de α se puede calcular directamente de la figura: $\tan \alpha = \frac{2{,}5}{50} = 0{,}05$ rad.

Sustituyendo los datos en el sistema internacional: $m = 50 \cdot 10^{-9}$ kg; $r = 5 \cdot 10^{-2}$ m, obtenemos:

$$q = \sqrt{\frac{50 \cdot 10^{-9} \cdot 9{,}81 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 0{,}05}{9 \cdot 10^9}} = 8{,}25 \cdot 10^{-11}\ \text{C}$$

30 Compara el valor de la fuerza de atracción gravitatoria con el valor de la fuerza electrostática de la esfera de la actividad 29. (Dato: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2/kg^2)

La fuerza electrostática es:

$$F_e = K \cdot \frac{q^2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(8{,}25 \cdot 10^{-11})^2}{(5 \cdot 10^{-2})^2} = 2{,}45 \cdot 10^{-8}\ \text{N}$$

La fuerza gravitatoria entre las masas sería:

$$F_g = G \cdot \frac{m^2}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{(50 \cdot 10^{-9})^2}{(5 \cdot 10^{-2})^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-23}\ \text{N}$$

La relación entre ellas será:

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{2{,}45 \cdot 10^{-8}}{6{,}67 \cdot 10^{-23}} = 3{,}67 \cdot 10^{14}$$

La fuerza electrostática es del orden de 10^{14} veces mayor que la fuerza gravitatoria.

31 Responde brevemente a estas cuestiones:

a) ¿Qué son líneas de fuerza de un campo eléctrico?

b) ¿Cómo se suman los campos y los potenciales eléctricos?

c) ¿En qué unidades se miden el campo y el potencial eléctricos?

a) Las líneas de fuerzas son líneas imaginarias tangentes, en todo punto, a la dirección del campo eléctrico en dicho punto.

b) Los campos son magnitudes vectoriales, en consecuencia, la suma de campos siguen las reglas de la suma de vectores. Los potenciales son magnitudes escalares, por tanto, la suma de potenciales sigue las reglas de la suma algebraica de números.

c) Los campos eléctricos se miden en el SI en newtons por culombio (N/C) o en voltios por metro (V/m). Los potenciales se miden en voltios (V) en este sistema de unidades.

32 Dibuja en tu cuaderno una línea de fuerza (dirección y sentido), ¿cómo indicarías el movimiento de un electrón y de un protón?

Las cargas eléctricas se mueven siguiendo la tangente a la línea de fuerza del campo eléctrico. Las cargas positivas, como el protón, se mueven en el mismo sentido de la línea de campo. Las cargas negativas, como el electrón, se mueven en sentido contrario al de la tangente a la línea de campo.

33 Explica esta afirmación: el campo eléctrico tiene el sentido de los potenciales decrecientes.

El sentido de las líneas de fuerza del campo es de los puntos de mayor potencial a los puntos de menor potencial. El mismo sentido en el que se moverían cargas eléctricas positivas abandonadas dentro del campo.

34 ¿Cómo sería el campo en las proximidades de una lámina metálica de gran superficie cargada eléctricamente? ¿Y las superficies equipotenciales?

El campo es perpendicular a la superficie de la placa, por tanto, sería uniforme, constante en módulo, dirección y sentido. Las superficies equipotenciales serían planos paralelos a la lámina metálica cargada disminuyendo el valor del potencial uniformemente con la distancia a la placa.

35 En un espacio donde el campo es uniforme explica cómo son las líneas de fuerza y las superficies equipotenciales. ¿Cómo puede crearse ese campo?

Un campo uniforme tiene el módulo, la dirección y el sentido constantes. En consecuencia las líneas de campo son paralelas y las superficies equipotenciales serán planos paralelos entre si y perpendiculares a las líneas de campo.

Se pueden crear mediante dos láminas conductoras paralelas, de dimensiones grandes frente a la distancia de separación, entre las que se crea una diferencia de potencial.

36 El módulo del campo eléctrico creado por una carga puntual en un punto situado a 1 m de ella es de 100 N/C. ¿Cuánto valdrá a 50 cm de distancia?

El campo eléctrico creado por una carga puntual q, a una distancia, r, es: $E = K \cdot \dfrac{q}{r^2}$.

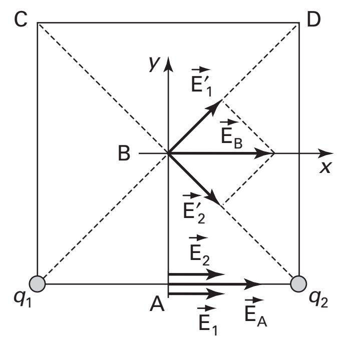
El campo E_1, a una distancia $r_1 = 1$ m sería: $E_1 = K \cdot \dfrac{q}{r_1^2}$.

El campo E_2, a una distancia $r_2 = 0{,}5$ m sería: $E_2 = K \cdot \dfrac{q}{r_2^2}$.

Dividiendo la segunda entre la primera obtenemos la relación:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{K \cdot \dfrac{q}{r_2^2}}{K \cdot \dfrac{q}{r_1^2}} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \quad \rightarrow \quad E_2 = E_1 \cdot \frac{r_1^2}{r_2^2} = 100 \cdot \frac{1^2}{0{,}5^2} = 400 \text{ N/C}$$

37 Considera un cuadrado de lado 30 cm. En dos vértices consecutivos de este cuadrado se sitúan dos cargas de valores 4 μC y –4 μC. Halla el valor del campo en la mitad del lado que une las cargas (A) y en el punto donde se cortan las diagonales (B). Realiza un dibujo de la situación.



El campo en la mitad del lado que las une será la suma de los campos creados por cada una de las cargas:

$$\mathbf{E}_A = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$$

Los campos $\mathbf{E}_1$ y $\mathbf{E}_2$ tienen la misma dirección y sentido, además, como las cargas y las distancias son iguales, los módulos también lo serán. Por tanto:

$$\mathbf{E}_A = 2\ \mathbf{E}_1$$

$$E_1 = K \cdot \frac{q_1}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6}}{0{,}15^2} = 1{,}6 \cdot 10^6 \text{ N/C}$$

$$\mathbf{E}_A = 2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-6}\ \mathbf{i} \text{ N/C} = 3{,}2 \cdot 10^6\ \mathbf{i} \text{ N/C}$$

El campo donde se cortan las diagonales será la suma de los campos:

$$\mathbf{E}_B = \mathbf{E'}_1 + \mathbf{E'}_2$$

Los módulos de estos vectores son iguales al ser iguales las cargas y las distancias, además según se ve en la figura ambos forman un ángulo de 45° con la horizontal.

La distancia al cuadrado desde cada una de las cargas al centro del cuadrado se obtiene aplicando el teorema de Pitágoras:

$$r^2 + r^2 = l^2 \quad \rightarrow \quad 2\ r^2 = l^2 \quad \rightarrow \quad r^2 = \frac{l^2}{2} = \frac{0{,}3^2}{2} = 4{,}5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$$

El valor de los campos será:

$$E'_1 = E'_2 = K \cdot \frac{q_1}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6}}{4{,}5 \cdot 10^{-2}} = 8 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

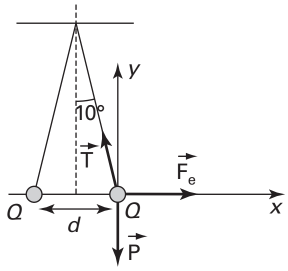
Los vectores campo serían:

$$\mathbf{E'}_1 = 8 \cdot 10^5 \cdot \cos 45° \, \mathbf{i} + 8 \cdot 10^5 \cdot \sin 45° \, \mathbf{j}; \quad \mathbf{E'}_2 = 8 \cdot 10^5 \cdot \cos 45° \, \mathbf{i} - 8 \cdot 10^5 \cdot \sin 45° \, \mathbf{j}$$

La suma será:

$$\mathbf{E}_B = 2 \cdot 8 \cdot 10^5 \cdot \cos 45° \, \mathbf{i} = 1{,}13 \cdot 10^6 \, \mathbf{i} \text{ N/C}$$

38 Dos bolas de saúco de 10 g de masa y con una carga Q cada una, se suspenden de un punto común mediante dos hilos iguales de 50 cm de longitud. Se alcanza el equilibrio para un ángulo de 10º de cada hilo con la vertical. Calcula el valor de Q y la tensión de la cuerda.



Las fuerzas que actúan sobre cada una de las cargas son:

La fuerza eléctrica de repulsión que se ejercen entre si ambas cargas, $\mathbf{F}_e$, en la dirección de la recta que une las cargas y de módulo:

$$F_e = K \cdot \frac{Q^2}{d^2}$$

Donde d es la distancia que separa las dos bolas cuando se alcanza el equilibrio.

$$d = 2\, l \cdot \sin 10° = 0{,}17 \text{ m}$$

El peso, $\mathbf{P} = m \cdot \mathbf{g}$, que ejerce la Tierra sobre la bola de saúco, en la dirección del radio terrestre y sentido hacia el centro de la Tierra.

La tensión, $\mathbf{T}$, que ejerce el hilo sobre la bola, en la dirección del hilo y sentido hacia arriba. Esta fuerza hay que descomponerla:

$$\mathbf{T} = (T_x, T_y) = (-T \cdot \sin 10°, T \cdot \cos 10°)$$

En el equilibrio se cumple:

$$F_e = T \cdot \sin 10°; \quad m \cdot g = T \cdot \cos 10°$$

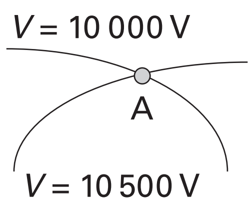
La tensión se puede despejar de la segunda ecuación:

$$T = \frac{m \cdot g}{\cos 10°} = 0{,}1 \text{ N}$$

Sustituyendo este valor en la primera y despejando la carga obtenemos:

$$K \cdot \frac{Q^2}{d^2} = T \cdot \sin 10° \quad \rightarrow \quad Q = \sqrt{\frac{d^2 \cdot T \cdot \sin 10°}{K}} = 2{,}4 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

39 ¿Por qué no se pueden cortar dos superficies equipotenciales de un campo eléctrico? Razónalo.



Las superficies equipotenciales son el lugar geométrico de los puntos del espacio que tienen el mismo potencial, por tanto es imposible que se corten ya que si tuviesen puntos comunes habría puntos del espacio que tendrían dos potenciales diferentes. Por ejemplo, si las líneas representadas fueran la de 10 000 V y la de 10 500 V, y se cortasen en A, tendríamos el absurdo de que el punto A estaría, a la vez, a 10 000 V y a 10 500 V.

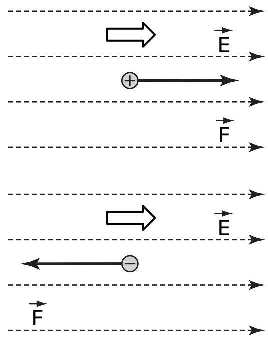
40 ¿Cómo variará la energía potencial de una partícula, con carga positiva, que se mueve en la dirección y sentido de un campo eléctrico? ¿Qué ocurre si la partícula es de carga negativa?

Cualquier carga eléctrica q, dentro de un campo eléctrico $\mathbf{E}$, se ve sometida a una fuerza $\mathbf{F} = q \cdot \mathbf{E}$.

Si la carga es positiva, la fuerza tiene la misma dirección y sentido que el campo, por tanto, se acelera aumentando el valor de la velocidad y, en consecuencia, aumentando su energía cinética.

Como la energía mecánica se conserva, si aumenta la energía cinética, la energía potencial de la carga debe disminuir.

Si la carga es negativa, la fuerza tiene la misma dirección que el campo pero el sentido es contrario al del campo, por tanto se frena disminuyendo el valor de la velocidad y en consecuencia disminuyendo su energía cinética. Como la energía mecánica se conserva, si disminuye la energía cinética, la energía potencial de la carga debe aumentar.



41 ¿Qué trabajo se realiza cuando una carga se desplaza de un punto a otro en una superficie equipotencial?

Dentro de las superficies equipotenciales las cargas no realizan trabajo en sus desplazamientos ya que si los potenciales inicial y final son los mismos el trabajo sería cero:

$$W = q \cdot (V - V) = 0$$

42 Considera ocho gotas de 1 mm de radio y cargadas al potencial de 900 V cada una de ellas. Imagina que las juntamos en una sola gota, supuesta esférica, ¿cuál será la carga de cada gota antes de juntarse y el potencial de la gota grande?

Conocido el potencial de cada gota si suponemos que son esferas de radio 10^{-3} m podemos calcular la carga de cada una de ellas:

$$V = K \cdot \frac{q}{r} \quad \rightarrow \quad q = \frac{r \cdot V}{K} = \frac{10^{-3} \cdot 900}{9 \cdot 10^{9}} = 10^{-10}\ \text{C}$$

La carga de todas las gotas será:

$$Q = 8 \cdot q = 8 \cdot 10^{-10}\ \text{C}$$

Al juntarse, el volumen total es la suma de los volúmenes de cada una de las esferas:

$$\frac{4}{3}\pi \cdot R^3 = 8 \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \quad \rightarrow \quad R = \sqrt[3]{8} \cdot r = 2 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$

El potencial de la esfera que resulta al juntarse las gotitas será:

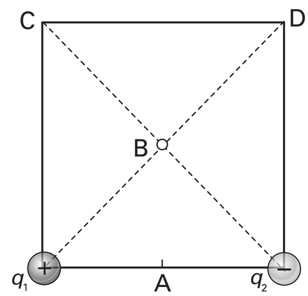
$$V = K \cdot \frac{Q}{R} = 9 \cdot 10^{9} \cdot \frac{8 \cdot 10^{-10}}{2 \cdot 10^{-3}} = 3\,600\ \text{V}$$

43 En dos vértices consecutivos de un cuadrado cuyo lado mide 30 cm hay dos cargas de 3 μC y –3 μC.

a) ¿Cuál es el potencial en los puntos A, B, C y D de la figura?

b) ¿Qué trabajo hay que realizar para desplazar una carga de 2 μC desde el vértice D hasta el C?

c) ¿Existe algún plano equipotencial respecto a las cargas 3 μC y –3 μC?



a) El potencial en el punto A será la suma de los potenciales creados por cada una de las cargas en A:

$$V_1 = K \cdot \frac{q_1}{R} = 9 \cdot 10^{9} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6}}{0{,}15} = 180\,000\ \text{V}$$

$$V_2 = K \cdot \frac{q_2}{R} = 9 \cdot 10^{9} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6}}{0{,}15} = -\,180\,000\ \text{V}$$

Por tanto:

$$V_A = V_1 + V_2 = 0 \text{ V}$$

En el punto B, considerando que la distancia de las cargas al punto es: $r = \sqrt{4,5 \cdot 10^{-2}}$ m = 0,21 m, el potencial será:

$$V'_1 = K \cdot \frac{q_1}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6}}{0,21} = 128\,571,4 \text{ V}; \qquad V'_2 = K \cdot \frac{q_2}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6}}{0,21} = -128\,571,4 \text{ V}$$

$$V_B = V'_1 + V'_2 = 0 \text{ V}$$

El potencial en C será:

$$V_{1C} = K \cdot \frac{q_1}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6}}{0,3} = 90\,000 \text{ V}$$

La distancia desde q_2 a C se calcula mediante el teorema de Pitágoras: $r = \sqrt{0,3^2 + 0,3^2} = 0,424$ m.

$$V_{2C} = K \cdot \frac{q_2}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6}}{0,424} = -63\,679,2 \text{ V}$$

En consecuencia:

$$V_C = V_{1C} + V_{2C} = 90\,000 + (-63\,679,2) = 26\,320,8 \text{ V}$$

El potencial en D será también la suma de los potenciales. La distancia desde q_1 a D se calcula mediante el teorema de Pitágoras: $r = \sqrt{0,3^2 + 0,3^2} = 0,424$ m.

$$\text{V}_{1D} = K \cdot \frac{q_1}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6}}{0,424} = 63\,679,2 \text{ V}$$

$$V_{2D} = K \cdot \frac{q_1}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-3 \cdot 10^{-6}}{0,3} = -90\,000 \text{ V}$$

En consecuencia:

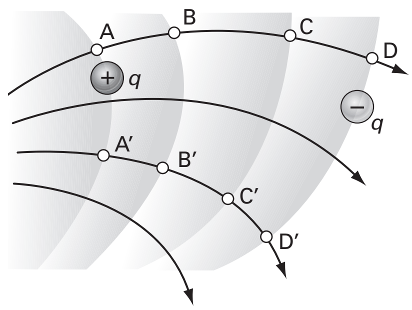
$$V_D = V_{1D} + V_{2D} = 63\,679,2 + (-90\,000) = -26\,320,8 \text{ V}$$

b) El trabajo que tenemos que realizar nosotros para trasladar la carga q, desde D hasta C será:

$$W = q \cdot (V_C - V_D) = 2 \cdot 10^{-6} \cdot (26\,320,8 - (-26\,320,8)) = 0,11 \text{ J}$$

c) Existe un plano equipotencial perpendicular al lado que une las dos cargas en su punto medio. El potencial es nulo en cada punto del plano, por ser los potenciales de cada carga iguales y de distinto signo.

