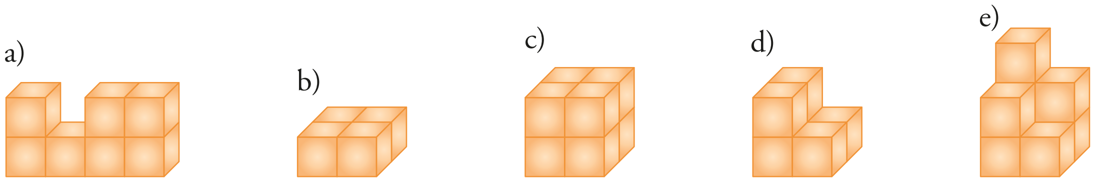
13 Áreas y volúmenes

1. Unidades de volumen

PIENSA Y CALCULA

Calcula mentalmente el volumen de las siguientes figuras teniendo en cuenta que cada cubo es una unidad.



Solución:

a) $7\ u^3$ b) $4\ u^3$ c) $8\ u^3$ d) $6\ u^3$ e) $8\ u^3$

Carné calculista 658,9 : 7,6 | C = 86,69; R = 0,056

APLICA LA TEORÍA

1 Transforma mentalmente en m^3:

a) $25\ dam^3$ b) $0{,}02\ hm^3$
c) $2\,560\ dm^3$ d) $32\,000\ cm^3$
e) $45\ km^3$ f) $575\,000\ mm^3$

Solución:

a) $25\ dam^3 = 25 \times 1\,000\ m^3 = 25\,000\ m^3$
b) $0{,}02\ hm^3 = 0{,}02 \times 1\,000\,000\ m^3 = 20\,000\ m^3$
c) $2\,560\ dm^3 = 2\,560 : 1\,000\ m^3 = 2{,}56\ m^3$
d) $32\,000\ cm^3 = 32\,000 : 1\,000\,000\ m^3 = 0{,}032\ m^3$
e) $45\ km^3 = 45\,000\,000\,000\ m^3$
f) $570\,000\ mm^3 = 0{,}00057\ m^3$

2 Expresa en litros las siguientes cantidades:

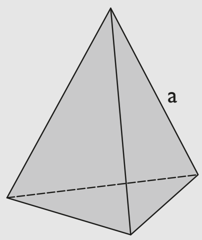
a) $5\ m^3$ b) $0{,}008\ hm^3$
c) $250\ dm^3$ d) $12\,000\ cm^3$
e) $10\ km^3$ f) $250\,000\ mm^3$

Solución:

a) $5\ m^3 = 5\,000$ litros
b) $0{,}008\ hm^3 = 8\,000\,000$ litros
c) $250\ dm^3 = 250$ litros
d) $12\,000\ cm^3 = 12$ litros
e) $10\ km^3 = 10\,000\,000\,000\,000$ litros
f) $250\,000\ mm^3 = 0{,}25$ litros

3 Haz el dibujo y calcula el área y el volumen de un tetraedro de 6 cm de arista. Redondea el resultado a dos decimales.

Solución:



$A = a^2\sqrt{3}$

$A = 6^2\sqrt{3} = 62{,}35\ cm^2$

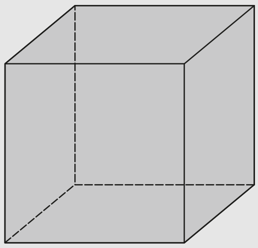
$V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$

$V = \dfrac{6^3\sqrt{2}}{12} = 25{,}46\ cm^3$

© Grupo Editorial Bruño, S.L.

4 Haz el dibujo y calcula mentalmente el área y el volumen de un cubo de 5 m de arista.

Solución:



$A = 6a^2$

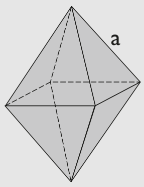
$A = 6 \cdot 5^2 = 150 \text{ m}^2$

$V = a^3$

$V = 5^3 = 125 \text{ m}^3$

5 Haz el dibujo y calcula el área y el volumen de un octaedro de 7 dm de arista. Redondea el resultado a dos decimales.

Solución:



