

9

Sistemas de ecuaciones lineales



1. Sistemas lineales. Resolución gráfica

PIENSA Y CALCULA

Comprueba si $x = 2, y = 3$ es solución del siguiente sistema:
$$\left. \begin{array}{l} x + 4y = 14 \\ 5x + y = 13 \end{array} \right\}$$

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} 2 + 4 \cdot 3 = 14 \\ 5 \cdot 2 + 3 = 13 \end{array} \right\}$$

Verifica las dos ecuaciones, luego es solución del sistema.

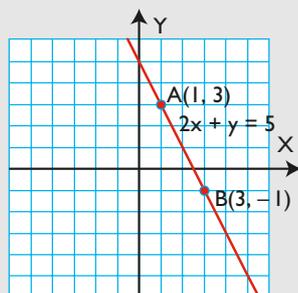
Carné calculista 57,3 : 0,84 | C = 68,21; R = 0,0036

APLICA LA TEORÍA

1 Haz la representación gráfica de las soluciones de la siguiente ecuación:

$$2x + y = 5$$

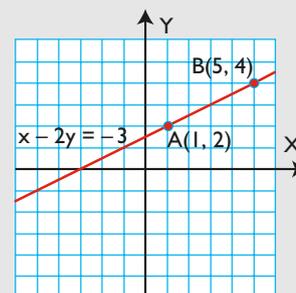
Solución:



2 Haz la representación gráfica de las soluciones de la siguiente ecuación:

$$x - 2y = -3$$

Solución:



- 3** La suma de dos números x e y es 5. Escribe una ecuación que exprese dicha condición y calcula cinco parejas de números que la verifiquen. Representa gráficamente el conjunto de todas las soluciones.

Solución:

$$x + y = 5$$

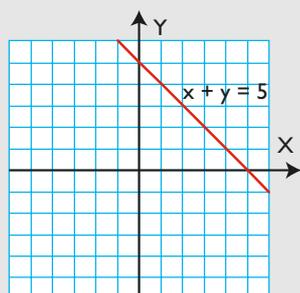
$$A(1, 4)$$

$$B(2, 3)$$

$$C(3, 2)$$

$$D(4, 1)$$

$$E(5, 0)$$



- 4** Resuelve gráficamente los sistemas:

$$a) \begin{cases} x + y = 3 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} -2x + y = 3 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

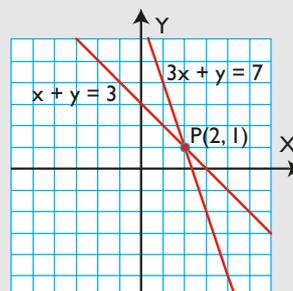
$$c) \begin{cases} 2x - y = -1 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x + 3y = 2 \\ -x - 3y = 2 \end{cases}$$

¿Son compatibles o incompatibles?

Solución:

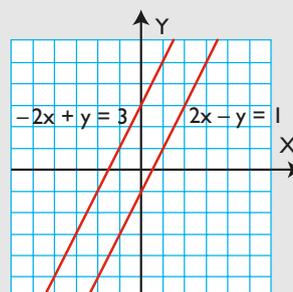
a)



$$x = 2, y = 1$$

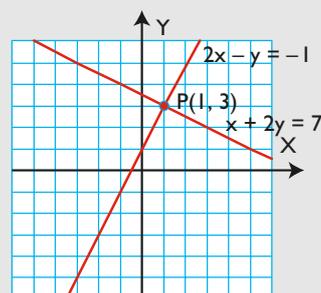
Es compatible porque tiene solución.

b)



Es incompatible porque no tiene solución.

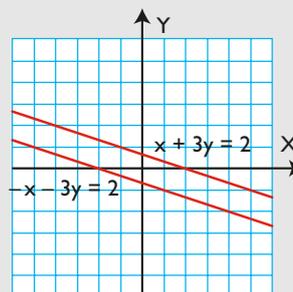
c)



$$x = 1, y = 3$$

Es compatible porque tiene solución.

d)



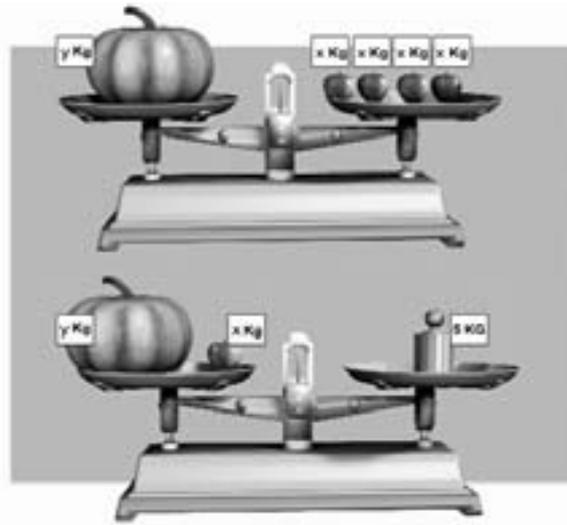
Es incompatible porque no tiene solución.