44 Observa la figura, y considerando que los potenciales de las superficies equipotenciales son $V_A = 16$ V, $V_B = 8$ V, $V_C = 0$ V y $V_D = -8$ V, halla:



a) El trabajo necesario para trasladar la carga de 4 μC desde A a C.

b) El trabajo necesario para trasladar la carga de – 4 μC desde D hasta A.

c) La energía potencial de la carga $q = 4$ μC en A.

d) La variación de energía potencial de la carga –4 μC al pasar de D a B.

a) El trabajo que realizan las fuerzas del campo para trasladar una carga q desde A hasta C es:

$$W_{AC} = q \cdot (V_A - V_c) = 4 \cdot 10^{-6} \cdot (16 - 0) = 6,4 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

El trabajo es positivo ya que las cargas positivas se mueven espontáneamente de potenciales mayores a menores.

b) En este caso el trabajo debe salir también positivo ya que las cargas negativas se mueven espontáneamente de potenciales menores a mayores:

$$W_{DA} = q \cdot (V_D - V_A) = -4 \cdot 10^{-6} \cdot (-8 - 16) = 9,6 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

c) La energía potencial de una carga q, en un punto de potencial V_A es:

$$E_p(A) = q \cdot V_A \quad \rightarrow \quad E_p(A) = 4 \cdot 10^{-6} \cdot 16 = 6{,}4 \cdot 10^{-5}\ \text{J}$$

d) La variación de energía potencial entre D y B será:

$$\Delta E_p = E_p(B) - E_p(D) = q \cdot (V_B - V_D) = -4 \cdot 10^{-6} \cdot (8 - (-8)) = -6{,}4 \cdot 10^{-5}\ \text{J}$$

45 Si un electrón pasa de un punto cuyo potencial es –8 V a otro cuyo potencial es 32 V, ¿qué energía gana en eV?

Las cargas negativas se mueven espontáneamente desde potenciales menores a mayores. En este caso sucede que el electrón se mueve espontáneamente desde $V_i = -8$ V a $V_f = 32$ V, en consecuencia el electrón ganará energía cinética perdiendo su equivalente en energía potencial eléctrica:

$$\Delta E_c = W = q \cdot (V_i - V_f) = -1 \cdot (-8 - 32) = 40\ \text{eV}$$

46 Si tratamos de acercar una carga q, a otra fija, $Q = 5$ μC, desde 2 m hasta 1 m. Determina:

a) Si $q = 3$ μC, ¿qué carga debe realizar el trabajo y cuál será el trabajo total?

b) Si $q = -3$ μC, ¿qué carga realiza el trabajo y cuál será el trabajo total?

a) Si las dos cargas son positivas el trabajo para acercarlas lo tendremos que realizar nosotros ya que las fuerzas del campo se opondrán al acercamiento. El trabajo que tendríamos que realizar para trasladar la carga q, sería:

$$W_{21} = q \cdot (V_2 - V_1)$$

siendo V_1 y V_2 los potenciales que crea la carga Q a uno y dos metros respectivamente.

$$V_f = K \cdot \frac{Q}{r_1} \quad \rightarrow \quad V_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6}}{1} = 45\,000\ \text{V}$$

$$V_i = K \cdot \frac{Q}{r_2} \quad \rightarrow \quad V_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6}}{2} = 22\,500\ \text{V}$$

Por tanto, el trabajo sería:

$$W_{21} = q \cdot (V_i - V_f) = 3 \cdot 10^{-6} \cdot (22\,500 - 45\,000) = -0{,}068\ \text{J}$$

Es decir, 0,0675 J, en contra de las fuerzas del campo, el trabajo lo tenemos que hacer nosotros.

b) Si las cargas son de signos contrarios son las propias fuerzas del campo las que realizan el trabajo. En este caso:

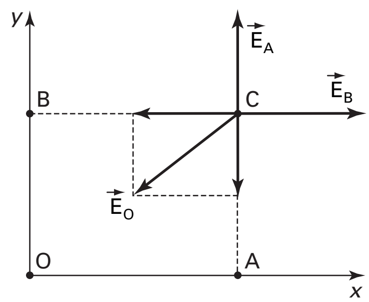
$$W_{21} = -3 \cdot 10^{6} \cdot (22\,500 - 45\,000) = 0{,}068\ \text{J}$$

El trabajo lo realizan las fuerzas del campo.

47 En los puntos O (0,0), A (2,0) y B (0,2), distancias medidas en metros, están situadas las cargas $q_0 = -4$ μC y $q_A = q_B = 4$ μC. Determina y realiza un dibujo:

a) El campo eléctrico en el punto C (2,2).

b) El potencial en ese punto.



a) El campo en el punto C es la suma de los campos creados por cada una de las cargas:

$\mathbf{E}_A = (0, E_A)$

$\mathbf{E}_B = (E_B, 0)$

$\mathbf{E}_O = (-E_{Ox}, -E_{Oy}) = (-E_O \cdot \cos 45°, -E_O \cdot \sin 45°)$

Los módulos E_A y E_B son iguales al ser iguales las cargas y las distancias:

$$E_A = E_B = K \cdot \frac{q_A}{r^2_{AC}}$$

Sustituyendo los datos obtenemos:

$$E_A = E_B = 9\,000 \text{ N/C}$$

Para calcular el módulo E_O, tenemos que calcular la distancia entre O y C que resulta ser la diagonal del cuadrado:

$$r_{OC} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

Por tanto:

$$E_O = K \cdot \frac{q_O}{r^2_{OC}} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6}}{8} = 4\,500 \text{ N/C}$$

En definitiva:

$$E_C = (0 + E_B - E_O \cdot \cos 45°, E_A + 0 - E_O \cdot \sin 45°)$$

Sustituyendo los valores obtenemos:

$$\mathbf{E}_C = (5\,818, 5\,818) \text{ N/C}$$

Cuyo módulo será:

$$E_C = \sqrt{5\,818^2 + 5\,818^2} = 8\,227{,}9 \text{ N/C}$$

b) El potencial en C es la suma de los potenciales creados por cada una de las cargas:

$$V_C = V_A + V_B + V_O$$

Al igual que los campos los potenciales creados por q_A y q_B son iguales, por tanto:

$$V_C = 2\ V_A + V_O = 2\ K \cdot \frac{q_A}{r_{AC}} + K \cdot \frac{q_O}{r_{OC}}$$

Sustituimos los datos:

$$V_C = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6}}{2} + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-4 \cdot 10^{-6}}{2\sqrt{2}} = 23\,272{,}1 \text{ V}$$

48 El núcleo del átomo de oro tiene 79 protones. Calcula el potencial que crea en un punto situado a 10^{-12} m de dicho núcleo y la energía potencial de una partícula alfa, He^{2+}, situada en dicho punto. Si se dejase en libertad la partícula alfa, ¿qué sucedería?

La carga del núcleo de oro será: $Q = 79 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} = 1{,}266 \cdot 10^{-17}$ C.

El potencial creado en el punto citado sería:

$$V = K \cdot \frac{Q}{r} \quad \rightarrow \quad V = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1{,}266 \cdot 10^{-17}}{10^{-12}} = 113\,940{,}94 \text{ V}$$

La carga de la partícula alfa será: $q = 2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} = 3{,}204 \cdot 10^{-19}$ C, por tanto, la energía potencial es:

$$E_p = K \cdot \frac{Q \cdot q}{r} \quad \rightarrow \quad E_p = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1{,}266 \cdot 10^{-17} \cdot 3{,}204 \cdot 10^{-19}}{10^{-12}} = 3{,}65 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

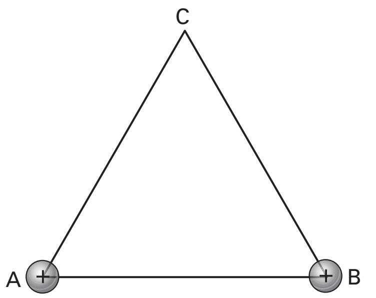
La partícula alfa será repelida por el núcleo, al ser ambos positivos, la partícula alfa transformará energía potencial en cinética, y se alejará del núcleo.

49 Observa el triángulo equilátero de lado 2 m de la figura. Situamos dos cargas iguales y positivas de 2 μC en A y B.

a) Calcula el campo eléctrico en el punto C.

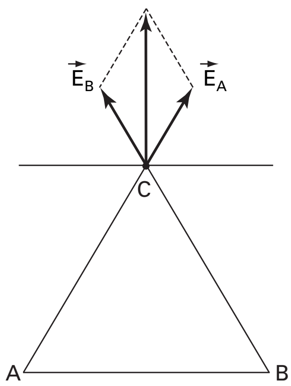
b) Halla el potencial en el punto C.

c) ¿Cuánto trabajo se necesita para llevar una carga positiva de 5 μC desde el infinito hasta el punto C si mantenemos fijas las otras cargas?



a) El campo en el punto C es la suma de los campos creados por cada una de las cargas:

$$\mathbf{E_C} = \mathbf{E_A} + \mathbf{E_B}$$



Los módulos E_A y E_B son iguales al ser iguales las cargas y las distancias:

$$E_A = E_B = K \cdot \frac{q_A}{r^2_{AC}}$$

Sustituyendo los datos obtenemos:

$$E_A = E_B = 4\,500 \text{ N/C}$$

Por tanto:

$$\mathbf{E_A} = (E_A \cdot \cos 60°, E_A \cdot \sin 60°) \rightarrow \mathbf{E_A} = (4\,500 \cdot \cos 60°, 4\,500 \cdot \sin 60°) \text{ N/C}$$
$$\mathbf{E_B} = (-E_B \cdot \cos 60°, E_B \cdot \sin 60°) \rightarrow \mathbf{E_B} = (-4\,500 \cdot \cos 60°, 4\,500 \cdot \sin 60°) \text{ N/C}$$

En definitiva:

$$\mathbf{E_C} = (0, 9\,000 \cdot \sin 60°) \rightarrow \mathbf{E_C} = 7\,794{,}2\ \mathbf{j} \text{ N/C}$$

b) El potencial en el punto C será también la suma de los potenciales. Como las cargas son iguales y están a la misma distancia los potenciales serán iguales: $V_C = 2\ V_1$:

$$V_1 = K \cdot \frac{q_1}{r}, \text{ donde } r = 2 \text{ m} \rightarrow V_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{2} = 9\,000 \text{ V}$$

Por tanto:

$$V_C = 2 \cdot 9\,000 = 18\,000 \text{ V}$$

c) El trabajo será:

$$W_C = q \cdot (V_\infty - V_C) = 5 \cdot 10^{-6} \cdot (0 - 18\,000) = -0{,}09 \text{ J}$$

El signo del trabajo indica que habrá que realizarlo en contra de las fuerzas del campo.

50 Una carga eléctrica $q_A = 10^{-6}$ C está situada a 0,2 m de otra carga $q_B = -5 \cdot 10^{-6}$ C. Halla:

a) El potencial del campo creado por la carga A en el lugar donde está la carga B.

b) El trabajo para trasladar la carga B a 0,6 m de la carga A y en la misma dirección.

a) El potencial será:

$$V_1 = K \cdot \frac{q_1}{r}, \text{ donde } r = 0{,}2 \text{ m} \rightarrow V_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-6}}{0{,}2} = 45\,000 \text{ V}$$

b) El potencial creado por q_1 a una distancia $r = 0{,}6$ m será:

$$V_2 = K \cdot \frac{q_1}{r} \rightarrow V_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-6}}{0{,}6} = 15\,000 \text{ V}$$

El trabajo será:

$$W = q_2 \cdot (V_1 - V_2) = -5 \cdot 10^{-6} \cdot (45\,000 - 15\,000) = -0{,}15 \text{ J}$$

51 Es necesario realizar un trabajo de $-3{,}2 \cdot 10^{-19}$ J para mover un electrón desde un punto A a otro B.

a) Calcula la diferencia de potencial entre A y B.

b) ¿Qué punto está a un potencial más alto?

a) El trabajo eléctrico es:

$$W_{AB} = q \cdot (V_A - V_B) \quad \rightarrow \quad -3{,}2 \cdot 10^{-19} = -1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot (V_A - V_B)$$

Despejando la diferencia de potencial:

$$(V_A - V_B) = \frac{-3{,}2 \cdot 10^{-19}}{-1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 2 \text{ V}$$

b) Como la diferencia de potencial es positiva: $V_A > V_B$.

52 Una esfera de aluminio de 0,1 m de radio tiene una carga de valor -6 μC. ¿Cuál es su campo y su potencial en la superficie, a los 0,3 m y a los 0,6 m del centro?

El valor del campo en su superficie será:

$$E_s = K \cdot \frac{q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{6 \cdot 10^{-6}}{0{,}1^2} = 5{,}4 \cdot 10^6 \text{ N/C}$$

La dirección es la del radio de la esfera y sentido hacia su centro de forma que en notación vectorial sería:

$$\mathbf{E}_s = -5{,}4 \cdot 10^6\, \mathbf{u}_r \text{ N/C}$$

Donde $\mathbf{u}_r$ es un vector unitario en la dirección del radio y sentido hacia el exterior de la esfera.

El potencial sería:

$$V_s = K \cdot \frac{q}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-6 \cdot 10^{-6}}{0{,}1} = -5{,}4 \cdot 10^5 \text{ V}$$

El campo a $r = 0{,}3$ m del centro sería:

$$E_1 = K \cdot \frac{q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{6 \cdot 10^{-6}}{0{,}3^2} = 6 \cdot 10^5 \text{ N/C} \quad \rightarrow \quad \mathbf{E}_1 = -6 \cdot 10^5\, \mathbf{u}_r \text{ N/C}$$

El potencial sería:

$$V_1 = K \cdot \frac{q}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-6 \cdot 10^{-6}}{0{,}3} = -1{,}8 \cdot 10^5 \text{ V}$$

El campo en $r = 0{,}6$ m sería:

$$E_2 = K \cdot \frac{q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{6 \cdot 10^{-6}}{0{,}6^2} = 1{,}5 \cdot 10^5 \text{ N/C} \quad \rightarrow \quad \mathbf{E}_2 = -1{,}5 \cdot 10^5\, \mathbf{u}_r \text{ N/C}$$

El potencial sería:

$$V_2 = K \cdot \frac{q}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-6 \cdot 10^{-6}}{0{,}6} = -9 \cdot 10^4 \text{ V}$$

53 Una esfera hueca de aluminio de radio 25 cm se carga al potencial de 3 000 V.

a) ¿Cuál es su carga eléctrica? Exprésalo en μC.

b) Calcula el campo eléctrico en su superficie.

c) ¿Cuál es el valor del campo eléctrico a 30 m del centro de la esfera?

a) El potencial de la esfera será:

$$V = K \cdot \frac{q}{r} \quad \rightarrow \quad q = \frac{r \cdot V}{K} = \frac{0{,}25 \cdot 3\,000}{9 \cdot 10^9} = 8{,}3 \cdot 10^{-8} \text{ C} = 0{,}083\ \mu\text{C}$$

b) El campo es:

$$E = K \cdot \frac{q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{8{,}3 \cdot 10^{-8}}{0{,}25^2} = 11\ 952\ \text{N/C}$$

c) Si r = 30 m, el campo vale:

$$E' = K \cdot \frac{q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{8{,}3 \cdot 10^{-8}}{30^2} = 0{,}83\ \text{N/C}$$

54 Situamos dos cargas iguales y positivas de valor 6 μC en dos puntos de coordenadas (–3, 0) y (0, –3), medidas dadas en metros. Determina:

a) El valor del campo eléctrico en el origen de coordenadas.

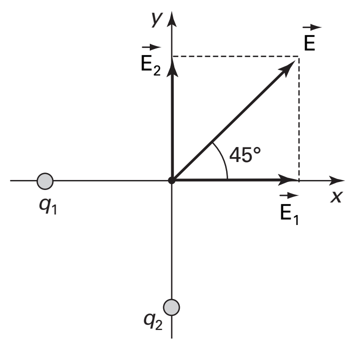
b) El potencial creado en los puntos A (0,0) y B (3,0).

c) El trabajo necesario para desplazar una carga de 10 μC desde el punto B (3,0) hasta el origen de coordenadas.

a) El campo resultante en el origen será la suma de los campos creados por q_1 y q_2 en ese punto.