$A = 2a^2\sqrt{3}$

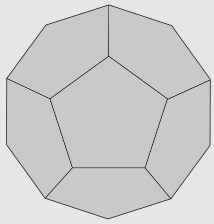
$A = 2 \cdot 7^2\sqrt{3} = 169{,}74 \text{ dm}^2$

$V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$

$V = \dfrac{7^3\sqrt{2}}{3} = 161{,}69 \text{ dm}^3$

6 Haz el dibujo y calcula el área y el volumen de un dodecaedro de 5 m de arista. Redondea el resultado a dos decimales.

Solución:



$A = 3a^2\sqrt{25 + 10\sqrt{5}}$

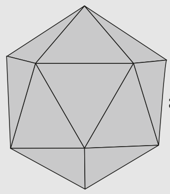
$A = 3 \cdot 5^2 \cdot \sqrt{25 + 10\sqrt{5}} = 516{,}14 \text{ m}^2$

$V = \dfrac{a^3}{4}\left(15 + 7\sqrt{5}\right)$

$V = \dfrac{5^3}{4} \cdot \left(15 + 7\sqrt{5}\right) = 957{,}89 \text{ m}^3$

7 Haz el dibujo y calcula el área y el volumen de un icosaedro de 9 cm de arista. Redondea el resultado a dos decimales.

Solución:



$A = 5a^2\sqrt{3}$

$A = 5 \cdot 9^2\sqrt{3} = 701{,}48 \text{ cm}^2$

$V = \dfrac{5a^3}{12}\left(3 + \sqrt{5}\right)$

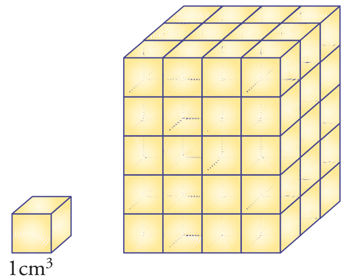
$V = \dfrac{5 \cdot 9^3}{12}\left(3 + \sqrt{5}\right) = 1\,590{,}46 \text{ cm}^3$

© Grupo Editorial Bruño, S.L.

2. Área y volumen del ortoedro, el prisma y el cilindro

PIENSA Y CALCULA

Calcula el área y el volumen de la figura mayor:



Solución:

$A = 2(4 \cdot 3 + 4 \cdot 5 + 3 \cdot 5) = 2(12 + 20 + 15) = 2 \cdot 47 = 94\ cm^2$

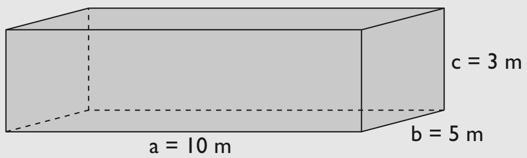
$V = 4 \cdot 3 \cdot 5 = 60\ cm^3$

Carné calculista $\frac{7}{8} \cdot \frac{1}{3} - \frac{3}{4} : \frac{6}{5} = -\frac{1}{3}$

APLICA LA TEORÍA

8 Haz el dibujo y halla el área y el volumen de un ortoedro cuyas dimensiones son 10 m, 5 m y 3 m

Solución:



$A = 2(ab + ac + bc)$

$A = 2(10 \cdot 5 + 10 \cdot 3 + 5 \cdot 3) = 190\ m^2$

$V = a \cdot b \cdot c$

$V = 10 \cdot 5 \cdot 3 = 150\ m^3$

9 Haz el dibujo y halla el área y el volumen de un prisma cuadrangular en el que la arista de la base mide 3 cm y la altura del prisma mide 8 cm

Solución:

$A_B = \ell^2 \Rightarrow$

$A_B = 3^2 = 9\ cm^2$

$A_L = 4\ell H \Rightarrow$

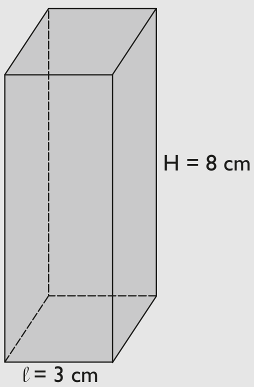
$A_L = 4 \cdot 3 \cdot 8 = 96\ cm^2$

$A_T = 2A_B + A_L \Rightarrow$

$A_T = 2 \cdot 9 + 96 = 114\ cm^2$

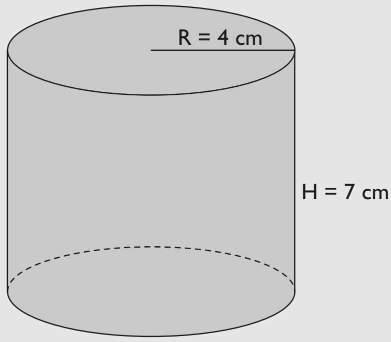
$V = A_B \cdot H \Rightarrow$

$V = 9 \cdot 8 = 72\ cm^3$



10 Haz el dibujo y calcula el área y el volumen de un cilindro recto de 4 cm de radio de la base y 7 cm de altura. Aproxima el resultado a dos decimales.

Solución:



$A_B = \pi R^2 \Rightarrow A_B = \pi \cdot 4^2 = 50,27\ cm^2$

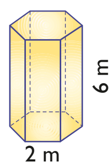
$A_L = 2\pi RH \Rightarrow A_L = 2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 7 = 175,93\ cm^2$

$A_T = 2A_B + A_L \Rightarrow$

$A_T = 2 \cdot 50,27 + 175,93 = 276,47\ cm^2$

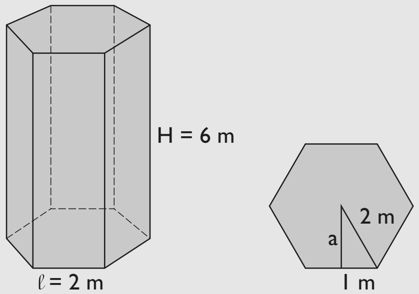
$V = A_B \cdot H \Rightarrow V = 50,27 \cdot 7 = 351,89\ cm^3$

11 Calcula el área y el volumen de un prisma hexagonal en el que la arista de la base mide 2 m y la altura del prisma mide 6 m. Aproxima el resultado a dos decimales.



© Grupo Editorial Bruño, S.L.

Solución:



$A_B = \frac{P \cdot a}{2}$

Se calcula la apotema:

$a = \sqrt{2^2 - 1} = \sqrt{3} = 1,73$ m

$A_B = \frac{6 \cdot 2 \cdot 1,73}{2} = 10,38\ m^2$

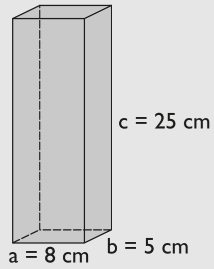
$A_L = 6\ell H \Rightarrow A_L = 6 \cdot 2 \cdot 6 = 72\ m^2$

$A_T = 2A_B + A_L \Rightarrow A_T = 2 \cdot 10,38 + 72 = 92,76\ m^2$

$V = A_B \cdot H \Rightarrow V = 10,38 \cdot 6 = 62,28\ m^3$

12 Se ha construido un recipiente con forma de ortoedro, para envasar leche, cuyas dimensiones son 8 cm, 5 cm y 25 cm. Dibuja el recipiente, calcula su volumen y exprésalo en litros.

Solución:



$V = a \cdot b \cdot c$

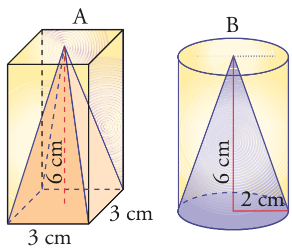
$V = 8 \cdot 5 \cdot 25 = 1\,000\ cm^3 = 1$ litro

3. Área y volumen de la pirámide, el cono y la esfera

PIENSA Y CALCULA

a) Calcula mentalmente el volumen del prisma de la figura A y, sabiendo que la pirámide tiene un volumen de 18 cm^3, halla cuántas veces es más pequeño el volumen de la pirámide que el del prisma.

b) Calcula mentalmente el volumen del cilindro de la figura B en función de π y, sabiendo que el cono tiene un volumen de $8\pi\ cm^3$, halla cuántas veces es más pequeño el volumen del cono que el del cilindro.