2. Métodos de sustitución e igualación

PIENSA Y CALCULA

Resuelve mentalmente el siguiente sistema observando el dibujo:

$$\begin{cases} y = 4x \\ x + y = 5 \end{cases}$$



Solución:

Cada piña pesa 1 kg, y el melón, 4 kg

Carné calculista $\frac{4}{3} \cdot \frac{5}{2} - \frac{3}{2} : \frac{9}{4} = \frac{8}{3}$

APLICA LA TEORÍA

5 Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x + 4y = 11 \end{cases}$$

Solución:

Se resuelve por sustitución.

$$x = 1, y = 2$$

7 Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\begin{cases} y = 3x + 6 \\ y = 2 - x \end{cases}$$

Solución:

Se resuelve por igualación.

$$x = -1, y = 3$$

6 Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\begin{cases} y = 3x \\ 3x + y = 12 \end{cases}$$

Solución:

Se resuelve por sustitución.

$$x = 2, y = 6$$

8 Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\begin{cases} 2x + 3y = -5 \\ x - 2y = 8 \end{cases}$$

Solución:

Se resuelve por sustitución.

$$x = 2, y = -3$$

- 9** Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\left. \begin{array}{l} 3x - y = 13 \\ 2x - y = 18 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por sustitución.

$$x = 3, y = -4$$

- 10** Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 1 \\ 3x - y = -9 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por igualación.

$$x = -2, y = 3$$

- 11** La suma de dos números x e y es 8 y el doble del primero más el triple del segundo es 19. Halla el valor de ambos números.

Solución:

$x = 1^{\text{er}}$ número.

$y = 2^{\text{o}}$ número.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 8 \\ 2x + 3y = 19 \end{array} \right\} x = 5, y = 3$$

- 12** La suma de dos números x e y es 11, y su diferencia es 3. Halla el valor de ambos números.

Solución:

$x = 1^{\text{er}}$ número.

$y = 2^{\text{o}}$ número.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 11 \\ x - y = 3 \end{array} \right\} x = 7, y = 4$$

- 13** Halla dos números proporcionales a 3 y 5 cuya suma es 16

Solución:

$x = 1^{\text{er}}$ número.

$y = 2^{\text{o}}$ número.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{3} = \frac{y}{5} \\ x + y = 16 \end{array} \right\} x = 6, y = 10$$

3. Método de reducción y qué método utilizar

PIENSA Y CALCULA

En el dibujo de la izquierda está planteado un sistema. Resuélvelo mentalmente aplicando estas pautas:

$$3 \text{ CD} + 2 \text{ Cinta} = 23 \text{ €}$$

$$5 \text{ CD} - 2 \text{ Cinta} = 17 \text{ €}$$

a) Suma las dos ecuaciones y calcula el valor de un CD.

b) Sustituye el valor del CD en la primera ecuación y calcula el valor de una cinta.

Solución:

Un CD vale 5 €, y una cinta de vídeo, 4 €

Carné calculista $358,6 : 8,7 \mid C = 41,21; R = 0,073$

- 14** Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 23 \\ 5x - 2y = 17 \end{cases}$$

Solución:

Se resuelve por reducción; sumando las dos ecuaciones se obtiene x

$$x = 5, y = 4$$

- 15** Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\begin{cases} 5x + 3y = 7 \\ 4x + 3y = 5 \end{cases}$$

Solución:

Se resuelve por reducción; restando las dos ecuaciones se obtiene x

$$x = 2, y = -1$$

- 16** Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\begin{cases} 5x + y = 13 \\ 4x + y = 10 \end{cases}$$

Solución:

Se resuelve por igualación. También se resuelve bien por reducción; restando las dos ecuaciones se obtiene x

$$x = 3, y = -2$$

- 17** Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\begin{cases} 2x + 3y = -4 \\ 5x - 6y = 17 \end{cases}$$

Solución:

Se resuelve por reducción; multiplicando la 1ª ecuación por 2 y sumando se obtiene x

$$x = 1, y = -2$$

- 18** Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\begin{cases} 4x + 3y = 1 \\ -6x + 5y = 27 \end{cases}$$

Solución:

Se resuelve por reducción: el m.c.m.(4, 6) = 12; se multiplica la 1ª ecuación por 3 y la 2ª por 2 y se suman.

$$x = -2, y = 3$$

- 19** Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\begin{cases} 3x + 5y = -12 \\ 4x - 7y = 25 \end{cases}$$

Solución:

Se resuelve por reducción; se multiplica la 1ª ecuación por 4 y la 2ª por -3 y se suman.

$$x = 1, y = -3$$

- 20** El doble de un número más el triple de otro es igual a 16, y seis veces el primero menos cinco veces el segundo es igual a 20. Calcula ambos números.

Solución:

$$x = 1^{\text{er}} \text{ número}$$

$$y = 2^{\text{o}} \text{ número}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 16 \\ 6x - 5y = 20 \end{cases}$$

$$x = 5, y = 2$$

- 21** Dos pantalones y tres camisas valen 120 €. Tres pantalones y dos camisas valen 130 €. ¿Cuánto vale cada pantalón y cada camisa?

Solución:

$$x = \text{precio de un pantalón.}$$

$$y = \text{precio de una camisa.}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 120 \\ 3x + 2y = 130 \end{cases}$$

$$x = 30 \text{ € precio de un pantalón.}$$

$$y = 20 \text{ € precio de una camisa.}$$

4. Resolución de problemas de sistemas

PIENSA Y CALCULA

Resuelve mentalmente el siguiente problema:

Entre Sonia y Ana tienen 30 €. Si Sonia tiene el doble que Ana, ¿cuánto dinero tiene cada una?

Solución:

Sonia tiene 20 €, y Ana, 10 €

Carné calculista $\frac{5}{4} : \left(\frac{3}{2} - \frac{7}{6}\right) = \frac{15}{4}$

APLICA LA TEORÍA

- 22** La suma de dos números es 20, y el doble del primero más el triple del segundo es 45. Halla el valor de ambos números.

Solución:

x = el 1^{er} número.

y = el 2^o número.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 20 \\ 2x + 3y = 45 \end{array} \right\}$$

$$x = 15$$

$$y = 5$$

- 23** En un garaje, hay 25 vehículos entre coches y motos. El número total de ruedas sin contar las de repuesto es 80. ¿Cuántos coches y cuántas motos hay en el garaje?

