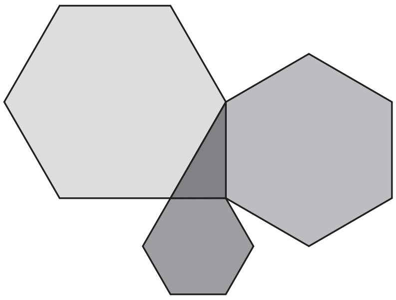
Actividades

1 Los lados de un triángulo miden 18, 16 y 9 cm, respectivamente. Averigua la cantidad igual que hay que restarle a cada uno para que el triángulo sea rectángulo.

2 Sobre cada lado de un triángulo rectángulo se construye un hexágono regular. El correspondiente a la hipotenusa tiene un área de $162\,\frac{\sqrt{3}}{3}$ cm^2. Sabiendo que los catetos b y c son tales que $\frac{c}{b} = \frac{4}{3}$, calcula:

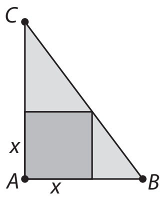
a) La medida de los lados del triángulo rectángulo.



b) Las áreas de los otros dos hexágonos.

3 Sabiendo que 8, 15, 17 es una terna pitagórica, encuentra tres más, justificando tu procedimiento.

4 Los catetos de un triángulo rectángulo miden $AB = 3$ cm y $AC = 4$ cm. Halla la longitud del lado de un cuadrado inscrito en el rectángulo que tiene uno de sus vértices en A.



El triángulo no debe ser isósceles.

5 La recta que une el centro con el punto correspondiente a la cuarta parte del lado de un cuadrado mide $2\sqrt{5}$ cm. Calcula la medida del lado del cuadrado.

Solución de las actividades

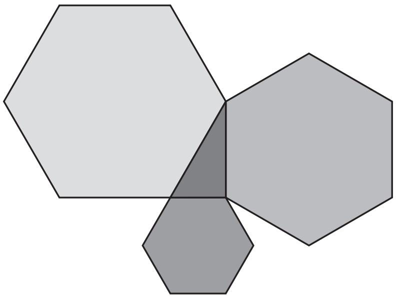
1 Los lados de un triángulo miden 18, 16 y 9 cm, respectivamente. Averigua la cantidad igual que hay que restarle a cada uno para que el triángulo sea rectángulo.

$(9-x)^2+(16-x)^2=(18-x)^2 \Rightarrow 81-18x+x^2+256-32x+x^2=324-36x+$
$+x^2 \Rightarrow 81-50x+x^2+256-324+36x=0 \Rightarrow x^2-14x+13=0 \Rightarrow$
$\Rightarrow x=\dfrac{14\pm\sqrt{196-52}}{2}=\dfrac{14\pm 12}{2} \Rightarrow x=13, \text{ y } x=1.$

La solución es $x=1$, la otra no es compatible con el enunciado del problema.

2 Sobre cada lado de un triángulo rectángulo se construye un hexágono regular. El correspondiente a la hipotenusa tiene un área de $162\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ cm^2. Sabiendo que los catetos b y c son tales que $\dfrac{c}{b}=\dfrac{4}{3}$, calcula:

a) La medida de los lados del triángulo rectángulo.



La apotema del hexágono es: $ap=l\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

El área: $S=p\cdot\dfrac{ap}{2}=6l\cdot l\dfrac{\sqrt{3}}{4}=3l^2\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$162\dfrac{\sqrt{3}}{3}=3l^2\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow l=\sqrt{\dfrac{162\cdot 2}{9}}=6$

La hipotenusa: $a=6$ cm

$\dfrac{c}{\sqrt{a^2-c^2}}=\dfrac{4}{3} \Rightarrow 3c=4\sqrt{36-c^2}$

$9c^2=16\cdot(36-c^2) \Rightarrow 9c^2=576-16c^2 \Rightarrow 25c^2=576 \Rightarrow c^2=23{,}04$

$c=4{,}8$ cm, $b=\dfrac{3c}{4} \Rightarrow b=3{,}6$ cm

b) Las áreas de los otros dos hexágonos.

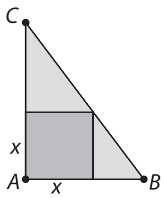
Hexágono amarillo: $S=6c^2\dfrac{\sqrt{3}}{4}=34,56\sqrt{3}\text{cm}^2$

Hexágono violeta: $S=6b^2\dfrac{\sqrt{3}}{4}=19{,}44\sqrt{3}\text{ cm}^2$

3 Sabiendo que 8, 15, 17 es una terna pitagórica, encuentra tres más, justificando tu procedimiento.

8, 15, 17 son la medida de los lados de un triángulo rectángulo y los triángulos semejantes a él serán también rectángulos y tendrán los lados proporcionales por lo tanto, serán ternas pitagóricas: 16, 30, 34; 24, 45, 51 y 32, 60, 68.

4 Los catetos de un triángulo rectángulo miden $AB=3$ cm y $AC=4$ cm. Halla la longitud del lado de un cuadrado inscrito en el rectángulo que tiene uno de sus vértices en A.



El triángulo no debe ser isósceles.

El área del triángulo: $AB\cdot\dfrac{AC}{2}=6\text{ cm}^2$ y es igual a la suma del área del cuadrado más las de los dos triángulos, luego:

$6=x^2+\dfrac{x(4-x)}{2}+\dfrac{x(3-x)}{2}=12=2x^2+4x-x^2+3x-x^2 \Rightarrow$
$\Rightarrow 7x=12 \Rightarrow x=1{,}71\text{ cm}$

5 La recta que une el centro con el punto correspondiente a la cuarta parte del lado de un cuadrado mide $2\sqrt{5}$ cm. Calcula la medida del lado del cuadrado.

$(2\sqrt{5})^2=\left(\dfrac{l}{2}\right)^2+\left(\dfrac{l}{4}\right)^2 \Rightarrow 20=\dfrac{5l^2}{16} \Rightarrow l^2=64 \Rightarrow l=8\text{ cm}$