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$$

Como las cargas son iguales y las distancias también, los valores de los campos son iguales:



$$E_1 = E_2 = K \cdot \frac{q_1}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{6 \cdot 10^{-6}}{3^2} = 6 \cdot 10^3\ \text{N/C}$$

$\mathbf{E}_1$ tiene la dirección del eje x y sentido de repulsión, por tanto:

$$\mathbf{E}_1 = 6 \cdot 10^3\ \mathbf{i}\ \text{N/C}$$

$\mathbf{E}_2$ tiene la dirección del eje y y sentido de repulsión:

$$\mathbf{E}_2 = 6 \cdot 10^3\ \mathbf{j}\ \text{N/C}$$

La suma será:

$$\mathbf{E} = 6 \cdot 10^3\ \mathbf{i} + 6 \cdot 10^3\ \mathbf{j}\ \text{N/C}$$

El módulo de este vector será:

$$E = \sqrt{(6 \cdot 10^3)^2 + (6 \cdot 10^3)^2} = 8\ 485\ \text{N/C}$$

b) El potencial en el origen será la suma de los potenciales. Como las cargas son iguales y están a la misma distancia del origen los potenciales serán iguales: $V_A = 2\ V_{A1}$:

$$V_{A1} = K \cdot \frac{q_1}{r},\ \text{donde } r = 3\ \text{m} \quad \rightarrow \quad V_{A1} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{6 \cdot 10^{-6}}{3} = 18\ 000\ \text{V}$$

Por tanto:

$$V_A = 2 \cdot 18\ 000 = 36\ 000\ \text{V}$$

El potencial en D será: $V_B = V_{B1} + V_{B2}$:

$$V_{B1} = K \cdot \frac{q_1}{r},\ \text{donde } r = 6\ \text{m} \quad \rightarrow \quad V_{B1} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{6 \cdot 10^{-6}}{6} = 9\ 000\ \text{V}$$

$$V_{B2} = K \cdot \frac{q_2}{r},\ \text{donde } r = \sqrt{3^2 + 3^2} = 4{,}24\ \text{m} \quad \rightarrow \quad V_{B2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{6 \cdot 10^{-6}}{4{,}24} = 12\ 736\ \text{V}$$

Por tanto:

$$V_B = 9\ 000 + 12\ 736 = 21\ 736\ \text{V}$$

c) El trabajo que realizan las fuerzas del campo para trasladar una carga q, desde el punto B (3,0) hasta A (0,0) será:

$$W_{BA} = q \cdot (V_B - V_A)$$

En consecuencia el trabajo será:

$$W_{BA} = 10 \cdot 10^{-6} \cdot (21\,736 - 36\,000) = -0{,}14 \text{ J}$$

55 Consideramos un cuadrado de lado 3 m y situamos en dos vértices opuestos cargas iguales y positivas de valor 10 μC. ¿Cuáles son los valores del campo eléctrico y del potencial eléctrico creado por esas cargas en el centro del cuadrado?

El campo en el centro será cero porque las cargas y las distancias son iguales lo que implica que los valores de ambos campos son iguales. Además están en la misma dirección y en sentidos contrarios, en consecuencia su suma será cero: **E** = 0.

El potencial será:

$$V = V_1 + V_2 = 2\,V_1 = 2\,K \cdot \frac{q}{r}; \quad \text{donde } r = \frac{1}{2}\sqrt{3^2 + 3^2} = 2{,}12 \text{ m}$$

Sustituyendo los datos obtenemos:

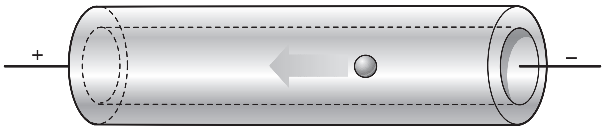
$$V = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10 \cdot 10^{-6}}{2{,}12} = 84\,906 \text{ V}$$

56 Se establece una diferencia de potencial de 25 000 V entre el ánodo y el cátodo de un tubo en el que se ha hecho el vacío. Calcula:

a) La energía cinética que adquiere un electrón al llegar al ánodo, si salió sin velocidad inicial.

b) La velocidad adquirida por el electrón si su masa, de valor $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg, permanece constante.

c) La velocidad máxima que alcanza un protón en el tubo si su masa es 1 837 veces la del electrón.



a) El trabajo realizado por las fuerzas del campo será la variación de la energía cinética del electrón:

$$\Delta E_c = W = e^- \cdot (V_- - V_+) \;\rightarrow\; E_c = -1{,}602 \cdot 10^{-19} \cdot (0 - 25\,000) = 4 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

b) La velocidad será:

$$E_c = \frac{1}{2}\,m \cdot v^2 \;\rightarrow\; v = \sqrt{\frac{2\,E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \cdot 10^{-15}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} = 9{,}4 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

c) Si con la misma energía cinética se moviese un protón cuya masa es: $m_p = 1\,837\ m_e$:

$$v_p = \sqrt{\frac{2\,E_c}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \cdot 10^{-15}}{1\,837 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}}} = 2{,}2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

57 Se abandona un electrón, sin velocidad inicial, en el punto medio entre las láminas de un condensador plano conectado a 9 V.

a) ¿Cuál es el valor del campo eléctrico en el punto medio?

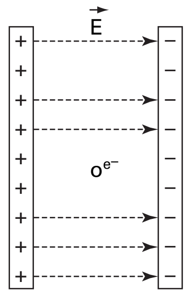
b) ¿Hacia dónde se mueve el electrón y con qué aceleración lo hace?

c) ¿Cuál es su velocidad al llegar a su destino?

(Datos: $e^- = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; distancia entre láminas: d = 2 cm).

a) El campo entre placas sería:

$$E = -\frac{\Delta V}{d} = -\frac{0 - 9}{2 \cdot 10^{-2}} = 450 \text{ V/m}$$



b) Sobre el electrón se aplica una fuerza de valor: $F = e \cdot E$, dirección la del campo y sentido contrario, por tanto, se moverá hacia la izquierda con una aceleración tal que:

$$e \cdot E = m \cdot a \quad \rightarrow \quad a = \frac{e \cdot E}{m} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 450}{9{,}1 \cdot 10^{-31}} = 7{,}9 \cdot 10^{13}\ \text{m/s}^2$$

c) El movimiento es uniformemente acelerado; por tanto, la velocidad después de recorrer una distancia $s = d/2$, será:

$$v = \sqrt{2\,a \cdot s} = \sqrt{2 \cdot 7{,}9 \cdot 10^{13} \cdot 10^{-2}} = 1{,}26 \cdot 10^{6}\ \text{m/s}$$

58 Entre dos láminas conductoras que distan 2,5 cm se crea un campo eléctrico uniforme de intensidad $E = 6 \cdot 10^4$ N/C.

a) ¿Cuál es la aceleración que adquiere un electrón situado entre las láminas?

b) Si el electrón parte de una de ellas, ¿qué valor tiene la velocidad al llegar a la otra?

c) ¿Qué energía posee en ese momento?

d) ¿Qué tiempo tarda en recorrer la distancia que separa las láminas?

a) La fuerza sobre el electrón será: $F_e = e \cdot E$; en la misma dirección que el campo y en sentido contrario. En consecuencia, como $F = m \cdot a$, tenemos:

$$e \cdot E = m \cdot a \quad \rightarrow \quad a = \frac{e \cdot E}{m} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 6 \cdot 10^{4}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}} = 1{,}05 \cdot 10^{16}\ \text{m/s}^2$$

b) El movimiento del electrón es uniformemente acelerado, por tanto la velocidad será:

$$v = \sqrt{2\,a \cdot s} = \sqrt{2 \cdot 1{,}05 \cdot 10^{16} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-2}} = 2{,}29 \cdot 10^{7}\ \text{m/s}$$

c) La energía al llegar a la otra placa será:

$$E = E_c = \frac{1}{2}\,m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot (2{,}29 \cdot 10^{7})^2 = 2{,}39 \cdot 10^{-16}\ \text{J}$$

d) El tiempo es:

$$v = a \cdot t \quad \rightarrow \quad t = \frac{v}{a} = \frac{2{,}29 \cdot 10^{7}}{1{,}05 \cdot 10^{16}} = 2{,}18 \cdot 10^{-9}\ \text{s}$$

59 Una partícula alfa (núcleo de Helio), inicialmente en reposo, es acelerada por un campo eléctrico uniforme cuya intensidad es $E = 10^5$ N/C, hasta que alcanza una velocidad $v = 100\,000$ m/s. Calcula la diferencia de potencial entre los puntos inicial y final y el espacio recorrido.

(Datos: $e^- = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_p = m_n = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg).

La partícula alfa es un núcleo de helio, es decir, dos protones y dos neutrones, por tanto, la carga será $q = 2\,e = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ C y la masa $m = 2\,m_p + 2\,m_n = 6{,}68 \cdot 10^{-27}$ kg.

El trabajo realizado por las fuerzas del campo será igual a la variación de la energía cinética de la partícula alfa:

$$W = \Delta E_c \quad \rightarrow \quad q \cdot (V_1 - V_2) = \frac{1}{2}\,m \cdot v^2 \quad \rightarrow \quad V_1 - V_2 = \frac{m \cdot v^2}{2\,q} = \frac{6{,}68 \cdot 10^{-27} \cdot (10^5)^2}{2 \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-19}} = 104\ \text{V}$$

Para calcular el espacio recorrido basta tener en cuenta que:

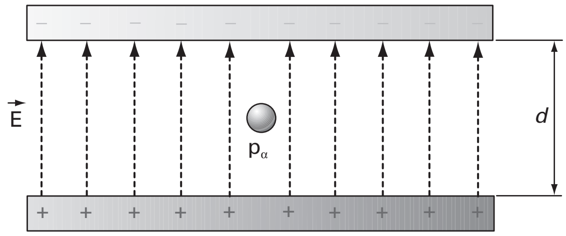
$$E \cdot s = V_1 - V_2 \quad \rightarrow \quad s = \frac{V_1 - V_2}{E} = \frac{104}{10^5} = 1{,}04 \cdot 10^{-7}\ \text{m}$$

60 Una partícula alfa (núcleo de helio) se introduce entre dos placas metálicas cargadas que están separadas una distancia d = 10 cm y colocadas paralelas al suelo. Calcula:

a) El campo eléctrico entre placas si la partícula α se mantiene en equilibrio.

b) La diferencia de potencial entre placas.

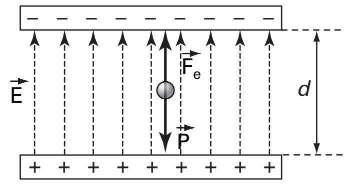
(Datos: $e^- = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C ; $m_p = m_n = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg).



La partícula alfa es un núcleo de helio, es decir, dos protones y dos neutrones, por tanto, la carga será: $q_\alpha = 2\,e = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ C; y la masa:

$$m_\alpha = 2\,m_p + 2\,m_n = 6{,}68 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$$

a) Las fuerzas que actúan sobre la partícula dentro del campo son:



El peso, $\mathbf{P} = m_\alpha \cdot \mathbf{g}$, en la dirección del radio terrestre y sentido hacia el centro de la Tierra.

La fuerza eléctrica que el campo, **E**, ejerce sobre la partícula α, $\mathbf{F}_e = q_\alpha \cdot \mathbf{E}$, en la dirección y sentido del campo.

En el equilibrio:

$$m_\alpha \cdot g = q_\alpha \cdot E$$

Despejando el campo obtenemos:

$$E = \frac{m_\alpha \cdot g}{q_\alpha} = \frac{6{,}68 \cdot 10^{-27} \cdot 9{,}81}{3{,}2 \cdot 10^{-19}} = 2 \cdot 10^{-7}\ \text{N/C}$$

b) La diferencia de potencial entre las placas será:

$$V_+ - V_- = E \cdot d \quad \rightarrow \quad V_+ - V_- = 2 \cdot 10^{-7} \cdot 0{,}1 = 2 \cdot 10^{-8}\ \text{V}$$

61 Un protón, con velocidad inicial $1{,}5 \cdot 10^6$ m/s dirigida en el sentido positivo del eje x, penetra en una región donde existe un campo eléctrico uniforme de valor $9 \cdot 10^{-3}$ N/C dirigido en el sentido positivo del eje y. Calcula:

a) Las componentes cartesianas de la fuerza experimentada por el protón.

b) La expresión de la velocidad del protón en función del tiempo.

c) La energía cinética del protón 1 segundo después de penetrar en el campo.

a) La fuerza sobre el electrón será: $F_p = e \cdot E$; en la misma dirección y sentido que el campo. En consecuencia:

$$F_p = 1{,}602 \cdot 10^{-19} \cdot 9 \cdot 10^{-3} = 1{,}44 \cdot 10^{-21}\ \text{N}$$

Expresada vectorialmente sería:

$$\mathbf{F}_p = (0,\ 1{,}44 \cdot 10^{-21})\ \text{N}$$

b) Esta fuerza produce una aceleración en la dirección del eje y sobre el protón:

$$F_p = m \cdot a \quad \rightarrow \quad a = \frac{F_p}{m} = \frac{1{,}44 \cdot 10^{-21}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}} = 8{,}62 \cdot 10^5\ \text{m/s}^2$$

En consecuencia la velocidad del protón sería en función del tiempo:

$$\mathbf{v}(t) = (1{,}5 \cdot 10^6,\ a \cdot t) = (1{,}5 \cdot 10^6,\ 8{,}62 \cdot 10^5 \cdot t)$$

c) Al cabo de 1 s la velocidad será: $\mathbf{v}(1) = (1{,}5 \cdot 10^6,\ 8{,}62 \cdot 10^5)$ m/s.

Cuyo módulo es:

$$v(1) = \sqrt{(1{,}5 \cdot 10^6)^2 + (8{,}62 \cdot 10^5)^2} = 1{,}73 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Por tanto, la energía cinética sería:

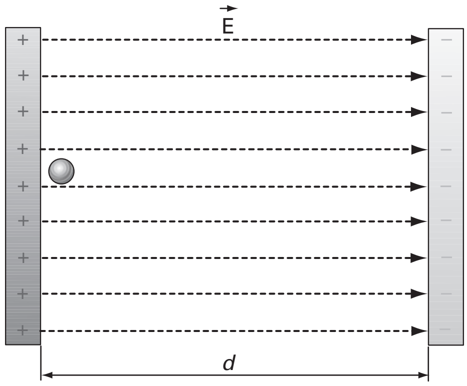
$$E_c = \frac{1}{2}\, m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot (1{,}73 \cdot 10^6)^2 = 2{,}5 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

62 Dos placas metálicas cargadas están separadas por una distancia $d = 25$ cm. En el espacio comprendido entre ellas existe un campo eléctrico uniforme de módulo $E = 2\,500$ N C^{-1}. Se abandona desde la placa positiva un protón, de masa $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg y carga $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, que, inicialmente, se encontraba en reposo. Calcula:

a) La aceleración que experimenta el protón.

b) La diferencia de potencial eléctrico entre las placas.

c) La energía cinética del protón cuando llega a la placa negativa.



a) Sobre el protón actúa una fuerza $F_e = q \cdot E$, en la misma dirección y sentido que el campo, en consecuencia:

$$q \cdot E = m \cdot a \quad \rightarrow \quad a = \frac{q \cdot E}{m} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 2\,500}{1{,}67 \cdot 10^{-27}} = 2{,}4 \cdot 10^{11} \text{ m/s}^2$$

b) La diferencia de potencial entre placas será:

$$V_+ - V_- = E \cdot d \quad \rightarrow \quad V_+ - V_- = 2\,500 \cdot 0{,}25 = 625 \text{ V}$$

c) Aplicando el teorema de las fuerzas vivas y sabiendo que parte del reposo obtenemos:

$$W = \Delta E_c = E_c\,(\text{f}) = q \cdot (V_+ - V_-) = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 625 = 10^{-16} \text{ J}$$

63 Cada electrón de un haz tiene una energía cinética de $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J.

a) Calcula su velocidad.

b) ¿Cuál será la dirección, sentido y módulo de un campo eléctrico que haga que los electrones se detengan a una distancia de 10 cm, desde su entrada en la región ocupada por el campo?

(Datos: $e^- = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg).

a) A partir de la energía cinética se puede obtener la velocidad de los electrones:

$$E_c = \frac{1}{2}\, m \cdot v^2 \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2\,E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} = 5{,}9 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

b) Si los electrones se deben parar su energía cinética sería cero:

$$\Delta E_c = 0 - E_c = W = e^- \cdot E \cdot d \quad \rightarrow \quad E = \frac{-E_c}{e^- \cdot d} = \frac{-1{,}6 \cdot 10^{-19}}{-1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}10} = 10 \text{ N/C}$$

La dirección y sentido son los mismos que los de la velocidad.