Solución:

x = número de coches.

y = número de motos.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 25 \\ 4x + 2y = 80 \end{array} \right\}$$

$$x = 15 \text{ coches.}$$

$$y = 10 \text{ motos.}$$

- 24** Se mezcla aceite de oliva, que cuesta a 3 € el litro, con aceite de girasol, que cuesta a 1 € el litro. Si tenemos 20 litros de mezcla a un precio de 2,5 € el litro, ¿cuántos litros de aceite de cada clase se han mezclado?

Solución:

x = litros de aceite de oliva.

y = litros de aceite de girasol.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 20 \\ 3x + y = 50 \end{array} \right\}$$

$$x = 15 \text{ litros de aceite de oliva.}$$

$$y = 5 \text{ litros de aceite de girasol.}$$

- 25** Hoy la edad de Miguel es el doble de la edad de María. Dentro de 10 años la suma de sus edades será 65. ¿Cuántos años tiene actualmente cada uno?

Solución:

	Edad hoy	Edad dentro de 10 años
María	x	$x + 10$
Miguel	y	$y + 10$

$$\left. \begin{array}{l} y = 2x \\ x + 10 + y + 10 = 65 \end{array} \right\}$$

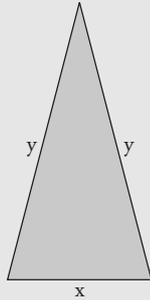
$$\text{Edad de María hoy: } x = 15 \text{ años.}$$

$$\text{Edad de Miguel hoy: } y = 30 \text{ años.}$$

- 26** En un triángulo isósceles cada uno de los lados iguales mide el doble del lado desigual y su perímetro mide 35 m. ¿Cuánto mide cada lado?

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} y = 2x \\ x + 2y = 35 \end{array} \right\}$$
$$x = 7 \text{ m}$$
$$y = 14 \text{ m}$$



- 27** En una tienda 5 bocadillos de jamón y dos refrescos de cola cuestan 17 €, y 3 bocadillos de jamón y 7 refrescos de cola, 16 €. ¿Cuánto cuesta cada bocadillo de jamón y cada refresco de cola?

Solución:

x = precio del bocadillo de jamón.

y = precio del refresco de cola.

$$\left. \begin{array}{l} 5x + 2y = 17 \\ 3x + 7y = 16 \end{array} \right\}$$

x = 3 € el bocadillo de jamón.

y = 1 € el refresco de cola.

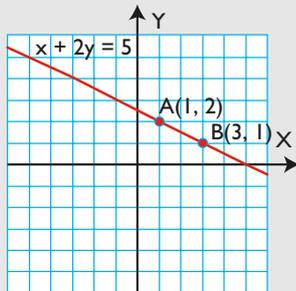
Ejercicios y problemas

1. Sistemas lineales. Resolución gráfica

28 Haz la representación gráfica de las soluciones de la siguiente ecuación:

$$x + 2y = 5$$

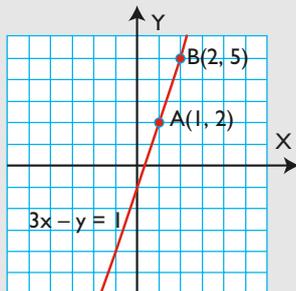
Solución:



29 Haz la representación gráfica de las soluciones de la siguiente ecuación:

$$3x - y = 1$$

Solución:

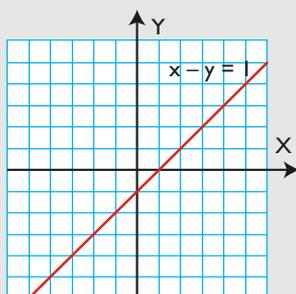


30 La diferencia de dos números x e y es 1. Escribe una ecuación que exprese dicha condición y calcula cinco parejas de números que la verifiquen. Representa gráficamente el conjunto de todas las soluciones.

Solución:

$$x - y = 1$$

A(1, 0), B(2, 1), C(3, 2), D(4, 3), E(5, 4)

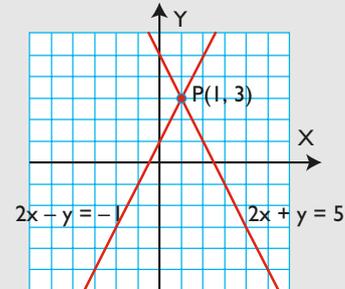


31 Resuelve el siguiente sistema gráficamente:

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$$

¿Es compatible o incompatible?

Solución:



$$x = 1, y = 3$$

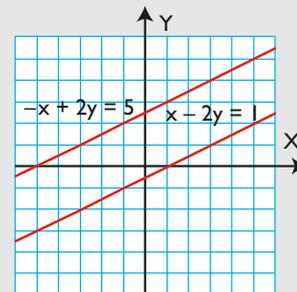
Es compatible porque tiene solución.

32 Resuelve el siguiente sistema gráficamente:

$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ -x + 2y = 5 \end{cases}$$

¿Es compatible o incompatible?

Solución:



Es incompatible porque no tiene solución.

33 Resuelve el siguiente sistema gráficamente:

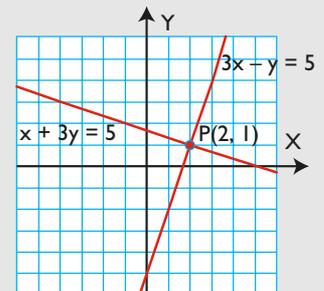
$$\begin{cases} 3x - y = 5 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$$

¿Es compatible o incompatible?

Solución:

$$x = 2, y = 1$$

Es compatible porque tiene solución.