Solución:

a) Volumen del prisma:

$V = 3 \cdot 3 \cdot 6 = 54\ cm^3$

$54 : 18 = 3$

El volumen de la pirámide es una tercera parte del volumen del prisma.

b) Volumen del cilindro:

$V = \pi \cdot 2^2 \cdot 6 = 24\pi\ cm^3$

$24\pi : 8\pi = 3$

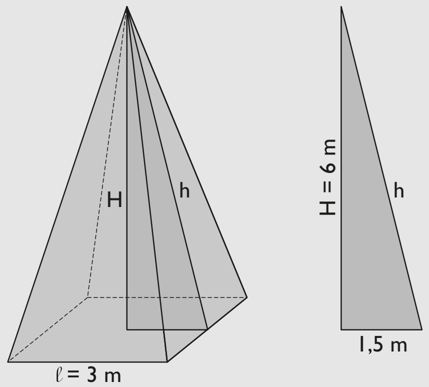
El volumen del cono es una tercera parte del volumen del cilindro.

Carné calculista 305,7 : 0,69 | C = 443,04; R = 0,0024

© Grupo Editorial Bruño, S.L.

13 Haz el dibujo y halla el área y el volumen de una pirámide cuadrangular cuya base tiene 3 m de arista y cuya altura mide 6 m. Aproxima el resultado a dos decimales.

Solución:



$A_B = \ell^2 \Rightarrow A_B = 3^2 = 9\ m^2$

$A_L = 4\ell \cdot h : 2$

Se calcula la apotema de la pirámide:

$h = \sqrt{1,5^2 + 6^2} = 6,18\ m$

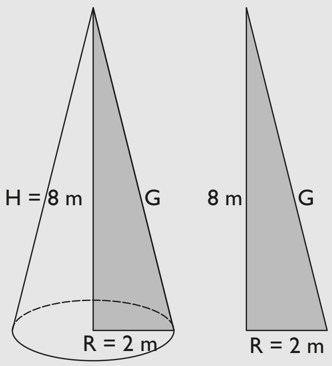
$A_L = 4 \cdot 3 \cdot 6,18 : 2 = 37,08\ m^2$

$A_T = A_B + A_L \Rightarrow A_T = 9 + 37,08 = 46,08\ m^2$

$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 6 = 18\ m^3$

14 Haz el dibujo y halla el área y el volumen de un cono recto en el que el radio de la base mide 2 m y la altura mide 8 m. Aproxima el resultado a dos decimales.

Solución:



$A_B = \pi R^2 \Rightarrow A_B = \pi \cdot 2^2 = 12,57\ m^2$

$A_L = \pi RG$

Se calcula la generatriz G:

$G = \sqrt{2^2 + 8^2} = 8,25\ m$

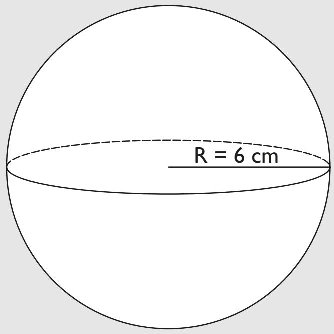
$A_L = \pi \cdot 2 \cdot 8,25 = 51,84\ m^2$

$A_T = A_B + A_L \Rightarrow A_T = 12,57 + 51,84 = 64,41\ m^2$

$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 12,57 \cdot 8 = 33,52\ m^3$

15 Haz el dibujo y calcula el área y el volumen de una esfera cuyo radio mide 6 cm. Aproxima el resultado a dos decimales.

Solución:

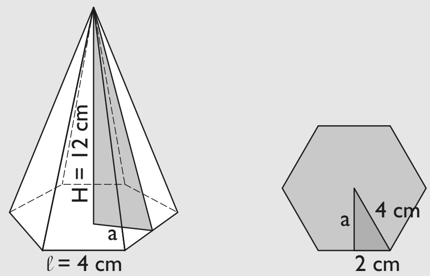


$A = 4\pi R^2 \Rightarrow A = 4\pi \cdot 6^2 = 452,39\ cm^2$

$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi \cdot 6^3 = 904,78\ cm^3$

16 Se ha construido un adorno de metacrilato con forma de pirámide hexagonal cuya base tiene 4 cm de arista y cuya altura mide 12 cm. El metacrilato cuesta 28,5 € el m². Dibuja el adorno y calcula el precio del material. Aproxima el resultado a dos decimales.