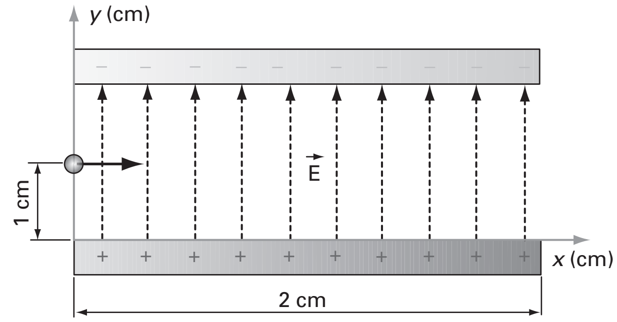
64 Se lanza un electrón con velocidad, $\mathbf{v} = 2{,}3 \cdot 10^6\ \mathbf{i}$ m/s, entre las placas horizontales de un condensador plano, en cuyo interior existe un campo eléctrico uniforme de $\mathbf{E} = 10^3\ \mathbf{j}$ N/C. El electrón penetra en el campo por el punto P (0, 1) cm y recorre toda la longitud de las placas que es de 2 cm:

a) ¿Qué aceleración adquiere el electrón?

b) ¿Cuál es la ecuación de la trayectoria que sigue el electrón dentro del campo?

c) ¿En qué punto sale del condensador?

(Datos: $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; $e^- = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C).



a) La aceleración del electrón será:

$$e^- \cdot \mathbf{E} = m \cdot \mathbf{a} \quad \rightarrow \quad \mathbf{a} = \frac{e^- \cdot \mathbf{E}}{m} = \frac{-1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}\ \mathbf{j} = -1{,}76 \cdot 10^{14}\ \mathbf{j}\ \text{m/s}^2$$

b) El movimiento del electrón es el de un lanzamiento horizontal. Las ecuaciones del movimiento del electrón sobre cada uno de los ejes serán:

$$x = v \cdot t \quad \rightarrow \quad x = 2{,}3 \cdot 10^6 \cdot t$$

$$y = y_0 - \frac{1}{2}\,a \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad y = 10^{-2} - 8{,}8 \cdot 10^{13} \cdot t^2$$

Despejando el tiempo de la primera y sustituyendo en la segunda obtenemos:

$$y = 10^{-2} - 8{,}8 \cdot 10^{13} \cdot \left(\frac{x}{2{,}3 \cdot 10^6}\right)^2 \quad \rightarrow \quad y = 10^{-2} - 16{,}64 \cdot x^2$$

c) El punto de salida será aquel en que $x = 2 \cdot 10^{-2}$ m:

$$y = 10^{-2} - 16{,}64 \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2 = 3{,}34 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$

Por tanto, el punto de salida es (2, 0,33) cm.

16 Corriente eléctrica

1 Recuerda el nombre que reciben los iones positivos y los iones negativos. ¿Por qué no se desplazan los iones metálicos al pasar la corriente eléctrica si están sometidos a un campo eléctrico?

Los iones positivos se llaman cationes, la razón está en que estos iones en la electrólisis se mueven hacia el cátodo, polo negativo de la pila, se crean sacando electrones de los átomos neutros. Los negativos, aniones, porque se mueven hacia el ánodo en la electrólisis, se crean introduciendo electrones en los átomos neutros.

El desplazamiento de los iones que forman la red metálica conlleva mucha energía, habría que superar previamente la energía reticular que mantiene los iones unidos.

2 Indica por qué no existen electrones en las disoluciones electrolíticas. Propón un modelo que explique la conducción eléctrica en una disolución de cloruro de sodio.

En las disoluciones electrolíticas no existen electrones libres ya que quedan retenidos por los átomos más electronegativos.

Cuando se disuelve cloruro de sodio, los iones Na^+ y Cl^- quedan en libertad. Si se introducen dos electrodos en la cubeta, dichos iones se ponen en camino atraídos por los electrodos de signo contrario. Al llegar a los electrodos, el anión Cl^- cede un electrón y el catión Na^+ lo toma convirtiéndose en átomos Cl y Na, respectivamente.

3 Inventa un modelo que explique la conducción eléctrica en un tubo que contiene hidrógeno a muy baja presión cuando se establecen entre dos electrodos diferencias de potencial de varios miles de voltios. ¿Qué partículas eléctricas se formarán en el interior del tubo?

Al producirse la descarga eléctrica, las moléculas diatómicas del hidrógeno (H_2) se disocian en átomos. Estos reciben energía suficiente para perder su electrón e ionizarse positivamente, generando cada uno un electrón:

$$H_2 \rightarrow 2\ H \rightarrow 2\ H^+ + 2\ e^-$$

En estas condiciones, si la diferencia de potencial es continua, los iones H^+ se desplazan hacia el polo negativo (cátodo) y los electrones, hacia el positivo (ánodo), produciéndose así la corriente eléctrica.

4 Calcula la carga que pasa por la sección de un conductor en 1 200 min si la intensidad es de 4 mA.

La intensidad de corriente está definida como:

$$I = \frac{Q}{t} \rightarrow Q = I \cdot t = 4 \cdot 10^{-3} \cdot 1\,200 \cdot 60 = 288\ \text{C}$$

5 Si la intensidad de corriente que pasa por una calculadora es de 12 μA, calcula el tiempo necesario para que pase por ella la carga de 1 C. ¿Cuántos electrones pasan en una décima de segundo?

La intensidad de corriente está definida como:

$$I = \frac{Q}{t} \rightarrow t = \frac{Q}{I} = \frac{1}{12 \cdot 10^{-6}} = 83\,333\ \text{s} = 23{,}1\ \text{h}$$

Para calcular el número de electrones debemos conocer la carga que pasa en 0,1 s:

$$q = I \cdot t = 12 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}1 = 1{,}2 \cdot 10^{-6}\ \text{C} = 1{,}2\ \mu\text{C}$$

Como cada electrón tiene una carga de $1,602 \cdot 10^{-19}$ C, el número de electrones que hay en la carga q, será:

$$n = \frac{q}{e} = \frac{1,2 \cdot 10^{-6}}{1,602 \cdot 10^{-19}} = 7,5 \cdot 10^{12} \text{ electrones}$$

6 Calcula la resistencia que tiene un hilo de cobre de 2 m de longitud y 1 mm de diámetro de sección. ¿Qué resistencia tendrá otro hilo de cobre de doble longitud y doble diámetro?

La resistencia de un hilo metálico es:

$$R = \rho_{Cu} \cdot \frac{l}{S}$$

Donde l es la longitud y S es la sección del hilo. En este caso la sección del hilo es circular de radio $r = 0,5 \cdot 10^{-3}$ m, por tanto:

$$S = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (0,5 \cdot 10^{-3})^2 = 7,85 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2$$

En definitiva, la resistencia es:

$$R = 1,7 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{2}{7,85 \cdot 10^{-7}} = 0,043\ \Omega$$

Si la longitud es el doble, $l' = 2\ l$, y el diámetro es el doble, la sección del hilo tendría un radio $r' = 10^{-3}$ m, por tanto:

$$S' = \pi \cdot r'^2 = \pi \cdot (10^{-3})^2 = 3,14 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

En definitiva, la resistencia es:

$$R' = 1,7 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{4}{3,14 \cdot 10^{-6}} = 0,022\ \Omega$$

7 Si el hilo es de nicrom, calcula las resistencias en los dos casos de la actividad 6.

Al cambiar el material cambia el coeficiente de resistividad, $\rho_{Nc} = 100 \cdot 10^{-8}\ \Omega$ m, por tanto, en el primer caso:

$$R = 100 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{2}{7,85 \cdot 10^{-7}} = 2,55\ \Omega$$

Y en el segundo:

$$R' = 100 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{4}{3,14 \cdot 10^{-6}} = 1,27\ \Omega$$

8 Calcula la resistividad en Ω m y la resistencia de un hilo conductor de 4 m de largo, 0,2 mm^2 de sección y 1,7 μΩ cm de resistividad.

Para expresar el coeficiente de resistividad en Ω m, basta utilizar el factor del prefijo micro y pasar los centímetros a metros:

$$\rho = 1,7\ \mu\Omega \text{ cm} = 1,7 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-2}\ \Omega \text{ m} = 1,7 \cdot 10^{-8}\ \Omega \text{ m}$$

La resistencia de un hilo metálico es:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

Donde l es la longitud y S es la sección del conductor. En definitiva:

$$R = 1,7 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{4}{0,2 \cdot 10^{-6}} = 0,34\ \Omega$$

9 Suponiendo que la resistencia está fabricada con un hilo de manganina, rellena en tu cuaderno la tabla:

L (m)	*S* (mm²)	*R* (Ω)	*I* (mA)	*V* (V)
18			180	9
	0,10	40	80	
12	0,05		36	
	0,04	20		1,5
6		12		4,5

Primera fila: la resistencia la podemos obtener de la ley de Ohm:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{1}{2} = 50\ \Omega$$

Ahora la sección la podemos calcular de la definición de resistencia:

$$R = \rho \cdot \frac{L}{S} \quad \rightarrow \quad S = \frac{\rho \cdot L}{R} = \frac{45 \cdot 10^{-8} \cdot 18}{50} = 16{,}2 \cdot 10^{-8}\ \text{m}^2 = 0{,}16\ \text{mm}^2$$

Segunda fila: la longitud se obtiene de la definición de resistencia:

$$R = \rho \cdot \frac{L}{S} \quad \rightarrow \quad L = \frac{R \cdot S}{\rho} = \frac{40 \cdot 0{,}10 \cdot 10^{-6}}{45 \cdot 10^{-8}} = 8{,}89\ \text{m}$$

La intensidad según la ley de Ohm es:

$$V = I \cdot\ R = 80 \cdot 10^{-3} \cdot 40 = 3{,}2\ \text{V}$$

Tercera fila: la resistencia es:

$$R = \rho \cdot \frac{L}{S} = 45 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{12}{0{,}05 \cdot 10^{-6}} = 108\ \Omega$$

La diferencia de potencial según la ley de Ohm es:

$$V = I \cdot R = 36 \cdot 10^{-3} \cdot 108 = 3{,}89\ \text{V}$$

Cuarta fila: la longitud se obtiene de la definición de resistencia:

$$R = \rho \cdot \frac{L}{S} \quad \rightarrow \quad L = \frac{R \cdot S}{\rho} = \frac{20 \cdot 0{,}04 \cdot 10^{-6}}{45 \cdot 10^{-8}} = 1{,}78\ \text{m}$$

La intensidad según la ley de Ohm es:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{1{,}5}{20} = 0{,}075\ \text{A} = 75\ \text{mA}$$

Quinta fila: la sección la podemos obtener de la definición de resistencia:

$$R = \rho \cdot \frac{L}{S} \quad \rightarrow \quad S = \frac{\rho \cdot L}{R} = \frac{45 \cdot 10^{-8} \cdot 6}{12} = 22{,}5 \cdot 10^{-8}\ \text{m}^2 = 0{,}25\ \text{mm}^2$$

La intensidad según la ley de Ohm es:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{4{,}5}{12} = 0{,}375\ \text{A} = 375\ \text{mA}$$

L (m)	*S* (mm²)	*R* (Ω)	*I* (mA)	*V* (V)
18	**0,16**	**50**	180	9
8,89	0,10	40	80	**3,2**
12	0,05	**108**	36	**3,89**
1,78	0,04	20	**75**	1,5
6	**0,25**	12	**375**	4,5

10 ¿Qué significan estos conceptos? ¿A qué magnitud se refieren? ¿En qué unidades se miden?

a) Caída de potencial o de voltaje a lo largo del cable de una instalación.

b) Tensión eléctrica.

c) Caída ohmica.

a) Caída de potencial o de voltaje significa que el potencial eléctrico disminuye a lo largo del conductor ya que este siempre posee cierta resistencia. Se mide en voltios.

b) Tensión eléctrica es la causa que «obliga» a las cargas a desplazarse por el conductor. Se mide en voltios.

c) Caída óhmica es la disminución del potencial a lo largo de un conductor con resistencia. El producto del valor de la resistencia por la intensidad es igual a la caída óhmica ($I \cdot R$) cuyo valor se mide también en voltios.

Todas estas expresiones son sinónimos de diferencia de potencial entre dos puntos de un conductor.

11 Por el filamento de una bombilla pasa una intensidad de 4,4 A. Calcula su resistencia al conectarla a una tensión de 220 V.

Una bombilla es una resistencia eléctrica, por tanto, la ley de Ohm aplicada a ella permite relacionarla con la intensidad y el voltaje:

$$V = I \cdot R \quad \rightarrow \quad R = \frac{V}{I} = \frac{220}{4,4} = 50\ \Omega$$

12 Calcula la intensidad de corriente que pasa por una cinta de hierro de 2 m de longitud, 5 mm de ancho y 0,1 mm de grosor al conectarla a la tensión de 1,5 V.

Para calcular la intensidad necesitamos conocer la resistencia de la cinta. La resistencia de un conductor metálico es:

$$R = \rho_{\text{Fe}} \cdot \frac{l}{S}$$

Donde l es la longitud y S es la sección del hilo. En este caso la sección del hilo es rectangular, por tanto:

$$S = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,1 \cdot 10^{-3} = 0,5 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^2$$

En definitiva, la resistencia es:

$$R = 10^{-7} \cdot \frac{2}{0,5 \cdot 10^{-6}} = 0,4\ \Omega$$

Ahora la ley de Ohm permite calcular la intensidad de corriente:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{1,5}{0,4} = 3,75\ \text{A}$$

13 Calcula en cada apartado el dato que falta: potencial, intensidad o resistencia:

a) 4,5 V; 12 mA.

b) 18 mA; 1,2 kΩ.

c) 12 V; 30 Ω.

d) 100 mV; 0,2 A.

a) $V = I \cdot R \quad \rightarrow \quad R = \frac{V}{I} = \frac{4,5}{12 \cdot 10^{-3}} = 375\ \Omega.$

b) $V = I \cdot R = 18 \cdot 10^{-3} \cdot 1,2 \cdot 10^{3} = 21,6\ \text{V}.$

c) $I = \dfrac{V}{R} = \dfrac{12}{30} = 0{,}4$ A.

d) $R = \dfrac{V}{I} = \dfrac{0{,}1}{0{,}2} = 0{,}5\ \Omega$.

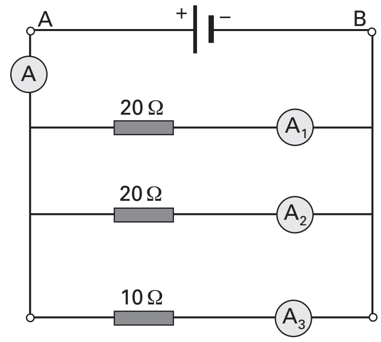
14 Observa la figura en la que $V_{AB} = 12{,}0$ V, y calcula:

a) La resistencia equivalente.

b) La d.d.p. entre los extremos de las resistencias de 20 Ω y de 10 Ω.

c) La intensidad total y las intensidades que circulan por cada resistencia.

a) En la figura existe un acoplamiento de tres resistencias en paralelo, en consecuencia el resultado sería una sola resistencia, R, colocada entre los mismos puntos del acoplamiento cuyo valor se calcula como:



$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{10} = \frac{4}{20} \rightarrow R = 5\ \Omega$$

b) Al estar conectadas en paralelo todas las resistencias están a la misma diferencia de potencial que se ve en la figura, es $V_{AB} = 12{,}0$ V.

c) Para calcular las intensidades basta aplicar la ley de Ohm al tramo que nos interese.