Ejercicios y problemas

2. Métodos de sustitución e igualación

- 34** Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\left. \begin{array}{l} 5x + y = 17 \\ 2x - 3y = 0 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por sustitución.

$$x = 3, y = 2$$

- 35** Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\left. \begin{array}{l} x = 2y \\ x - 3y = -1 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por sustitución.

$$x = 2, y = 1$$

- 36** Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\left. \begin{array}{l} y = 2x + 7 \\ y = 3x + 9 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por igualación.

$$x = -2, y = 3$$

- 37** Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 5 \\ -5x + y = 9 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por sustitución.

$$x = -1, y = 4$$

- 38** Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\left. \begin{array}{l} 4x + y = 5 \\ 3x + 4y = -6 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por sustitución.

$$x = 2, y = -3$$

- 39** Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\left. \begin{array}{l} x - y = 1 \\ 2x + y = 14 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por igualación o por reducción.

$$x = 5, y = 4$$

- 40** La diferencia de dos números x e y es 3, y el triple del primero más el doble del segundo es 19. Halla el valor de ambos números.

Solución:

$$x = 1^{\text{er}} \text{ número}$$

$$y = 2^{\text{o}} \text{ número}$$

$$\left. \begin{array}{l} x - y = 3 \\ 3x + 2y = 19 \end{array} \right\}$$

$$x = 5, y = 2$$

- 41** La suma de dos números x e y es 15, y uno es el doble del otro. Halla el valor de ambos números.

Solución:

$$x = 1^{\text{er}} \text{ número}$$

$$y = 2^{\text{o}} \text{ número}$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 15 \\ y = 2x \end{array} \right\}$$

$$x = 5, y = 10$$

3. Método de reducción y qué método utilizar

- 42** Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 7 \\ -2x + 5y = 1 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por reducción; sumando las dos ecuaciones se obtiene y

$$x = 2, y = 1$$

- 43** Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 5y = 7 \\ 4x + 5y = 11 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por reducción; restando las dos ecuaciones se obtiene x

$$x = 4, y = -1$$

- 44** Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y = 4 \\ x = 3y - 11 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por sustitución.

$$x = -2, y = 3$$

- 45** Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\left. \begin{array}{l} 5x + 3y = 12 \\ 7x - 6y = 27 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por reducción; multiplicando la 1ª ecuación por 2 y sumando se obtiene x

$$x = 3, y = -1$$

- 46** Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\left. \begin{array}{l} -2x - 3y = 11 \\ 5x - 4y = 30 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por reducción; se multiplica la 1ª ecuación por 5 y la 2ª por 2 y se suman

$$x = 2, y = -5$$

- 47** Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\left. \begin{array}{l} 5x + 4y = 7 \\ 7x - 6y = 33 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por reducción: el m.c.m.(4, 6) = 12; se multiplica la 1ª ecuación por 3 y la 2ª por 2 y se suman

$$x = 3, y = -2$$

- 48** El triple de un número más el doble de otro es igual a 17, y cinco veces el primero menos el doble del segundo es igual a 7. Halla ambos números.

Solución:

$$x = 1^{\text{er}} \text{ número.}$$

$$y = 2^{\text{o}} \text{ número.}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 17 \\ 5x - 2y = 7 \end{array} \right\}$$

$$x = 3, y = 4$$

- 49** Tres kilos de manzanas y dos kilos de naranjas cuestan 9 €. Dos kilos de manzanas y 2 kilos de naranjas cuestan 7 €. ¿Cuánto vale el kilo de manzanas y el kilo de naranjas?

Solución:

$$x = \text{precio de un kilo de manzanas.}$$

$$y = \text{precio de un kilo de naranjas.}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 9 \\ 2x + 2y = 7 \end{array} \right\}$$

$$x = 2 \text{ € el kilo de manzanas.}$$

$$y = 1,5 \text{ € el kilo de naranjas.}$$

4. Resolución de problemas de sistemas

- 50** La suma de dos números es 3, y su diferencia es 11. Halla el valor de ambos números.

Solución:

$$x = \text{el } 1^{\text{er}} \text{ número.}$$

$$y = \text{el } 2^{\text{o}} \text{ número.}$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 3 \\ x - y = 11 \end{array} \right\}$$

$$x = 7$$

$$y = -4$$

- 51** En un corral hay 80 animales entre gallinas y conejos. El número de patas que hay en total es 220. ¿Cuántas gallinas y cuántos conejos hay en el corral?

Solución:

$$x = \text{número de gallinas.}$$

$$y = \text{número de conejos.}$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 80 \\ 2x + 4y = 220 \end{array} \right\}$$

$$x = 50 \text{ gallinas.}$$

$$y = 30 \text{ conejos.}$$

Ejercicios y problemas

- 52** Se mezcla café de tipo A, que cuesta a 6 € el kilo, con café de tipo B, que cuesta a 4 € el kilo. Si tenemos 60 kilos de mezcla que sale a 4,5 € el kilo, ¿cuántos kilos de café de cada clase se han mezclado?

Solución:

x = kilos de café del tipo A.
 y = kilos de café del tipo B.

$$\left. \begin{aligned} x + y &= 60 \\ 6x + 4y &= 270 \end{aligned} \right\}$$

 x = 15 kilos de café del tipo A.
 y = 45 kilos de café del tipo B.

- 53** Hoy la edad de Ana es el triple de la de su hija, y hace 5 años era cinco veces mayor. ¿Cuántos años tiene actualmente cada una?

Solución:

	Edad hoy	Edad hace 5 años
Hija	x	$x - 5$
Ana	y	$y - 5$

$$\left. \begin{aligned} y &= 3x \\ y - 5 &= 5(x - 5) \end{aligned} \right\}$$

 Edad de la hija hoy: $x = 10$ años.
 Edad de Ana hoy: $y = 30$ años.