Solución:



$A_B = \frac{P \cdot a}{2}$

Se calcula la apotema de la base, a:

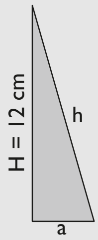
$a = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12} = 3,46\ cm$

$A_B = \frac{6 \cdot 4 \cdot 3,46}{2} = 41,52\ cm^2$

$A_L = 6 \cdot l \cdot h : 2$

© Grupo Editorial Bruño, S.L.

Se calcula la apotema de la pirámide, h:



$h = \sqrt{3{,}46^2 + 12^2} = 12{,}49$ cm

$A_L = 6 \cdot 4 \cdot 12{,}49 : 2 = 149{,}88\ cm^2$

$A_T = A_B + A_L$

$A_T = 41{,}52 + 149{,}88 = 191{,}4\ cm^2$

El coste del metacrilato es:

$191{,}4 : 10\,000 \cdot 28{,}5 = 0{,}55$ €

4. Área y volumen del tronco de pirámide y tronco de cono

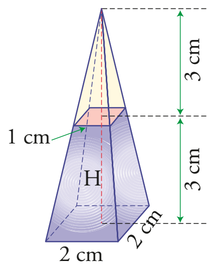
PIENSA Y CALCULA

a) Calcula mentalmente el volumen del tronco de pirámide azul restando, del volumen del total de la pirámide, el volumen de la pirámide amarilla.

b) Comprueba que el resultado es el mismo que aplicando la fórmula:

$$V = \frac{1}{3}\left(A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} \cdot A_{B_2}}\right) \cdot H$$

donde H es la altura del tronco de pirámide.



Solución:

a) Volumen de la pirámide: $V = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 6 = 8\ cm^3$

Volumen de la pirámide amarilla: $V = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 3 = 1\ cm^3$

Volumen del tronco: $V = 8 - 1 = 7\ cm^3$

b) $V = \frac{1}{3}\left(4 + 1 + \sqrt{4 \cdot 1}\right) \cdot 3 = 7\ cm^3$

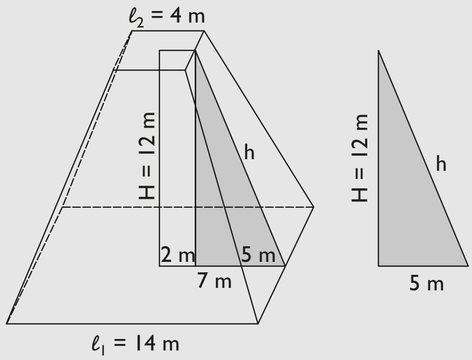
El resultado es el mismo.

Carné calculista $\frac{4}{9} \cdot \left(\frac{5}{6} - \frac{2}{3}\right) = \frac{2}{27}$

APLICA LA TEORÍA

17 Haz el dibujo y halla el área y el volumen de un tronco de pirámide cuadrada en el que la arista de la base mayor mide 14 m; la arista de la base menor, 4 m; y la altura, 12 m. Aproxima el resultado a dos decimales.

Solución:



© Grupo Editorial Bruño, S.L.

$A_{B_1} = \ell_1^2 \Rightarrow A_{B_1} = 14^2 = 196 \text{ m}^2$

$A_{B_2} = \ell_2^2 \Rightarrow A_{B_2} = 4^2 = 16 \text{ m}^2$

$A_L = 4 \cdot \dfrac{\ell_1 + \ell_2}{2} \cdot h$

Se calcula la apotema del tronco de pirámide, h:

$h = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ m}$

$A_L = 4 \cdot \dfrac{14 + 4}{2} \cdot 13 = 468 \text{ m}^2$

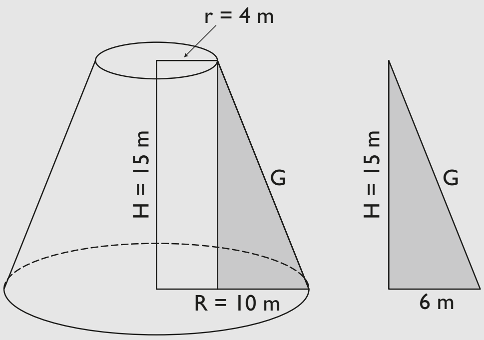
$A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L \Rightarrow A_T = 196 + 16 + 468 = 680 \text{ m}^2$