El amperímetro A marca la intensidad total del circuito en consecuencia:

$$I = \frac{V_{AB}}{R} = \frac{12{,}0}{5} = 2{,}4 \text{ A}$$

Los amperímetros A_1 y A_2 marcan lo mismo por estar en ramas con la misma resistencia:

$$I_1 = I_2 = \frac{V_{AB}}{R_1} = \frac{12{,}0}{20} = 0{,}6 \text{ A}$$

La lectura del amperímetro A_3 sería:

$$I_3 = \frac{V_{AB}}{R_3} = \frac{12{,}0}{10} = 1{,}2 \text{ A}$$

Como la carga se conserva en los circuitos de corriente, se puede comprobar que la intensidad total, I, es la suma de las tres intensidades:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 0{,}6 + 0{,}6 + 1{,}2 = 2{,}4 \text{ A}$$

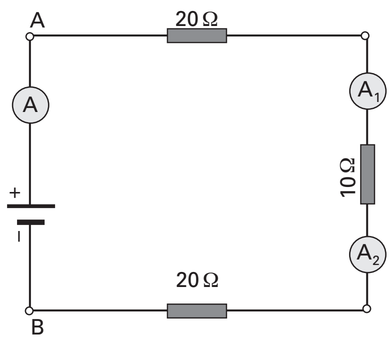
15 Observa la figura en la que $V_{AB} = 60$ V, y calcula:

a) La resistencia equivalente.

b) La intensidad total y las intensidades que circulan por cada resistencia.

c) La d.d.p. entre los extremos de las resistencias de 10 Ω y 20 Ω.

a) En la figura se ve un acoplamiento de tres resistencias en serie, por tanto, el acoplamiento equivale a una sola resistencia colocada entre los mismos puntos del circuito igual a la suma de las resistencias:



$$R = R_1 + R_2 + R_3 = 20 + 10 + 20 = 50\ \Omega$$

b) Los amperímetros deben marcar lo mismo ya que por ellos pasa la misma intensidad:

$$I = I_1 = I_2 = I_3 = \frac{V_{AB}}{R} = \frac{60}{50} = 1{,}2 \text{ A}$$

c) En los extremos de las resistencias de 20 Ω, la diferencia de potencial será:

$$V_1 = I \cdot R_1 = 1{,}2 \cdot 20 = 24 \text{ V}$$

En los extremos de la resistencia de 10 Ω, la tensión será:

$$V_2 = I \cdot R_2 = 1{,}2 \cdot 10 = 12 \text{ V}$$

Como la energía se conserva en los circuitos de corriente, se puede comprobar que la suma de las diferencias de potencial coincide con V_{AB}.

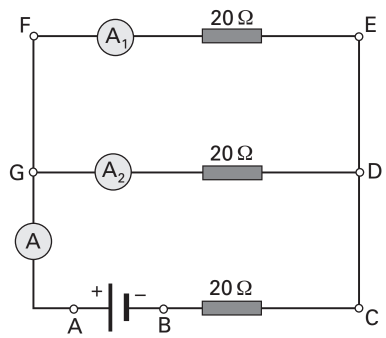
$$V_{AB} = V_1 + V_1 + V_2 = 24 + 24 + 12 = 60 \text{ V}$$

16 Observa la figura donde la d.d.p. a la salida de una fuente de alimentación es $V_{AB} = 6{,}2$ V y calcula:

a) La resistencia equivalente.

b) La intensidad total y las intensidades que circulan por las resistencias de 20 Ω.

c) Las diferencias de potencial V_{CB}, V_{DC}, V_{AC}, V_{GD} y V_{FE}.



a) Las dos resistencias $R_1 = 20$ Ω están en paralelo entre si, por tanto, se pueden sustituir por una sola resistencia, R', situada entre los mismos puntos cuyo valor es:

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{R'} = \frac{1}{20} + \frac{1}{20} = \frac{2}{20} \quad \rightarrow \quad R' = 10 \ \Omega$$

Esta resistencia R', está en serie con R_2, en consecuencia la resistencia equivalente del circuito será:

$$R = R' + R_2 = 10 + 10 = 20 \ \Omega$$

b) El amperímetro A marca la intensidad, I, total del circuito, por tanto:

$$I = \frac{V_{AB}}{R} = \frac{6{,}2}{20} = 0{,}31 \text{ A}$$

Los amperímetros A_1 y A_2 marcan lo mismo por estar en ramas con la misma resistencia y además su lectura será la mitad de la intensidad I, ya que la carga se conserva en el circuito.

$$I = I_1 + I_1 = 2\, I_1 \quad \rightarrow \quad I_1 = I_2 = \frac{I}{2} = \frac{0{,}31}{2} = 0{,}155 \text{ A}$$

c) Aplicando la ley de Ohm a cada una de las resistencias obtenemos las diferencias de potencial en cada una de ellas.

$$V_{CB} = I \cdot R_2 = 0{,}31 \cdot 10 = 3{,}1 \text{ V}; \qquad V_{DC} = V_{ED} = 0 \rightarrow \text{no hay resistencias}$$

Entre A y C está el acoplamiento en paralelo, por tanto:

$$V_{AC} = I \cdot R' = 0{,}31 \cdot 10 = 3{,}1 \text{ V}; \qquad V_{GD} = V_{FE} = I_1 \cdot R_1 = 0{,}155 \cdot 20 = 3{,}1 \text{ V}$$

17 En el circuito de la figura la d.d.p. entre los puntos A y D es $V_{AD} = 6$ V. Calcula:

a) La intensidad total y las intensidades que circulan por las resistencias R_2 y R_3.

b) Las d.d.p. entre los extremos de cada resistencia.

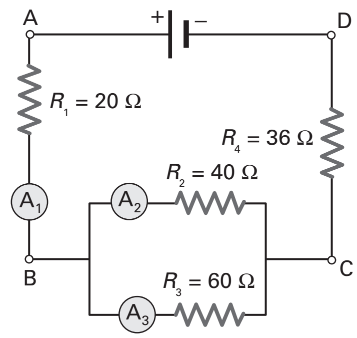
Las resistencias R_2 y R_3 están en paralelo, en consecuencia son equivalentes a una sola resistencia R', colocada entre los mismos puntos del circuito de valor tal que:

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{R'} = \frac{1}{40} + \frac{1}{60} = \frac{5}{120} \quad \rightarrow \quad R' = 24 \ \Omega$$

Esta resistencia está en serie con R_1 y R_4, en consecuencia la resistencia equivalente del circuito será:

$$R = R_1 + R' + R_4 = 20 + 24 + 36 = 80 \ \Omega$$

La intensidad que marca el amperímetro A_1, la total del circuito será:



$$I_1 = \frac{V_{AD}}{R} = \frac{6}{80} = 0{,}075 \text{ A} = 75 \text{ mA}$$

La diferencia de potencial en el acoplamiento paralelo V_{BC} será:

$$V_{BC} = I_1 \cdot R' = 0{,}075 \cdot 24 = 1{,}8 \text{ V}$$

Las intensidades que marcan los amperímetros A_2 y A_3 serán:

$$I_2 = \frac{V_{BC}}{R_2} = \frac{1{,}8}{40} = 0{,}045 \text{ A} = 45 \text{ mA}$$

$$I_3 = \frac{V_{BC}}{R_3} = \frac{1{,}8}{60} = 0{,}030 \text{ A} = 30 \text{ mA}$$

Podemos comprobar ahora que la carga se conserva:

$$I_1 = I_2 + I_3 = 45 + 30 = 75 \text{ mA}$$

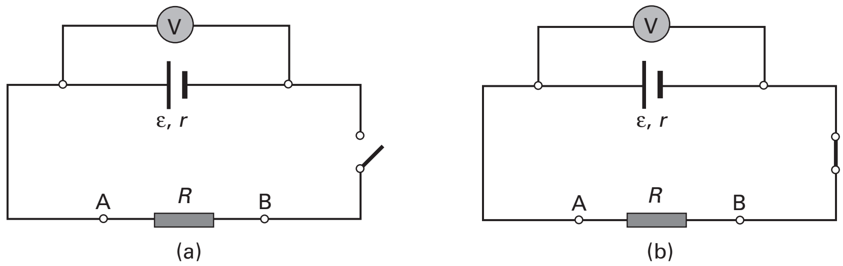
La diferencia de potencial en los extremos de R_1 y R_2 será:

$$V_{AB} = I_1 \cdot R_1 = 0{,}075 \cdot 20 = 1{,}5 \text{ V}; \quad V_{CD} = I_1 \cdot R_4 = 0{,}075 \cdot 36 = 2{,}7 \text{ V}$$

Podemos comprobar ahora que la energía se conserva:

$$V_{AD} = V_{AB} + V_{BC} + V_{CD} = 1{,}5 + 1{,}8 + 2{,}7 = 6 \text{ V}$$

18 En la figura se representa un mismo circuito con el interruptor abierto (a) y con el interruptor cerrado (b). ¿Qué mide el voltímetro en cada caso?



En el caso (a) no está pasando corriente por el circuito, $I = 0$, el voltímetro mide la fuerza electromotriz de la pila:

$$V_{AB} = \varepsilon - I \cdot r \quad \rightarrow \quad V_{AB} = \varepsilon$$

En el caso (b) el circuito está cerrado y circula una cierta intensidad de corriente, I. El voltímetro mide la diferencia de potencial en los bornes de la pila o de la resistencia, R.

$$V_{AB} = \varepsilon - I \cdot r = I \cdot R$$

19 La potencia de una bombilla de automóvil es de 15 W. Si la ddp que se le aplica es de 12 V, calcula:

a) La intensidad que pasa por el filamento de la bombilla.

b) La resistencia de ese filamento.

c) La energía absorbida de la batería del vehículo en 10 min.

a) La potencia eléctrica está definida como $P = I \cdot V$, por tanto: $I = \frac{P}{V} = \frac{15}{12} = 1{,}25$ A.

b) La potencia se puede expresar en función de la resistencia de forma que:

$$P = \frac{V^2}{R} \quad \rightarrow \quad R = \frac{V^2}{P} = \frac{12^2}{15} = 9{,}6\ \Omega$$

c) La energía es: $E = P \cdot t = 15 \cdot 10 \cdot 60 = 9\,000$ J.

20 Explica el significado de esta inscripción en una bombilla: «60 W, 220 V». Calcula la energía que consumirá de la red en 2 h. Exprésala en J y kWh.

La inscripción significa que, conectada a 220 V, la potencia es de 60 vatios.

La energía que consumirá en $t = 2 \cdot 3\,600 = 7\,200$ s, será:

$$E = P \cdot t = 60 \cdot 7\,200 = 432\,000 \text{ J}$$

Un kilovatio hora equivale a 3 600 000 julios, por tanto, la energía expresada en kWh sería:

$$E = \frac{432\,000}{3600\,000} = 0{,}12 \text{ kWh}$$

21 Si tienes cuatro bombillas de 60 W para 110 V y la tensión doméstica es de 220 V ¿cómo las montarías para que luzcan sin riesgo de que se fundan? Determina la potencia de esta instalación y la energía tomada de la red en 3 h.

Hay que repartir los 220 V de forma que cada una de las bombillas esté a 110 V. En consecuencia, se deben conectar dos series de dos bombillas conectadas en paralelo conectadas a 220 V.

La potencia de cada serie será:

$$P = 2 \cdot 60 = 120 \text{ W}$$

La potencia total instalada será de 240 W.

La energía en $t = 3 \cdot 3\,600 = 10\,800$ s, será:

$$E = P \cdot t = 240 \cdot 10\,800 = 2\,592\,000 \text{ J}$$

Expresada en kWh:

$$E = \frac{2\,592\,000}{3600\,000} = 0{,}72 \text{ kWh}$$

22 Las potencias de dos estufas eléctricas son $P_1 = 800$ W y $P_2 = 1\,600$ W ¿Qué estufa posee mayor resistencia? Justifica tu respuesta y expresa la relación en que se encuentran.

Si suponemos que las estufas se conectan a la misma tensión:

$$P_1 = \frac{V^2}{R_1}; \quad P_2 = \frac{V^2}{R_2}$$

Dividiendo estas ecuaciones entre si obtenemos:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\frac{V^2}{R_1}}{\frac{V^2}{R_2}} \rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{R_2}{R_1} \rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{800}{1\,600} = \frac{1}{2}$$

Despejando R_1:

$$R_1 = 2\,R_2$$

La resistencia de la estufa de menor potencia es 2 veces mayor que la de la estufa de mayor potencia.

23 Tu clase del instituto tiene un volumen de 36 m^3. Cada m^3 de aire absorbe 315 cal para que su temperatura aumente 1 ºC. Para que tu clase pase de 10 ºC a 20 ºC, ¿cuánto tiempo tendrá que estar enchufada una estufa eléctrica de 1 200 W de potencia? Considera que las paredes y muebles absorben el 120 % del calor absorbido por el aire.

Si para elevar la temperatura 1 °C el volumen de 1 m^3 de aire se necesitan 315 cal, la energía necesaria para elevar la temperatura de 36 m^3 de aire de 10 a 20 °C es:

$$Q_1 = 36 \text{ m}^3 \cdot 315 \frac{\text{cal}}{\text{m}^3\,°\text{C}} \cdot (20 - 10)\ °\text{C} = 113\,499 \text{ cal}$$

La energía que absorben las paredes y muebles es:

$$Q_2 = 113\ 499 \cdot \frac{120}{100} = 136\ 080 \text{ cal}$$

En total se necesitan:

$$Q = Q_1 + Q_2 = 113\ 499 + 136\ 080 = 249\ 480 \text{ cal}$$

Expresada en julios sería:

$$Q = 2\ 494\ 080 \cdot 4{,}18 = 1\ 042\ 826{,}4 \text{ J}$$

Esta energía la debe proporcionar la estufa. Como: $Q = P \cdot t$, se obtiene:

$$t = \frac{Q}{P} = \frac{1\ 042\ 826{,}4}{1\ 200} = 869 \text{ s} = 14 \text{ min } 29 \text{ s}$$

24 Una pila de 9 V tiene una resistencia interna de 1 Ω y ha sido conectada a una resistencia de 70 Ω. ¿Cuál es la ddp entre los terminales de esta resistencia?

La intensidad total que circula por el circuito es:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{9}{70 + 1} = 0{,}127 \text{ A}$$

En consecuencia, la diferencia de potencial en los extremos de la resistencia es:

$$V = I \cdot R = 0{,}127 \cdot 70 = 8{,}89 \text{ V}$$

25 Si por el circuito de la actividad 24 está pasando corriente durante 2 min, ¿qué energía se disipa en el interior de la pila? Calcula el calor desprendido en ese tiempo por la resistencia de 70 Ω.

La energía disipada en la pila en esos dos minutos será:

$$E = P \cdot t = I^2 \cdot r \cdot t = 0{,}127^2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 60 = 1{,}94 \text{ J}$$

El calor desprendido por la resistencia de 70 Ω es:

$$Q = I^2 \cdot R \cdot t = 0{,}127^2 \cdot 70 \cdot 120 = 135{,}5 \text{ J}$$

26 Por un motor conectado a la tensión de 4,5 V pasa la intensidad de 0,25 A al girar sin rozamiento, pero cuando se sujeta para que no gire, la intensidad es 2,25 A. ¿Cuánto vale la resistencia interna del motor y su fuerza contraelectromotriz?

Cuando el motor gira normalmente al aplicarle la diferencia de potencial de 4,5 V, esta es equivalente a la fuerza contraelectromotriz (ε') más la caída óhmica en el bobinado del motor ($r' \cdot I$):

$$V_{AB} = \varepsilon' + r' \cdot I$$

Si se impide que gire: $\varepsilon' = 0$; y, por tanto:

$$V_{AB} = r' \cdot I'$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones formado obtenemos:

$$4{,}5 = \varepsilon' + 0{,}25\, r'$$
$$4{,}5 = 2{,}25\, r'$$

$$r' = \frac{4{,}5}{2{,}25} = 2\ \Omega; \quad \varepsilon' = 4{,}5 - 0{,}25 \cdot 2 = 4 \text{ V}$$

27 ¿Cuánto calor disipa el motor de la actividad 26 durante 30 segundos si gira normalmente?

La energía disipada en forma de calor en el bobinado del motor será:

$$Q = I^2 \cdot r \cdot t = 0{,}25^2 \cdot 2 \cdot 30 = 3{,}75 \text{ J}$$

28 Por un motor de fcem, $\varepsilon' = 25$ V, y de resistencia interna, $r' = 4\ \Omega$, circulan 5 A de intensidad de corriente. Calcula:

a) La potencia útil del motor.

b) La potencia disipada en la resistencia.

c) La potencia total que consume.

d) El rendimiento del motor.

e) La d.d.p. en los bornes del motor.

a) La potencia eléctrica que se transforma en mecánica es:

$$P_m = \varepsilon' \cdot I = 25 \cdot 5 = 125 \text{ W}$$

b) En la resistencia del motor se disipan por efecto Joule:

$$P_{r'} = I^2 \cdot r' = 5^2 \cdot 4 = 100 \text{ W}$$

c) El motor consume, por tanto, una potencia:

$$P = P_m + P_{r'} = 125 + 100 = 225 \text{ W}$$

d) El rendimiento es:

$$\eta = \frac{P_{\text{útil}}}{P_{\text{total}}} \cdot 100 = \frac{P_m}{P} \cdot 100 = \frac{125}{225} \cdot 100 = 55{,}6\ \%$$

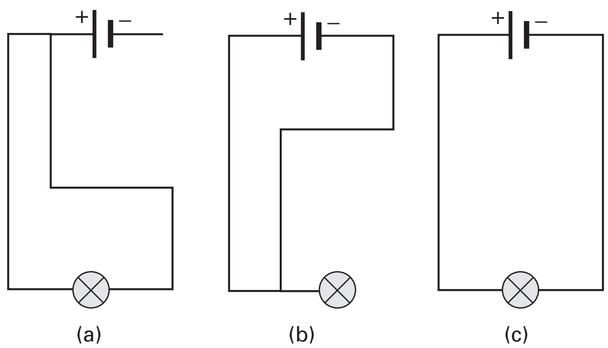
e) La potencia que suministra la corriente será la misma que consume el motor: $P = 225$ W; en consecuencia:

$$P_c = I \cdot V \quad \rightarrow \quad 225 = 5\ V \quad \rightarrow \quad V = 45 \text{ V}$$

29 ¿Qué partículas son portadoras de carga en los metales?