- 54** Halla los lados de un rectángulo sabiendo que uno es el triple del otro y que el perímetro mide 40 m



Solución:



$$\left. \begin{aligned} y &= 3x \\ 2x + 2y &= 40 \end{aligned} \right\}$$

 $x = 5$ m
 $y = 15$ m

- 55** Dos kilos de gambas y tres kilos de pulpo cuestan 51 €, y tres kilos de gambas y dos kilos de pulpo cuestan 54 €. ¿Cuánto cuesta cada kilo de gambas y cada kilo de pulpo?

Solución:

x = precio del kilo de gambas.
 y = precio del kilo de pulpo.

$$\left. \begin{aligned} 2x + 3y &= 51 \\ 3x + 2y &= 54 \end{aligned} \right\}$$

 $x = 12$ € el kilo de gambas.
 $y = 9$ € el kilo de pulpo.

Para ampliar

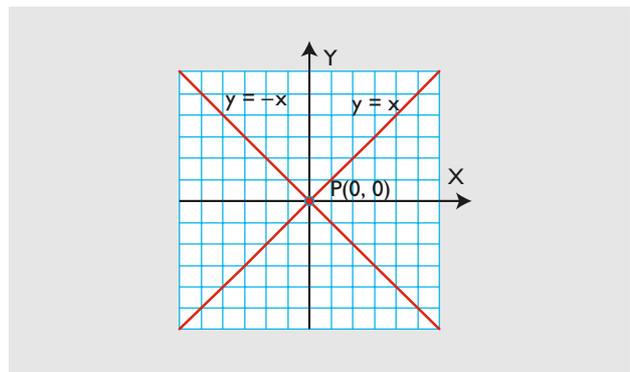
- 56** Resuelve el siguiente sistema gráficamente:

$$\left. \begin{aligned} y &= x \\ y &= -x \end{aligned} \right\}$$

¿Es compatible o incompatible?

Solución:

$x = 0$
 $y = 0$
 El sistema es compatible.

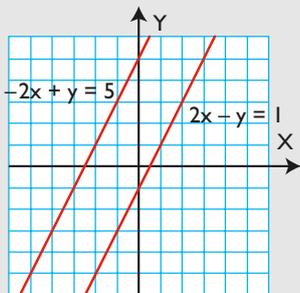


57 Resuelve el siguiente sistema gráficamente:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - y = 1 \\ -2x + y = 5 \end{array} \right\}$$

¿Es compatible o incompatible?

Solución:



No tiene solución, el sistema es incompatible.

58 Escribe un sistema que tenga las soluciones $x = 2$, $y = 3$

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ 4x + 5y = 23 \end{array} \right\}$$

59 Un ángulo de un romboide es el doble del ángulo consecutivo. ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos de dicho romboide?



Solución:

$$\left. \begin{array}{l} y = 2x \\ 2x + 2y = 360 \end{array} \right\}$$

$$x = 60^\circ$$

$$y = 120^\circ$$

60 Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 12 \\ 5x - 7y = 1 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por reducción, se multiplica la 1ª ecuación por 5 y la 2ª por -2 y se suman.

$$x = 3, y = 2$$

61 Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 4y = 16 \\ 5x - 9y = 11 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por reducción, se multiplica la 1ª ecuación por 5 y la 2ª por -3 y se suman.

$$x = 4, y = 1$$

62 Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\left. \begin{array}{l} y = 2x \\ x = 5y - 27 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por sustitución.

$$x = 3, y = 6$$

63 Halla dos números sabiendo que suman 8 y que su diferencia es 2

Solución:

x = el 1º número.

y = el 2º número.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{array} \right\}$$

$$x = 5$$

$$y = 3$$

64 Halla dos números que sean proporcionales a 3 y 4 cuya suma sea 35

Solución:

x = el 1º número

y = el 2º número

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{3} = \frac{y}{4} \\ x + y = 35 \end{array} \right\}$$

$$x = 15$$

$$y = 20$$

Problemas

- 65** Halla dos números sabiendo que tres veces el primero más cuatro veces el segundo es 68 y que cinco veces el primero menos cuatro veces el segundo es -4

Solución:

x = el 1^{er} número.

y = el 2^o número.

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 4y = 68 \\ 5x - 4y = -4 \end{array} \right\}$$

$$x = 8$$

$$y = 11$$

- 66** En el aparcamiento de un centro escolar hay 50 vehículos entre coches y bicicletas. El número total de ruedas, sin contar las de repuesto, es 140. ¿Cuántos coches y cuántas bicicletas hay en el aparcamiento?

Solución:

x = número de coches.

y = número de bicicletas.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 50 \\ 4x + 2y = 140 \end{array} \right\}$$

$$x = 20 \text{ coches.}$$

$$y = 30 \text{ bicicletas.}$$

- 67** Se mezcla trigo con avena para obtener pienso. El kilo de trigo cuesta a 0,3 € y el kilo de avena a 0,2 €. Si se quieren obtener 10 000 kilos de pienso a 0,25 € el kilo, ¿cuántos kilos de trigo y de avena tendremos que comprar?

Solución:

x = kilos de trigo.

y = kilos de avena.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 10\,000 \\ 0,3x + 0,2y = 10\,000 \cdot 0,25 \end{array} \right\}$$

$$x = 5\,000 \text{ kilos de trigo.}$$

$$y = 5\,000 \text{ kilos de avena.}$$

- 68** La edad de Pedro es el doble de la edad de Susana. Dentro de 8 años la suma de sus edades será 46 años. ¿Cuántos años tiene actualmente cada uno?

Solución:

	Edad hoy	Edad dentro de 8 años
Susana	x	$x + 8$
Pedro	y	$y + 8$

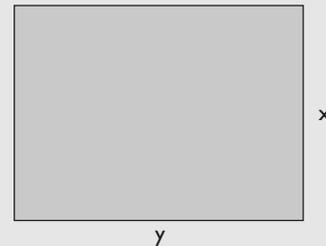
$$\left. \begin{array}{l} y = 2x \\ x + 8 + y + 8 = 46 \end{array} \right\}$$

Edad de Susana hoy: $x = 10$ años.