$V = \dfrac{1}{3}\left(A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} \cdot A_{B_2}}\right) \cdot H$

$V = \dfrac{1}{3}\left(196 + 16 + \sqrt{196 \cdot 16}\right) \cdot 12 = 1\,072 \text{ m}^3$

18 Haz el dibujo y halla el área y el volumen de un tronco de cono en el que el radio de la base mayor mide 10 m; el radio de la base menor, 4 m, y la altura, 15 m. Aproxima el resultado a dos decimales.

Solución:



$A_{B_1} = \pi R^2 \Rightarrow A_{B_1} = \pi \cdot 10^2 = 314,16 \text{ m}^2$

$A_{B_2} = \pi r^2 \Rightarrow A_{B_2} = \pi \cdot 4^2 = 50,27 \text{ m}^2$

$A_L = \pi(R + r)G$

Se calcula la generatriz, G:

$G = \sqrt{6^2 + 15^2} = 16,16 \text{ m}$

$A_L = \pi \cdot (10 + 4) \cdot 16,16 = 710,75 \text{ m}^2$

$A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L$

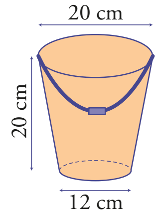
$A_T = 314,16 + 50,27 + 710,75 = 1\,075,18 \text{ m}^2$

$V = \dfrac{1}{3}\left(A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} \cdot A_{B_2}}\right) \cdot H$

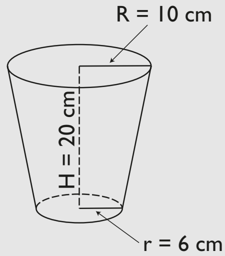
$V = \dfrac{1}{3}\left(314,16 + 50,27 + \sqrt{314,16 \cdot 50,27}\right) \cdot 15 =$

$= 2\,450,50 \text{ m}^3$

19 Calcula la cantidad de agua que cabe en el cubo de la figura:



Solución:



$A_{B_1} = \pi r^2 \Rightarrow A_{B_1} = \pi \cdot 6^2 = 113,10 \text{ cm}^2$

$A_{B_2} = \pi R^2 \Rightarrow A_{B_2} = \pi \cdot 10^2 = 314,16 \text{ cm}^2$

$V = \dfrac{1}{3}(A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} \cdot A_{B_2}}) \cdot H$

$V = \dfrac{1}{3}\left(113,10 + 314,16 + \sqrt{113,10 \cdot 314,16}\right) \cdot 20 =$

$= 4\,105,05 \text{ cm}^3$

El agua que cabe en el cubo será:

$4\,105,05 : 1\,000 = 4,10\,505 = 4,11 \text{ dm}^3 = 4,11$ litros

© Grupo Editorial Bruño, S.L.

Ejercicios y problemas

1. Unidades de volumen

20 Completa:

a) $15\ dm^3 = \dots\ cm^3$

b) $0{,}05\ dam^3 = \dots\ m^3$

c) $250\ dm^3 = \dots\ m^3$

d) $32\,500\,000\ cm^3 = \dots\ dam^3$

Solución:

a) $15\ dm^3 = 15\,000\ cm^3$

b) $0{,}05\ dam^3 = 50\ m^3$

c) $250\ dm^3 = 0{,}25\ m^3$

d) $32\,500\,000\ cm^3 = 0{,}0325\ dam^3$

21 Expresa en metros cúbicos las siguientes cantidades:

a) $1300\ dm^3$ b) $6\ hm^3$

c) $0{,}005\ km^3$ d) $400\,000\ cm^3$

Solución:

a) $1\,300\ dm^3 = 1{,}3\ m^3$

b) $6\ hm^3 = 6\,000\,000\ m^3$

c) $0{,}005\ km^3 = 5\,000\,000\ m^3$

d) $400\,000\ cm^3 = 0{,}4\ m^3$

22 Expresa en litros las siguientes cantidades:

a) $1{,}5\ m^3$ b) $0{,}04\ dam^3$

c) $25\ dm^3$ d) $750\ cm^3$

Solución:

a) $1{,}5\ m^3 = 1\,500$ litros

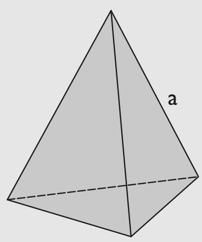
b) $0{,}04\ dam^3 = 40\,000$ litros

c) $25\ dm^3 = 25$ litros

d) $750\ cm^3 = 0{,}75$ litros

23 Haz el dibujo y calcula el área y el volumen de un tetraedro de 5 cm de arista. Redondea el resultado a dos decimales.