En los metales los electrones, que están compartidos por la red, son los portadores de carga.

30 Indica en cuál de los siguientes esquemas de la figura se enciende la bombilla.



En el esquema (a) no se enciende porque los cables están conectados al mismo borne de la pila, es como si no hubiese pila. En el (b) tampoco, ya que los cables están conectados al mismo borne de la bombilla, es como si no hubiese bombilla. La bombilla se enciende en el (c).

31 ¿Por qué las cargas eléctricas se mueven por un conductor metálico originando corriente eléctrica?

Las causas de que exista corriente eléctrica son:

- Que el conductor forme un circuito cerrado.
- Que exista una diferencia de potencial entre dos puntos del conductor.

32 Explica por qué los voltímetros han de tener una resistencia interna grande y, sin embargo, los amperímetros la han de tener pequeña.

Los amperímetros miden la intensidad de corriente. Se intercalan, por tanto, en el punto en donde se quiere saber la intensidad de corriente. Tienen una resistencia, r, en la bobina, tan pequeña como sea posible, de forma que el circuito no se vea alterado por su presencia.

Los voltímetros miden diferencias de potencial entre dos puntos de un circuito en donde hay intercalado un dispositivo cualquiera. Se conectan, por tanto, en paralelo con el dispositivo. Deben tener una resistencia, R, tan grande como sea posible, que junto con la resistencia r de la bobina, hagan que la práctica totalidad de la corriente pase por el dispositivo sin alterar el comportamiento del circuito.

33 Redacta un párrafo, que no sobrepase las diez líneas, sobre lo que te pasaría si un día te levantaras y no existiera energía eléctrica.

Respuesta libre. Por ejemplo: «Te despiertas sobrecogido por el ruido de voces que hay en la calle, miras el despertador y está apagado. Intentas dar la luz y no pasa nada, coges el reloj digital que te regalaron, ¡sumergible y con luz! y tampoco funciona. Te levantas y, a tientas, llegas a la ventana, abres la persiana y te encuentras con un día frío y lluvioso, no se ve ningún coche en movimiento. ¿Qué hora será? Pasas al baño, el agua sin presión, no sale caliente. Vas al salón y miras el reloj de cuco del abuelo. ¡Las nueve de la mañana! No llego a primera hora. Te vistes y pasas a la cocina. ¡La nevera está en un charco! Lo recoges con la fregona y te sirves un vaso de leche, lo metes al microondas... tampoco funciona. ¡Pero es que no hay nada que funcione sin electricidad en esta casa!»

34 Calcula el número de electrones que pasan en 15 s por un conductor por el que circulan 0,5 A.
(Dato: $e^- = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C).

La intensidad es:

$$I = \frac{Q}{t} \quad \rightarrow \quad Q = I \cdot t = 0{,}5 \cdot 15 = 7{,}5 \text{ C}$$

Como cada electrón tiene una carga de $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, el número de electrones que han pasado será:

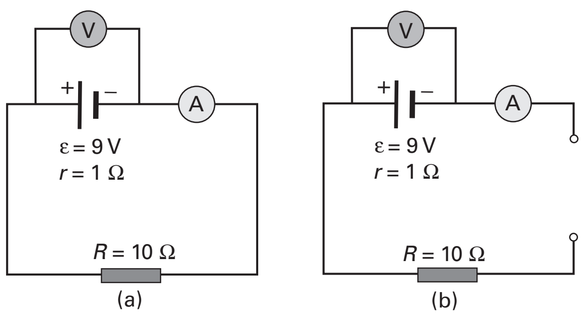
$$N = \frac{Q}{e} = \frac{7{,}5}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 4{,}7 \cdot 10^{19} \text{ electrones}$$

35 Define la fuerza electromotriz e indica en qué unidades se mide en el SI. ¿Qué energía es capaz de suministrar un generador de 1,5 V de fem al paso de 15 μC de carga?

En el SI se mide en voltios (V). La fuerza electromotriz es la energía suministrada a la unidad de carga, por tanto, a 15 μC le suministra:

$$E = q \cdot \varepsilon = 15 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}5 = 2{,}25 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

36 Indica qué señalarán el voltímetro y el amperímetro en las dos situaciones que se presentan.



En la situación (a) con el circuito cerrado, el amperímetro marcaría:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{9}{11} = 0{,}8 \text{ A}$$

Y el voltímetro:

$$V = \varepsilon - I \cdot r = 9 - 0{,}8 \cdot 1 = 8{,}2 \text{ V}$$

Con el circuito abierto (b), el amperímetro marcaría cero y el voltímetro 9 V.

37 La pila de una calculadora lleva una carga de 3 A h. Si funciona durante 1 año a razón de 1 h al día, ¿qué intensidad media habrá circulado por la calculadora?

Cada hora la carga que pasa por la calculadora es:

$$Q = 3 \cdot 3\,600 = 10\,800 \text{ C}$$

Si funciona una hora al día, en un año funcionará: $t = 365$ h $= 365 \cdot 3\,600 = 1\,314\,000$ s.

La intensidad media en el año será:

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{10\,800}{1\,314\,000} = 8{,}22 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 8{,}22 \text{ mA}$$

38 La batería de cierto automóvil posee una carga de 48 A h. Suponiendo que se han quedado sus luces encendidas y que consumen una intensidad de 8 A, ¿cuánto tiempo tardará la batería en agotarse?

Como la intensidad es:

$$I = \frac{Q}{t} \quad \rightarrow \quad t = \frac{Q}{I} = \frac{48}{8} = 6 \text{ h}$$

39 Indica y explica los factores de los que depende la resistencia de un conductor metálico.

La resistencia de un conductor metálico es directamente proporcional a la longitud del conductor (l), e inversamente proporcional a la sección del mismo (S):

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

La constante de proporcionalidad, ρ, se denomina coeficiente de resistividad, y depende del material conductor y de la temperatura.

40 Define resistividad e indica sus unidades en el SI.

La resistividad es la resistencia que ofrece cada material de un metro de longitud y un metro cuadrado de sección al paso de la corriente eléctrica a una determinada temperatura. Es una propiedad característica de las sustancias puras y, en consecuencia, propia y exclusiva de cada material. Se mide en el SI en ohmios por metro (Ω m).

41 Con 1,4 m de hilo de nicrom se ha fabricado una resistencia de 80 Ω. ¿Qué diámetro tiene la sección de ese hilo? ¿Cuánto valdrá la resistencia de un hilo de la misma longitud y doble diámetro?

La sección del hilo sería:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} \quad \rightarrow \quad S = \frac{\rho \cdot l}{R} = \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}4}{80} = 1{,}75 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2$$

La sección del hilo es circular, por tanto el radio sería:

$$S = \pi \cdot r^2 \quad \rightarrow \quad r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{1{,}75 \cdot 10^{-8}}{\pi}} = 7{,}46 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

El diámetro será:

$$d = 2\,r = 2 \cdot 7{,}46 \cdot 10^{-5} = 1{,}49 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0{,}15 \text{ mm}$$

Si el hilo tiene el doble de diámetro, su radio sería: $R' = 2 \cdot d/2 = d = 1{,}49 \cdot 10^{-4}$ m. Por tanto, la sección es ahora:

$$S' = \pi \cdot R'^2 = \pi \cdot (1{,}49 \cdot 10^{-4})^2 = 6{,}97 \cdot 10^{-8}\ \text{m}^2$$

La resistencia será:

$$R' = \rho \cdot \frac{l}{S'} \rightarrow R' = 1 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1{,}4}{6{,}97 \cdot 10^{-8}} = 20\ \Omega$$

42 ¿Cuántas vueltas de hilo de cobre de 0,7 mm² de sección hay que arrollar sobre un cilindro de cartón de radio r = 2,5 cm, para obtener una resistencia de 2 Ω? (Dato: $\rho_{Cu} = 1{,}7 \cdot 10^{-8}\ \Omega$ m).

La longitud de hilo de cobre, de la sección indicada, necesaria para tener una resistencia de 100 Ω será la que haga cumplir la relación:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} \rightarrow l = \frac{R \cdot S}{\rho}$$

Sustituyendo los datos obtenemos:

$$l = 82{,}35\ \text{m}$$

Como cada vuelta que demos al cilindro resulta una longitud de: $L = 2\,\pi \cdot r = 0{,}16$ m, el número de vueltas será:

$$N = \frac{82{,}35}{0{,}16} = 515\ \text{vueltas}$$

43 Completa en tu cuaderno las casillas de cada fila en la tabla siguiente:

R (Ω)	ρ (Ω m)	l (m)	S (mm²)
	$1{,}7 \cdot 10^{-8}$	70,6	0,1
4	$5{,}5 \cdot 10^{-8}$		0,69
3,1	$3{,}1 \cdot 10^{-8}$	20	

La resistencia óhmica en un conductor metálico es: $R = \rho \cdot \frac{l}{S}$, por tanto:

Primera fila: hay que calcular la resistencia:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} = \frac{1{,}7 \cdot 10^{-8} \cdot 70{,}6}{0{,}1 \cdot 10^{-6}} = 12\ \Omega$$

Segunda fila: hay que calcular la longitud:

$$l = \frac{R \cdot S}{\rho} = \frac{4 \cdot 0{,}69 \cdot 10^{-6}}{5{,}5 \cdot 10^{-8}} = 50\ \text{m}$$

Tercera fila: hay que calcular la sección:

$$S = \frac{\rho \cdot l}{R} = \frac{3{,}1 \cdot 10^{-8} \cdot 20}{3{,}1} = 20 \cdot 10^{-8}\ \text{m}^2 = 0{,}2\ \text{mm}^2$$

R (Ω)	ρ (Ω m)	l (m)	S (mm²)
12	$1{,}7 \cdot 10^{-8}$	70,6	0,1
4	$5{,}5 \cdot 10^{-8}$	**50**	0,69
3,1	$3{,}1 \cdot 10^{-8}$	20	**0,2**

44 Un electroimán de laboratorio constituido por 500 espiras lleva anotada la limitación de intensidad: 1,5 A. El electroimán está fabricado con hilo esmaltado de cobre cuya sección es de 0,1 mm² y su longitud, 90 m. Calcula la resistencia y la ddp máxima que debe aplicarse al electroimán.

La resistencia será:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} = \frac{1{,}7 \cdot 10^{-8} \cdot 90}{0{,}1 \cdot 10^{-6}} = 15{,}3\ \Omega$$

Si la limitación de intensidad es de 1,5 A, la diferencia de potencial máxima será:

$$V = I \cdot R = 1{,}5 \cdot 15{,}3 = 23\ \text{V}$$

45 Completa en tu cuaderno las casillas de cada columna de la tabla siguiente:

V (V)	12		30
I (A)		2	2
R (Ω)	4	8	

Primera columna: hay que calcular la intensidad de corriente sabiendo el potencial y la resistencia, por tanto la ley de Ohm la podemos utilizar para resolverlo:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{12}{4} = 3\ \text{A}$$

Segunda columna: conocidos la intensidad y la resistencia calculamos el voltaje:

$$V = I \cdot R = 2 \cdot 8 = 16\ \text{V}$$

Tercera columna: despejando la resistencia:

$$I = \frac{V}{R} \quad \rightarrow \quad R = \frac{V}{I} = \frac{30}{2} = 15\ \Omega$$

***V* (V)**	12	**16**	30
***I* (A)**	**3**	2	2
***R* (Ω)**	4	8	**15**

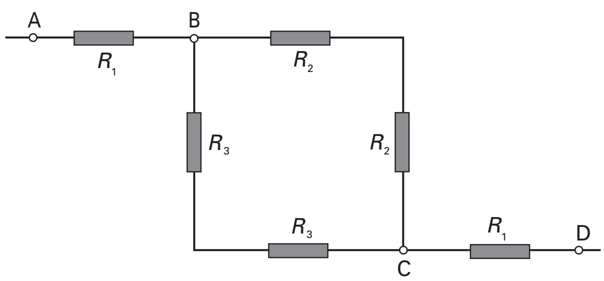
46 En una vivienda se cambia la tensión a 220 V por lo que se han retirado bombillas de 60 W, 110 V. ¿Cómo se podrán instalar ahora las bombillas sin que se fundan?

Se pueden instalar en parejas conectadas en serie de forma que:

$$V_{AC} = V_{AB} + V_{BC} = 2 \cdot 110 = 220\ \text{V}$$

Con la conexión indicada, cada bombilla esta a 110 V y tiene 60 W de potencia.

47 En el acoplamiento de la figura, calcula la resistencia equivalente sabiendo que: $R_1 = 200\ \Omega$, $R_2 = 100\ \Omega$ y $R_3 = 300\ \Omega$.



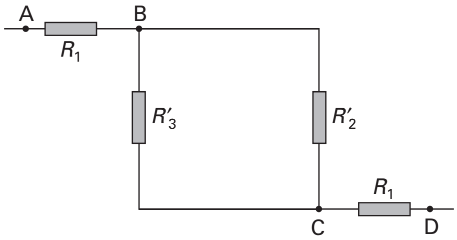
Las resistencias R_2 están en serie, porque pasa la misma intensidad por ellas:

$$R'_2 = R_2 + R_2 = 200\ \Omega$$

Lo mismo ocurre con las resistencias R_3:

$$R'_3 = R_3 + R_3 = 600\ \Omega$$

El circuito equivalente sería:



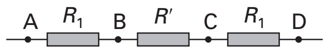
R'_2 y R'_3 están en paralelo por estar entre los mismos puntos (misma diferencia de potencial):

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R'_2} + \frac{1}{R'_3} = \frac{1}{200} + \frac{1}{600} = \frac{4}{600}$$

Por tanto:

$$R' = 150\ \Omega$$

El circuito equivalente sería:



Estas tres resistencias están en serie, por tanto, la resistencia equivalente sería:

$$R = R_1 + R' + R_1 = 550\ \Omega$$

48 Si se aplica a un pequeño motor la ddp de 12 V, pasa por él 1 A y, si se impide que gire, pasan 3 A. Halla la fuerza contraelectromotriz del motor y la resistencia que ofrece su bobinado.

La diferencia de potencial en los extremos del motor tiene que cumplir cuando está funcionando:

$$V_{AB} = \varepsilon' + I \cdot r' \quad \rightarrow \quad 12 = \varepsilon' + r' \cdot 1$$

Si se impide girar al motor, $\varepsilon' = 0$:

$$V_{AB} = I \cdot r' \quad \rightarrow \quad 12 = 3\ r'$$

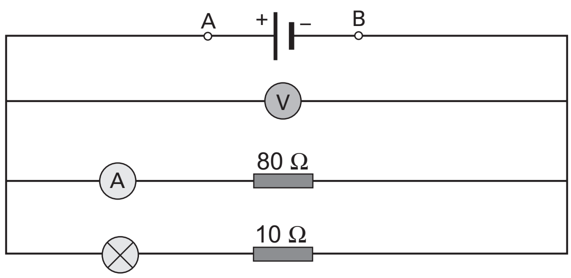
Despejando de esta ecuación la resistencia interna r':

$$r' = \frac{12}{3} = 4\ \Omega$$

Sustituyendo este valor en la primera ecuación obtenemos:

$$\varepsilon' = 12 - 4 = 8\ \text{V}$$

49 En el circuito de la figura calcula lo que marcan el voltímetro y los amperímetros si por la resistencia de 80 Ω pasan 0,4 A.



Lo que marca el voltímetro es la diferencia de potencial V_{AB}, que coincide con la diferencia de potencial del acoplamiento paralelo de las dos resistencias:

$$V_{AB} = I_1 \cdot R_1 = 0{,}4 \cdot 80 = 32\ \text{V}$$

Para calcular la intensidad, I_2, que pasa por la resistencia de 20 Ω, como está a la misma diferencia de potencial, tenemos:

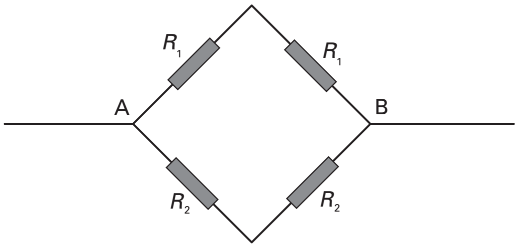
$$V_{AB} = I_2 \cdot R_2 \quad \rightarrow \quad I_2 = \frac{V_{AB}}{R_2} = \frac{32}{10} = 3{,}2 \text{ A}$$

La intensidad total del circuito será:

$$I = I_1 + I_2 = 0{,}4 + 3{,}2 = 3{,}6 \text{ A}$$

50 Calcula la resistencia equivalente y la intensidad que circula por cada rama en el acoplamiento de la figura.

(Datos: V_{AB} = 200 V; R_1 = 150 Ω; R_2 = 100 Ω).