Edad de Pedro hoy: $y = 20$ años.

- 69** Un aula tiene forma rectangular, mide 2 metros más de largo que de ancho y la suma del largo y del ancho es 14 m. Halla el área del aula.

Solución:



$$\left. \begin{array}{l} y = x + 2 \\ x + y = 14 \end{array} \right\}$$

$$x = 6 \text{ m, } y = 8 \text{ m}$$

$$\text{Área} = 8 \cdot 6 = 48 \text{ m}^2$$

- 70** En una tienda Pablo compra 2 cuadernos y 1 bolígrafo y le cobran 6 €. Rocío compra 4 cuadernos y 3 bolígrafos y le cobran 13 €. ¿Cuánto cuesta cada cuaderno y cada bolígrafo?

Solución:

x = precio de un cuaderno.

y = precio del un bolígrafo.

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y = 6 \\ 4x + 3y = 13 \end{array} \right\}$$

$$x = 2,5 \text{ € cada cuaderno.}$$

$$y = 1 \text{ € cada bolígrafo.}$$

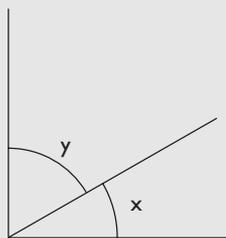
- 71** Se divide un ángulo recto en dos partes. Sabiendo que una parte es el doble de la otra, halla cuánto mide cada una de las partes.

Solución:

$$\left. \begin{aligned} y &= 2x \\ x + y &= 90 \end{aligned} \right\}$$

$$x = 30^\circ$$

$$y = 60^\circ$$



- 72** En un bar nos han cobrado 5 € por 4 cafés y 2 refrescos. Otro día nos cobran 11 € por 8 cafés y 5 refrescos. ¿Cuánto cuesta cada café y cada refresco?

Solución:

x = precio de un café.

y = precio de un refresco.

$$\left. \begin{aligned} 4x + 2y &= 5 \\ 8x + 5y &= 11 \end{aligned} \right\}$$

$x = 0,75$ € cada café.

$y = 1$ € cada refresco.

- 73** En un supermercado, por fin de temporada, se venden los melones y las sandías por unidades. Óscar compra 4 melones y 3 sandías y le cobran 18 €. Sonia compra 2 melones y 5 sandías y le cobran 16 €. ¿Qué precio tiene cada melón y cada sandía?

Solución:

x = precio de un melón.

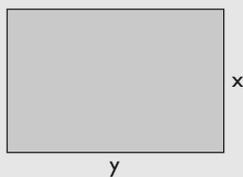
y = precio de una sandía.

$$\left. \begin{aligned} 4x + 3y &= 18 \\ 2x + 5y &= 16 \end{aligned} \right\}$$

$x = 3$ € cada melón.

$y = 2$ € cada sandía.

- 74** Una finca rectangular mide 25 m más de largo que de ancho. Si el perímetro mide 250 m, ¿cuánto mide su área?

Solución:

$$\left. \begin{aligned} y &= x + 25 \\ 2x + 2y &= 250 \end{aligned} \right\}$$

$$x = 50 \text{ m}$$

$$y = 75 \text{ m}$$

$$\text{Área} = 50 \cdot 75 = 3750 \text{ m}^2$$

- 75** Ángel tiene 9 animales entre gatos y canarios. El total de patas que tienen es 28. Calcula cuántos gatos y cuántos canarios tiene.

Solución:

x = número de gatos.

y = número de canarios.

$$\left. \begin{aligned} x + y &= 9 \\ 4x + 2y &= 28 \end{aligned} \right\}$$

$x = 5$ gatos.

$y = 4$ canarios.

- 76** Se tienen 75 monedas: unas son de 10 céntimos de euro y otras de 20 céntimos de euro. Si en total suman 10 €, ¿cuántas monedas hay de cada tipo?

Solución:

x = monedas de 10 céntimos de euro.

y = monedas de 20 céntimos de euro.

$$\left. \begin{aligned} x + y &= 75 \\ 0,1x + 0,2y &= 10 \end{aligned} \right\}$$

$x = 50$ monedas de 10 céntimos de euro.

$y = 25$ monedas de 20 céntimos de euro.

Para profundizar

- 77** La suma de dos números es 16, y su cociente es 3. Halla ambos números.

Solución:

x = el 1^{er} número.

y = el 2^o número.

$$\left. \begin{aligned} x + y &= 16 \\ \frac{x}{y} &= 3 \end{aligned} \right\}$$

$x = 12$

$y = 4$

Ejercicios y problemas

- 78** La suma de las dos cifras de un número es 9, y la cifra de las decenas es el doble de la cifra de las unidades. ¿De qué número se trata?

Solución:

x = cifra de las unidades.

y = cifra de las decenas.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 9 \\ y = 2x \end{array} \right\}$$

$x = 3, y = 6$. El número es el 63

- 79** Luis tiene el doble de dinero que Silvia. Si Luis le da 15 € a Silvia, entonces tienen lo mismo. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?

Solución:

x = dinero que tiene Silvia.

y = dinero que tiene Luis.

$$\left. \begin{array}{l} y = 2x \\ y - 15 = x + 15 \end{array} \right\}$$

$x = 30$ € es el dinero que tiene Silvia.

$y = 60$ € es el dinero que tiene Luis.

- 80** La edad de un padre es el doble de la del hijo, y hace 10 años era el triple. ¿Qué edad tiene cada uno?