Las dos resistencias R_1 están en serie ya que por ellas pasa la misma intensidad de corriente, en consecuencia equivalen a una sola resistencia colocada entre los mismos puntos A y B de valor:

$$R'_1 = R_1 + R_1 = 2\ R_1 = 2 \cdot 150 = 300\ \Omega$$

Análogamente ocurre con las dos resistencias R_2:

$$R'_2 = R_2 + R_2 = 2\ R_2 = 2 \cdot 100 = 200\ \Omega$$

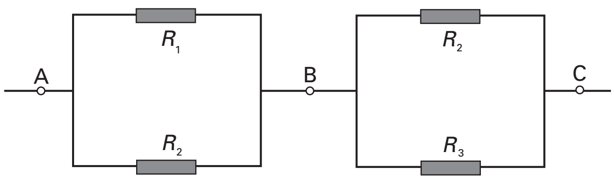
Ahora R'_1 y R'_2 están en paralelo por estar colocadas entre los mismos puntos del acoplamiento, en consecuencia son equivalentes a una sola resistencia, R, de valor tal que:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R'_1} + \frac{1}{R'_2} = \frac{1}{300} + \frac{1}{200} = \frac{2+3}{600} = \frac{5}{600} \quad \rightarrow \quad R = \frac{600}{5} = 120\ \Omega$$

Las intensidades que circulan por cada una de las ramas se calculan aplicando la ley de Ohm:

$$I_1 = \frac{V_{AB}}{R'_1} = \frac{200}{300} = 0{,}7 \text{ A} \qquad I_2 = \frac{V_{AB}}{R'_2} = \frac{200}{200} = 1 \text{ A}$$

51 En el circuito de la figura se propone el siguiente acoplamiento:



Donde V_{AC} = 540 V; R_1 = 600 Ω; R_2 = 200 Ω y R_3 = 300 Ω. Calcula:

a) La resistencia equivalente.

b) La intensidad que pasa por ella.

c) V_{AB} y V_{BC}.

a) Las resistencias R_1 y R_2 están en paralelo por encontrarse entre los mismos puntos A y B, en consecuencia se pueden sustituir por una sola, R'_1, de valor tal que:

$$\frac{1}{R'_1} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{600} + \frac{1}{200} = \frac{1+3}{600} = \frac{4}{600} \rightarrow R'_1 = \frac{600}{4} = 150\ \Omega$$

Las resistencias R_2 y R_3 están también en paralelo por encontrarse entre los mismos puntos B y C, en consecuencia se pueden sustituir por una sola, R'_2, de valor tal que:

$$\frac{1}{R'_2} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{200} + \frac{1}{300} = \frac{3+2}{600} = \frac{5}{600} \rightarrow R'_1 = \frac{600}{5} = 120\ \Omega$$

Estos dos acoplamientos en paralelo están en serie entre si de forma que R'_1 y R'_2, se pueden sustituir por una sola resistencia R, colocada entre A y C, tal que:

$$R = R'_1 + R'_2 = 150 + 120 = 270\ \Omega$$

b) La intensidad que pasa entre los puntos A y C será:

$$I = \frac{V_{AC}}{R} = \frac{540}{270} = 2\ \text{A}$$

c) Las diferencias de potencial entre los puntos donde se encuentran los acoplamientos en paralelo serán:

$$V_{AB} = I \cdot R'_1 = 2 \cdot 150 = 300\ \text{V}; \quad V_{BC} = I \cdot R'_2 = 2 \cdot 120 = 240\ \text{V}$$

52 El fusible que protege a un aparato eléctrico lleva la inscripción: «20 A, 220 V». ¿Cuál es la potencia máxima de uso del aparato?

El fusible limita la intensidad en la instalación, que aumenta con la potencia de los aparatos. De esta forma por los aparatos no pasa más intensidad que la indicada en el fusible. Si accidentalmente pasa más de esta intensidad, el fusible se funde e interrumpe la corriente, protegiendo el aparato.

La potencia máxima será la calculada con los datos del fusible:

$$P = I \cdot \text{V} = 20 \cdot 220 = 4\,400\ \text{W}$$

53 Una lámpara de resistencia 200 Ω, disipa una potencia de 40 W.

a) Calcula la máxima intensidad que circula por ella.

b) Esta lámpara se conecta a 220 V de tensión. ¿Qué le sucederá?

a) Como la potencia es:

$$P = I^2 \cdot R \rightarrow I = \sqrt{\frac{P}{R}}$$

Sustituyendo los datos obtenemos:

$$I = 0{,}4\ \text{A}$$

b) La única característica que no varía en la lámpara es su resistencia de forma que al conectarla a $V = 220$ V, la intensidad que circularía por ella sería:

$$I = \frac{V}{R} \rightarrow I = 1{,}1\ \text{A}$$

Que resulta ser mucho mayor de la que puede circular, de forma que la lámpara se fundiría.

54 Un radiador eléctrico lleva en su chapa técnica la inscripción: «2 400 W, 220 V». Si ha estado funcionando durante 1 h, calcula:

a) La resistencia del radiador.

b) La intensidad.

c) La energía consumida, en J y en kWh.

a) La resistencia es una característica del radiador y su valor se calcula a partir de los datos que marca la chapa técnica, por tanto:

$$P = \frac{V^2}{R} \quad \rightarrow \quad R = \frac{V^2}{P} = \frac{220^2}{2\,400} = 20{,}17\ \Omega$$

b) La intensidad máxima que puede pasar por el radiador será:

$$P = I \cdot V \quad \rightarrow \quad I = \frac{P}{V} = \frac{2\,400}{220} = 10{,}91\ \text{A}$$

c) La energía eléctrica es:

$$E = P \cdot t = 2\,400 \cdot 1 \cdot 3\,600 = 8\,640\,000\ \text{J}$$

Para expresarla en kWh basta dividir por 3 600 000 J/kWh:

$$E = \frac{8\,640\,000}{3\,600\,000} = 2{,}4\ \text{kWh}$$

55 Dispones de resistencias de 15 Ω. Resuelve las cuestiones:

a) ¿Cómo y cuántas resistencias debes asociar para que pasen 0,5 A al aplicar a la asociación la ddp de 60 V?

b) ¿Cómo y cuántas resistencias hay que asociar para que pase la intensidad de 2 A al aplicar la ddp de 6 V?

a) La resistencia equivalente aplicando la ley de Ohm sería:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{60}{0{,}5} = 120\ \Omega$$

Como la resistencia equivalente es mayor de 15 Ω, el acoplamiento debe ser en serie. El número de resistencia de 15 Ω que se deben acoplar en serie para obtener estos 120 Ω serían:

$$R = n \cdot R_{\text{i}} \quad \rightarrow \quad n = \frac{R}{R_{\text{i}}} = \frac{120}{15} = 8 \text{ resistencias}$$

b) La resistencia equivalente aplicando la ley de Ohm sería:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{6}{2} = 3\ \Omega$$

Como la resistencia equivalente es menor de 15 Ω, el acoplamiento debe ser en paralelo. El número de resistencia de 15 Ω que se deben acoplar en paralelo para obtener estos 3 Ω serían:

$$\frac{1}{R} = \frac{n}{R_{\text{i}}} \quad \rightarrow \quad n = \frac{R_{\text{i}}}{R} = \frac{15}{3} = 5 \text{ resistencias}$$

56 Una batería tiene una fem ε = 6 V y su resistencia interna es de 2 Ω. Si se le conecta una resistencia de 22 Ω durante 4 min, calcula:

a) La intensidad.

b) La ddp entre los extremos de la resistencia.

c) La caída óhmica en el interior de la pila.

d) La energía que ha suministrado la batería.

e) Realiza una valoración de esa energía y cómo se distribuye en el circuito.

a) La intensidad total del circuito será:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{6}{22 + 2} = 0{,}25\ \text{A}$$

b) La diferencia de potencial en los extremos de la resistencia será:

$$V = I \cdot R = 0{,}25 \cdot 22 = 5{,}5\ \text{V}$$

c) La caída de tensión en la resistencia interna de la pila es:

$$V_i = I \cdot r = 0{,}25 \cdot 2 = 0{,}5 \text{ V}$$

d) La energía suministrada por la batería es:

$$E_g = I \cdot \varepsilon \cdot t = 0{,}25 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 60 = 360 \text{ J}$$

e) La energía disipada en la pila debido a su resistencia interna, durante los 4 minutos (240 s), será:

$$E_r = I^2 \cdot r \cdot t = 0{,}25^2 \cdot 2 \cdot 240 = 30 \text{ J}$$

La energía disipada en el resto del circuito es:

$$E_R = I^2 \cdot R \cdot t = 0{,}25^2 \cdot 22 \cdot 240 = 330 \text{ J}$$

Como la energía se conserva se puede comprobar que:

$$E_g = E_r + E_R = 30 + 330 = 360 \text{ J}$$

57 Una lámpara de 80 W, para ser utilizada a 220 V, se ha enchufado por error a 110 V. ¿Corre riesgo de fundirse? ¿Cuál será su potencia en este caso?

Al conectarse a menos tensión, pasará menos intensidad y en consecuencia no existe ningún riesgo de fundirse, al contrario, su potencia será menor y proporcionará menos intensidad luminosa.

La resistencia se obtiene de los datos del fabricante:

$$P = \frac{V^2}{R} \quad \rightarrow \quad R = \frac{V^2}{P} = \frac{220^2}{80} = 605 \ \Omega$$

Si se conecta a 110 V, la potencia será:

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{110^2}{605} = 20 \text{ W}$$

58 Con 2 m de hilo de nicrom cuya sección es 0,1 mm^2 se ha fabricado una resistencia. Si por ella pasa una intensidad de 200 mA durante 4 min, calcula la tensión (ddp) a la que está sometida y el calor disipado.

La resistencia del hilo es: $R = \rho \cdot \dfrac{l}{S} = \dfrac{10^{-6} \cdot 2}{0{,}1 \cdot 10^{-6}} = 20 \ \Omega$.

Conocida la resistencia, el voltaje será: $V = I \cdot R = 0{,}2 \cdot 20 = 4$ V.

La energía disipada en $t = 4 \cdot 60 = 240$ s: $E = P \cdot t = I \cdot V \cdot t = 0{,}2 \cdot 4 \cdot 240 = 192$ J.

59 Una lámpara de 100 W está conectada a la red de 220 V durante 72 h. Calcula:

a) La intensidad media que pasa por la lámpara.

b) La resistencia del filamento.

c) La energía en julios y en kWh.

d) Si el kWh cuesta 0,1 €, ¿qué gasto ha ocasionado la lámpara encendida durante ese tiempo?

a) La intensidad máxima se calcula a partir de los datos del fabricante:

$$P = I \cdot V \quad \rightarrow \quad I = \frac{P}{V} = \frac{100}{220} = 0{,}45 \text{ A}$$

b) La resistencia se calcula a partir de los datos que indica la lámpara:

$$P = \frac{V^2}{R} \quad \rightarrow \quad R = \frac{V^2}{R} = \frac{220^2}{100} = 484 \ \Omega$$

c) En el tiempo, $t = 72 \text{ h} = 72 \cdot 3\,600 = 259\,200$ s, la energía será:

$$E = P \cdot t = 100 \cdot 259\,200 = 2{,}592 \cdot 10^7 \text{ J}$$

d) Para expresarla en kWh basta dividir por 3 600 000 J/kWh:

$$E = \frac{2{,}592 \cdot 10^7}{3\,600\,000} = 7{,}2 \text{ kWh}$$

e) Bastará multiplicar los kWh por el precio de la unidad:

$$G = 7{,}2 \cdot 0{,}1 = 0{,}72 \text{ €}$$

60 ¿Cuánto tiempo será necesario para calentar 0,25 kg de agua con un calentador de inmersión de 60 W desde 10 °C hasta 30 °C? (Dato: calor específico c_e = 4 180 J/(kg °C)).

La energía necesaria para elevar la temperatura de 250 gramos de agua desde 10 °C hasta 30 °C es:

$$Q = m \cdot c_e \cdot (T_f - T_i)$$

Esta energía la debe proporcionar el calentador en un tiempo determinado:

$$E = P \cdot t$$

En consecuencia:

$$P \cdot t = m \cdot c_e \cdot (T_f - T_i) \quad \rightarrow \quad t = \frac{m \cdot c_e \cdot (T_f - T_i)}{P} = \frac{0{,}25 \cdot 4\,180 \cdot (30 - 10)}{60} = 348{,}33 \text{ s} = 5 \text{ min } 48 \text{ s}$$

61 En la habitación de Ana hay tres bombillas instaladas: una de 100 W, otra de 60 W y otra de 40 W. Además hay una cadena de música 80 W.

a) Calcula la potencia instalada.

b) ¿Qué cantidad de energía, expresada en kWh, se transforma en dos meses si la cadena de música funciona un promedio de 4 horas al día?

c) Calcula el gasto que supone en esos dos meses, si el precio del kWh es de 0,1 €.

(Dato: 1 kWh = 3 600 000 J).

a) La potencia instalada en la habitación es:

$$P = 100 + 60 + 40 + 80 = 280 \text{ W}$$

b) La energía transformada sería:

$$E = P \cdot t$$

Si la cadena de música la tiene funcionando 4 horas al día (4 · 3 600 = 14 400 s al día), la energía sería, al día:

$$E_{\text{día}} = 80 \cdot 14\,400 = 1\,152\,000 \text{ J al día}$$

En dos meses (2 meses = 60 días), la energía transformada será:

$$E = 60 \cdot 1\,152\,000 = 69\,120\,000 \text{ J}$$

Que expresada en kWh sería:

$$E = \frac{69\,120\,000}{3\,600\,000} = 19{,}2 \text{ kWh}$$

c) El gasto que supone en los dos meses es:

$$G = 19{,}2 \cdot 0{,}1 = 1{,}92 \text{ €}$$

62 El motor de un coche de Scalextric tiene una resistencia interna $r' = 1{,}5\ \Omega$. El circuito, desde el punto de vista eléctrico, consiste en una pila variable, el motor del coche y, en serie con él, la resistencia eléctrica del circuito. En un momento determinado, la resistencia eléctrica es $R = 16\ \Omega$, la pila está trabajando con $\varepsilon = 9$ V y $r = 0{,}5\ \Omega$ y la intensidad que circula es de 250 mA. Calcula:

a) La fuerza contraelectromotriz del motor.

b) La ddp en la resistencia R.

c) La ddp en el motor.

d) La pérdida de potencial en el motor, debido a la resistencia interna r'.

e) La caída óhmica en el generador, a causa de la resistencia interna de este.

f) El balance de energía si el circuito ha estado cerrado durante 2 minutos.

a) La conservación de energía en el circuito permite escribir:

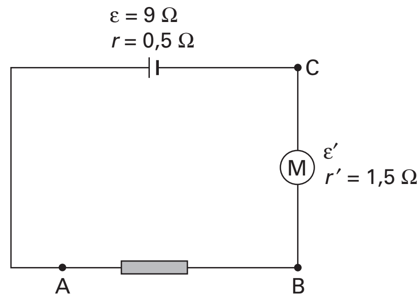
$$\varepsilon = \varepsilon' + I \cdot (R + r + r') \rightarrow \varepsilon' = \varepsilon - I \cdot (R + r + r')$$

Sustituyendo valores:

$$\varepsilon' = 9 - 0{,}25 \cdot (16 + 0{,}5 + 1{,}5) = 4{,}50 \text{ V}$$

b) Entre A y B se encuentra la resistencia R, por tanto:

$$V_{AB} = I \cdot R = 0{,}25 \cdot 16 = 4{,}00 \text{ V}$$



c) Entre los puntos B y C está el motor, por tanto:

$$V_{BC} = \varepsilon' + I \cdot r' = 4{,}5 + 0{,}25 \cdot 1{,}5 = 4{,}875 \text{ V}$$

d) La caída de tensión debida a la resistencia r' será:

$$V_{r'} = I \cdot r' = 0{,}25 \cdot 1{,}5 = 0{,}375 \text{ V}$$

e) La caída óhmica en la resistencia r:

$$V_r = I \cdot r = 0{,}25 \cdot 0{,}5 = 0{,}125 \text{ V}$$

f) Realizar un balance de energía implica comprobar que se cumple el principio de conservación de la energía en ese circuito.