Solución:

	Edad hoy	Edad hace 10 años
Hijo	x	$x - 10$
Padre	y	$y - 10$

$$\left. \begin{array}{l} y = 2x \\ y - 10 = 3(x - 10) \end{array} \right\}$$

Edad del hijo hoy: $x = 20$ años.

Edad del padre hoy: $y = 40$ años.

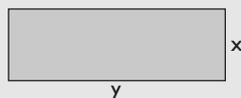
- 81** Calcula el área de un rectángulo sabiendo que su perímetro mide 16 m y que su base es el triple de la altura.

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 2y = 16 \\ y = 3x \end{array} \right\}$$

$x = 2$ m, $y = 6$ m

Área = $6 \cdot 2 = 12$ m²



- 82** Halla una fracción equivalente a $\frac{3}{4}$ en la que la suma del numerador y del denominador valga 14

Solución:

x = numerador de la fracción.

y = denominador de la fracción.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{y} = \frac{3}{4} \\ x + y = 14 \end{array} \right\}$$

$x = 6, y = 8$

- 83** Dos números proporcionales a 2 y 3 suman 20. Calcula ambos números.

Solución:

x = el 1^{er} número.

y = el 2^o número.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} = \frac{y}{3} \\ x + y = 20 \end{array} \right\}$$

$x = 8, y = 12$

- 84** Se tienen 250 monedas de las cuales unas son de 2 céntimos de euro y otras de 5 céntimos de euro. Si en total suman 6,5 €, ¿cuántas monedas hay de cada tipo?

Solución:

x = monedas de 2 céntimos de euro.

y = monedas de 5 céntimos de euro.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 250 \\ 0,02x + 0,05y = 6,5 \end{array} \right\}$$

$x = 200$ monedas de 2 céntimos de euro.

$y = 50$ monedas de 5 céntimos de euro.

- 85** Repartir 500 € proporcionalmente a 2 y 3

Solución:

x = 1^a parte de euros.

y = 2^a parte de euros.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 500 \\ \frac{x}{2} = \frac{y}{3} \end{array} \right\}$$

$x = 200$ €

$y = 300$ €

Problemas de edades

86 Hoy las edades de Sara y de su hijo José suman 43 años. Dentro de 4 años la edad de la madre será el doble de la edad del hijo. ¿Cuántos años tiene actualmente cada uno?

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

87 Ana y Pablo son hermanos. La suma de sus edades es 29 años. Hace 10 años la edad de Ana era el doble de la de su hermano. ¿Cuántos años tiene actualmente cada uno?

Solución:

	Edad hoy	Edad hace 10 años
Pablo	x	$x - 10$
Ana	y	$y - 10$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 29 \\ y - 10 = 2(x - 10) \end{array} \right\}$$

Edad de Pablo hoy: $x = 13$ años.

Edad de Ana hoy: $y = 16$ años.

88 Hoy la suma de las edades de Antonio y su nieta Juana es 98 años. Dentro de cinco años la edad del abuelo será el quintuplo de la de su nieta. ¿Cuántos años tiene actualmente cada uno?

Solución:

	Edad hoy	Edad dentro de 5 años
Juana	x	$x + 5$
Antonio	y	$y + 5$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 98 \\ y + 5 = 5(x + 5) \end{array} \right\}$$

Edad de Juana hoy: $x = 13$ años.

Edad de Antonio hoy: $y = 85$ años.

Comprueba lo que sabes

- 1** Define qué es un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas y pon un ejemplo.

Solución:

Un **sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas** es una expresión algebraica de la forma:

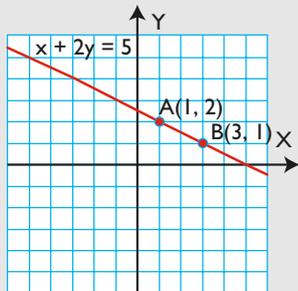
$$\left. \begin{aligned} ax + by &= c \\ a'x + b'y &= c' \end{aligned} \right\}$$

Ejemplo

$$\left. \begin{aligned} 4x + 7y &= 26 \\ 6x - 5y &= 8 \end{aligned} \right\}$$

- 2** Haz la representación gráfica de las soluciones de la siguiente ecuación: $x + 2y = 5$

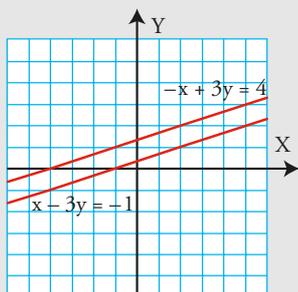
Solución:



- 3** Resuelve el siguiente sistema gráficamente y clasifícalo:

$$\left. \begin{aligned} x - 3y &= -1 \\ -x + 3y &= 4 \end{aligned} \right\}$$

Solución:



El sistema no tiene solución porque las rectas son paralelas; por tanto, el sistema es incompatible.

- 4** Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\left. \begin{aligned} x - y &= 1 \\ y &= 2x - 4 \end{aligned} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por sustitución.

$$x = 3, y = 2$$

- 5** Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\left. \begin{aligned} 2x + y &= 0 \\ 3x + 4y &= -5 \end{aligned} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por sustitución.

$$x = 1, y = -2$$

- 6** Resuelve el siguiente sistema por el método más apropiado:

$$\left. \begin{aligned} 2x + 3y &= 12 \\ 5x - 7y &= 1 \end{aligned} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por reducción; se multiplica la 1ª ecuación por 5 y la 2ª por -2 y se suman.

$$x = 3, y = 2$$

- 7** Halla dos números sabiendo que uno es el triple del otro y que el doble del primero más cinco veces el segundo es 85

Solución:

x = el 1º número

y = el 2º número

$$\left. \begin{aligned} y &= 3x \\ 2x + 5y &= 85 \end{aligned} \right\}$$

$$x = 5, y = 15$$

- 8** Una finca rectangular mide 25 m más de largo que de ancho. Si el perímetro mide 250 m, ¿cuánto mide su área?

Solución:



$$\left. \begin{aligned} y &= x + 25 \\ 2x + 2y &= 250 \\ x &= 50 \text{ m} \\ y &= 75 \text{ m} \end{aligned} \right\}$$

$$\text{Área} = 50 \cdot 75 = 3750 \text{ m}^2$$

Paso a paso

- 89** Resuelve el siguiente sistema gráficamente, clasifícalo y, si es compatible, halla la solución:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 4 \\ 2x - y = -1 \end{array} \right\}$$

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

- 90** Resuelve algebraicamente el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y = 8 \\ 5x - 4y = 7 \end{array} \right\}$$

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

- 91** Un campo de fútbol tiene forma rectangular. El largo más el ancho mide 150 m y el largo es el doble del ancho. ¿Cuánto mide cada lado?

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

- 92** **Internet.** Abre: www.editorial-bruno.es y elige **Matemáticas, curso y tema.**

Practica

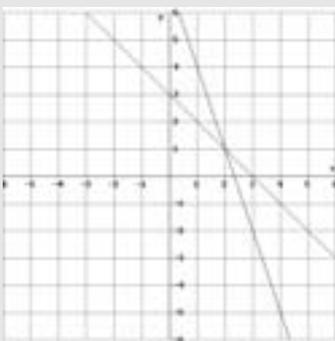
- 93** Resuelve los siguientes sistemas gráficamente, clasifícalos y, si son compatibles, halla las soluciones.

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} x + y = 3 \\ 3x + y = 7 \end{array} \right\} \quad \text{b) } \left. \begin{array}{l} -3x + y = 1 \\ 3x - y = 2 \end{array} \right\}$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} 2x - y = -1 \\ x + 2y = 7 \end{array} \right\} \quad \text{d) } \left. \begin{array}{l} x + 3y = 2 \\ -x - 3y = 2 \end{array} \right\}$$

Solución:

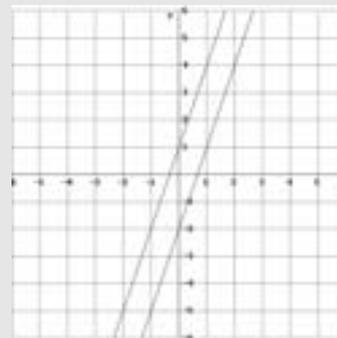
a)



Sistema compatible.

$$x = 2, y = 1$$

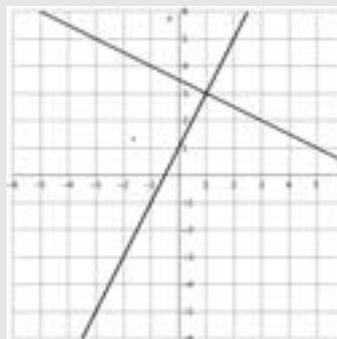
b)



Sistema incompatible.

No tiene solución.

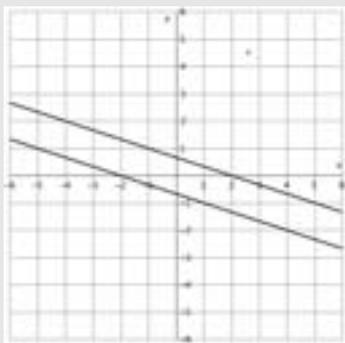
c)



Sistema compatible.

$$x = 1, y = 3$$

d)



Sistema incompatible.
No tiene solución.

94 Resuelve los siguientes sistemas algebraicamente:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \left. \begin{array}{l} 3x + y = 5 \\ -4x + y = -9 \end{array} \right\} \quad \text{b) } \left. \begin{array}{l} -7x + 6y = 11 \\ 5x + 3y = 14 \end{array} \right\} \end{array}$$

Solución:

a) $x = 2, y = -1$ b) $x = 1, y = 3$

Plantea el siguiente problema y resuélvelo con ayuda de Wiris o DERIVE:

95 Ana compra 4 CD y 3 DVD por 100 €. Óscar compra en el mismo establecimiento 2 CD y 3 DVD por 80 €. ¿Cuánto cuesta cada CD y cada DVD?

Solución:

$x =$ valor del CD
 $y =$ valor del DVD

$$\left. \begin{array}{l} 4x + 3y = 100 \\ 2x + 3y = 80 \end{array} \right\}$$

$x = 10$ € cada CD
 $y = 20$ € cada DVD

96 Halla dos números sabiendo que entre los dos suman 12 y que el doble del primero más el triple del segundo es 29

Solución:

$x =$ el 1^{er} número.
 $y =$ el 2^o número.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 12 \\ 2x + 3y = 29 \end{array} \right\}$$

$x = 7$
 $y = 5$

97 El patio de un colegio tiene forma rectangular. El largo es el triple del ancho, y el perímetro mide 400 m. Halla las dimensiones del patio.

Solución:



$x =$ medida del ancho.
 $y =$ medida del largo.

$$\left. \begin{array}{l} y = 3x \\ 2x + 2y = 400 \end{array} \right\}$$

$x = 50$ m
 $y = 150$ m

Bloque 2: Álgebra

- 1** c
- 2** b
- 3** c
- 4** a
- 5** c
- 6** d
- 7** a
- 8** c
- 9** b
- 10** d
- 11** a

Ejercicios

12 Caminar

- a) 50 cm
- b) $89,6 \text{ m/min} = 5,4 \text{ km/h}$

13 Terreno familiar

800 m²

14 Cine

Precio de la entrada: 4,8 €

Precio del paquete de palomitas: 1,5 €