Energía producida en el generador en $t = 2 \cdot 60 = 120$ s:

$$E_g = I \cdot \varepsilon \cdot t = 0{,}25 \cdot 9 \cdot 120 = 270 \text{ J}$$

Energía consumida en todo el circuito en esos 2 minutos:

- Energía mecánica del motor: $E_m = I \cdot \varepsilon' \cdot t = 0{,}25 \cdot 4{,}5 \cdot 120 = 135$ J
- Energía disipada en R: $E_R = I^2 \cdot R \cdot t = 0{,}25^2 \cdot 16 \cdot 120 = 120$ J
- Energía disipada en r: $E_r = I^2 \cdot r \cdot t = 0{,}25^2 \cdot 0{,}5 \cdot 120 = 3{,}75$ J
- Energía disipada en R': $E_{r'} = I^2 \cdot r' \cdot t = 0{,}25^2 \cdot 1{,}5 \cdot 120 = 11{,}25$ J

En total:

$$E_d = E_m + E_R + E_r + E_{r'} = 135 + 120 + 3{,}75 + 11{,}25 = 270 \text{ J}$$

Igual a la energía que proporciona el generador.

63 Una pila tiene una fuerza electromotriz de 40 V y una resistencia interna de 1,5 Ω. Se conecta, mediante dos conductores cuya resistencia total es de 2 Ω, a un motor de fuerza contraelectromotriz 20 V y resistencia interna 1,5 Ω. Calcula:

a) La intensidad de la corriente que circula.

b) La potencia útil del motor.

c) La potencia disipada en la resistencia del motor.

d) La potencia total que consume el motor.

e) La diferencia de potencial entre los bornes del motor y de la pila.

f) El rendimiento del motor.

a) Como todas las resistencias están en serie la resistencia equivalente sería la suma:

$$R_{eq} = 1{,}5 + 2 + 1{,}5 = 5\ \Omega$$

La intensidad total del circuito sería la que nos da la ley de Ohm generalizada, tomando la fuerza electromotriz ε como positiva y ε', negativa. En definitiva:

$$I = \frac{\varepsilon - \varepsilon'}{R_{eq}} = \frac{40 - 20}{5} = 4 \text{ A}$$

b) La potencia eléctrica que se transforma en mecánica es:

$$P_m = \varepsilon' \cdot I = 20 \cdot 4 = 80 \text{ W}$$

c) En la resistencia del motor se disipan por efecto Joule:

$$P_{r'} = I^2 \cdot r' = 4^2 \cdot 1{,}5 = 24 \text{ W}$$

d) El motor consume, por tanto, una potencia:

$$P = P_m + P_{r'} = 80 + 24 = 104 \text{ W}$$

e) La d.d.p. en los bornes del motor será:

$$V_m = \varepsilon' + I \cdot r' = 20 + 4 \cdot 1{,}5 = 26 \text{ V}$$

En los extremos de la pila será:

$$V_p = \varepsilon - I \cdot r = 40 - 4 \cdot 1{,}5 = 34 \text{ V}$$

f) El rendimiento es:

$$\eta = \frac{P_m}{P} \cdot 100 = \frac{80}{104} \cdot 100 = 77 \text{ \%}$$

64 En el circuito de la figura, las resistencias valen: $R_1 = 3\ \Omega$, $R_2 = 6\ \Omega$, $R_3 = 4\ \Omega$ y $R_4 = 9\ \Omega$. Calcula:

a) La resistencia equivalente.

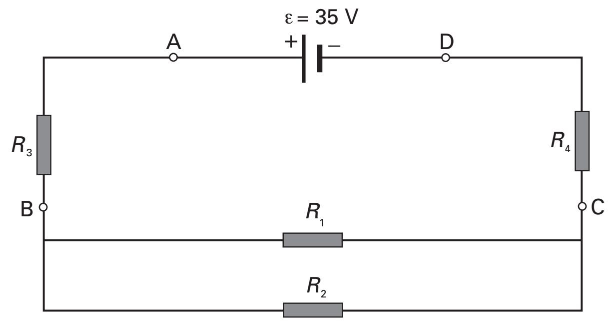
b) La intensidad, I, que circula por el circuito.

c) La diferencia de potencial entre B y C.

d) Las intensidades, I_1 e I_2, que circulan por las resistencias R_1 y R_2.

e) La energía que se transforma en calor en la resistencia R_1 en 30 minutos.

f) La potencia disipada en la resistencia R_4.



a) Las resistencias R_1 y R_2 están en paralelo, por tanto, se pueden sustituir por una R', colocada entre los mismos puntos cuyo valor es tal que:

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2+1}{6} = \frac{3}{6} \quad \rightarrow \quad R' = \frac{6}{3} = 2\ \Omega$$

Esta resistencia está en serie con R_3 y R_4, por tanto, la resistencia equivalente en el circuito es:

$$R = R' + R_3 + R_4 = 2 + 4 + 9 = 15\ \Omega$$

b) La intensidad total del circuito es:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{35}{15} = 2{,}33 \text{ A}$$

c) Entre los puntos B y C se encuentra el acoplamiento en paralelo cuya resistencia equivalente era $R' = 2\ \Omega$, por tanto:

$$V_{BC} = I \cdot R' = 2{,}33 \cdot 2 = 4{,}66 \text{ V}$$

d) Esta diferencia de potencial es la misma para R_1 y R_2, por tanto:

$$I_1 = \frac{V_{BC}}{R_1} = \frac{4{,}66}{3} = 1{,}55 \text{ A}; \quad I_2 = \frac{V_{BC}}{R_2} = \frac{4{,}66}{6} = 0{,}78 \text{ A}$$

e) La energía disipada en R_1 durante, $t = 30 \cdot 60 = 1\,800$ s, será:

$$E = P \cdot t = I_1 \cdot V_{BC} \cdot t = 1{,}55 \cdot 4{,}66 \cdot 1\,800 = 13\,001{,}4 \text{ J}$$

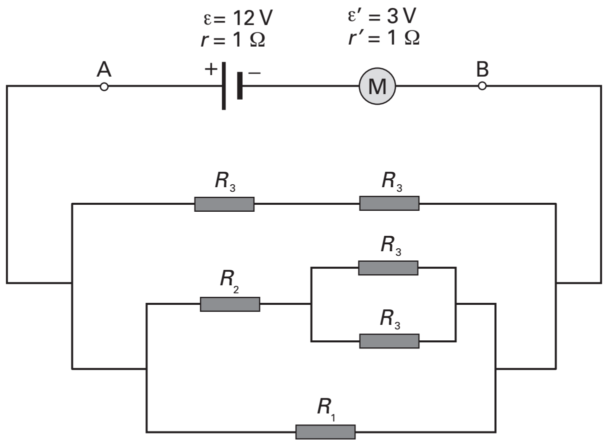
f) La potencia disipada en R_4 será:

$$P = I^2 \cdot R_4 = 2{,}33^2 \cdot 9 = 48{,}86 \text{ W}$$

65 En el circuito de la figura: $R_1 = 60\ \Omega$; $R_2 = 25\ \Omega$ y $R_3 = 10\ \Omega$. Calcula:

a) La intensidad total que circula por el circuito.

b) La diferencia de potencial V_{AB}.



a) Hay que calcular la resistencia equivalente en el circuito.

Hay un acoplamiento en paralelo de dos resistencias R_3, que equivalen a una resistencia R' tal que:

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{2}{10} \quad \rightarrow \quad R' = 5\ \Omega$$

Esta resistencia está en serie con R_2, por tanto:

$$R'' = R' + R_2 = 5 + 25 = 30\ \Omega$$

Esta resistencia está en paralelo con R_1, y con el acoplamiento en serie de las dos resistencias R_3, que equivalen a otra:

$$R''' = 2\ R_3 = 20\ \Omega$$

En consecuencia:

$$\frac{1}{R^{iv}} = \frac{1}{R''} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R'''} = \frac{1}{30} + \frac{1}{60} + \frac{1}{20} = \frac{6}{60} \quad \rightarrow \quad R^{iv} = 10\ \Omega$$

La resistencia equivalente del circuito se calcula añadiendo las resistencias internas de las pilas:

$$R_{eq} = R^{iv} + r + R' = 10 + 1 + 1 = 12\ \Omega$$

La intensidad total del circuito sería la que nos da la ley de Ohm generalizada, tomando la fuerza electromotriz ε como positiva y ε', negativa. En definitiva:

$$I = \frac{\varepsilon - \varepsilon'}{R_{eq}} = \frac{12 - 3}{12} = 0{,}75 \text{ A}$$

b) La diferencia de potencial entre A y B sería la diferencia de potencial del acoplamiento de todas las resistencias exteriores del circuito:

$$V_{AB} = I \cdot R^{iv} = 0{,}75 \cdot 10 = 7{,}5 \text{ V}$$

66 En el circuito de la figura: $R_1 = 20\ \Omega$; $R_2 = 25\ \Omega$; $R_3 = 10\ \Omega$ y $R_4 = 60\ \Omega$. Calcula:

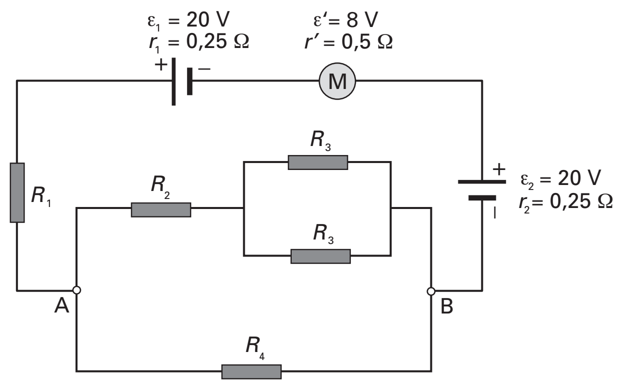
a) La resistencia equivalente.

b) La intensidad total de la corriente.

c) La diferencia de potencial entre V_{AB}.

d) La intensidad que pasa por R_2.

e) La potencia disipada en R_4.



a) Hay un acoplamiento en paralelo de dos resistencias R_3, que equivalen a una resistencia R' tal que:

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{2}{10} \quad \rightarrow \quad R' = 5\ \Omega$$

Esta resistencia está en serie con R_2, por tanto:

$$R'' = R' + R_2 = 5 + 25 = 30\ \Omega$$

Esta resistencia está en paralelo con R_4, en consecuencia:

$$\frac{1}{R'''} = \frac{1}{R''} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{30} + \frac{1}{60} = \frac{3}{60} \quad \rightarrow \quad R''' = 20\ \Omega$$

Esta resistencia está en serie con R_1, por tanto:

$$R = R''' + R_1 = 20 + 20 = 40\ \Omega$$

Para obtener la resistencia equivalente del circuito basta sumar la resistencia interna de la pila:

$$R_{eq} = R + r_1 + r_2 + R' = 40 + 1 = 41\ \Omega$$

b) La intensidad que circula por el circuito se calcula aplicando la ley de Ohm generalizada:

$$I = \frac{\varepsilon + \varepsilon_2 - \varepsilon'}{R_{eq}} = \frac{32}{41} = 0{,}78 \text{ A}$$

c) Entre los puntos A y B esta la resistencia R''' resultado de los acoplamientos de resistencias externas del circuito, por tanto:

$$V_{AB} = I \cdot R''' = 0{,}78 \cdot 20 = 15{,}6 \text{ V}$$

d) Para calcular la intensidad que pasa por R_2, como conocemos la diferencia de potencial entre A y B y la resistencia $R'' = 30\ \Omega$. La intensidad que pasa por la rama de arriba, donde se encuentra R_2 será:

$$I_1 = \frac{V_{AB}}{R''} = \frac{15{,}6}{30} = 0{,}52 \text{ A}$$

e) La potencia disipada en R_4 se puede calcular como:

$$P = \frac{V_{AB}^2}{R_4} = \frac{15{,}6^2}{60} = 4{,}06\ \text{W}$$

67 En el circuito de la figura: $\varepsilon = 36$ V; $r = 2\ \Omega$; $R_1 = 50\ \Omega$; $R_2 = 200\ \Omega$; $R_3 = 300\ \Omega$; $R_4 = 100\ \Omega$. Calcula:

a) La resistencia equivalente.

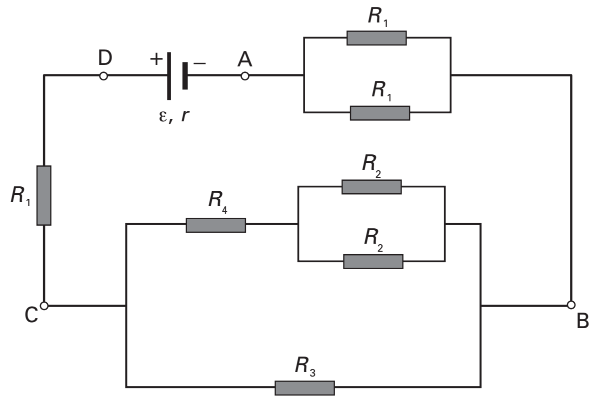
b) La intensidad que circula por el circuito.

c) La diferencia de potencial entre los puntos B y C.

d) La intensidad que pasa por R_3.

e) La potencia en cada una de las resistencias R_1.

f) La energía transformada en R_4 en 40 horas, expresada en kWh.



a) Hay un acoplamiento en paralelo de dos resistencias R_2, que equivalen a una resistencia R' tal que:

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{200} + \frac{1}{200} = \frac{2}{200} \quad \rightarrow \quad R' = 100\ \Omega$$

Esta resistencia está en serie con R_4, por tanto:

$$R'' = R' + R_4 = 100 + 100 = 200\ \Omega$$

R'' está en paralelo con R_3, en consecuencia la resistencia equivalente sería:

$$\frac{1}{R'''} = \frac{1}{R''} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{200} + \frac{1}{300} = \frac{5}{600} \quad \rightarrow \quad R''' = 120\ \Omega$$

Hay otro acoplamiento en paralelo de dos resistencias R_1, que equivalen a una resistencia R^{iv} tal que:

$$\frac{1}{R^{iv}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} = \frac{1}{50} + \frac{1}{50} = \frac{2}{50} \quad \rightarrow \quad R^{iv} = 25\ \Omega$$

Estos acoplamientos en paralelo equivalentes a R''' y R^{iv} están en serie con R_1, por tanto la resistencia externa del circuito es equivalente a una sola, R, tal que:

$$R = R_1 + R''' + R^{iv} = 50 + 120 + 25 = 195\ \Omega$$

Para obtener la resistencia equivalente del circuito basta sumar la resistencia interna de la pila:

$$R_{eq} = R + r = 195 + 2 = 197\ \Omega$$

b) La intensidad que circula por el circuito se calcula aplicando la ley de Ohm generalizada:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{36}{197} = 0{,}18\ \text{A}$$

c) Entre los puntos B y C está el acoplamiento cuya resistencia equivalente es R''', por tanto:

$$V_{BC} = I \cdot R''' = 0{,}18 \cdot 120 = 21{,}6 \text{ V}$$

d) R_3 se encuentra entre los puntos B y C, en consecuencia la intensidad que pasa por ella será:

$$I_3 = \frac{V_{BC}}{R_3} = \frac{21{,}6}{300} = 0{,}07 \text{ A}$$

e) La resistencia R_1, situada en serie dentro del circuito, tiene una potencia que podemos calcular como:

$$P = I^2 \cdot R_1 = 0{,}18^2 \cdot 50 = 1{,}62 \text{ W}$$

Para calcular las potencias de las resistencias R_1 que están en paralelo entre los puntos A y B, debemos calcular previamente la diferencia de potencial a la que se encuentra el acoplamiento:

$$V_{AB} = I \cdot R^{iv} = 0{,}18 \cdot 25 = 4{,}5 \text{ V}$$

Las potencias de cada una de las resistencias serían:

$$P' = \frac{V_{AB}^2}{R_1} = \frac{4{,}5^2}{50} = 0{,}41 \text{ W}$$

f) Para calcular la potencia en R_4 se necesita conocer la intensidad, I_4, que pasa por ella. Como la carga se conserva, en el punto C se tiene que cumplir:

$$I_3 + I_4 = I \quad \rightarrow \quad I_4 = I - I_3 = 0{,}18 - 0{,}07 = 0{,}11 \text{ A}$$

La potencia sería:

$$P = I_4^2 \cdot R_4 = 0{,}11^2 \cdot 100 = 1{,}21 \text{ W}$$

La energía transformada en: $t = 40 \cdot 3\,600 = 144\,000$ s, sería:

$$E = P \cdot t = 1{,}21 \cdot 144\,000 = 174\,240 \text{ J}$$

Que expresada en kWh sería:

$$E = \frac{174\,240}{3\,600\,000} = 0{,}05 \text{ kWh}$$