Solución:



$A = a^2\sqrt{3}$

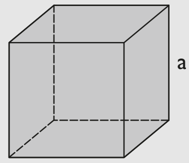
$A = 5^2\sqrt{3} = 43{,}30\ cm^2$

$V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$

$V = \dfrac{5^3\sqrt{2}}{12} = 14{,}73\ cm^3$

24 Haz el dibujo y calcula el área y el volumen de un cubo de 4 m de arista.

Solución:

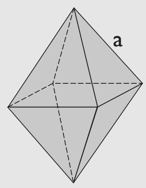


$A = 6a^2 \Rightarrow A = 6 \cdot 4^2 = 96\ m^2$

$V = a^3 \Rightarrow V = 4^3 = 64\ m^3$

25 Haz el dibujo y calcula el área y el volumen de un octaedro de 6 dm de arista. Redondea el resultado a dos decimales.

Solución:



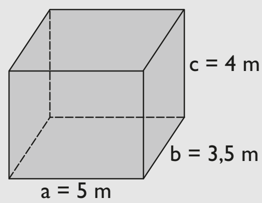
$A = 2a^2\sqrt{3} \Rightarrow A = 2 \cdot 6^2\sqrt{3} = 124{,}71\ dm^2$

$V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3} \Rightarrow V = \dfrac{6^3\sqrt{2}}{3} = 101{,}82\ dm^3$

2. Área y volumen del ortoedro, el prisma y el cilindro

26 Haz el dibujo y halla el área y el volumen de un ortoedro cuyas dimensiones son 5 m, 3,5 m y 4 m

Solución:



$A = 2(ab + ac + bc)$

$A = 2(5 \cdot 3{,}5 + 5 \cdot 4 + 3{,}5 \cdot 4) = 103\ m^2$

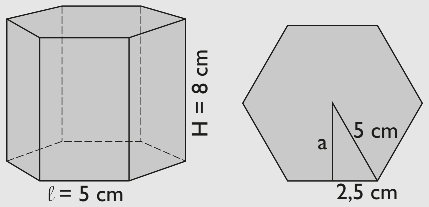
$V = a \cdot b \cdot c$

$V = 5 \cdot 3{,}5 \cdot 4 = 70\ m^3$

© Grupo Editorial Bruño, S.L.

27 Haz el dibujo y calcula el área y el volumen de un prisma hexagonal en el que la arista de la base mide 5 cm, y la altura del prisma, 8 cm. Redondea el resultado a dos decimales.

Solución:



$A_B = \dfrac{P \cdot a}{2}$

Se calcula la apotema, a:

$a = \sqrt{5^2 - 2{,}5^2} = 4{,}33$ cm

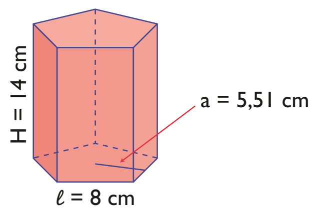
$A_B = \dfrac{6 \cdot 5 \cdot 4{,}33}{2} = 64{,}95$ cm^2

$A_L = 6 \cdot \ell \cdot H \Rightarrow A_L = 6 \cdot 5 \cdot 8 = 240$ cm^2

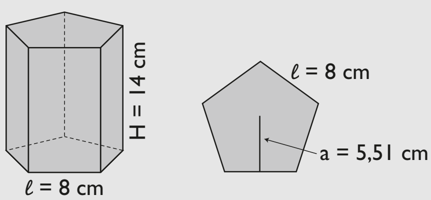
$A_T = 2A_B + A_L \Rightarrow A_T = 2 \cdot 64{,}95 + 240 = 369{,}9$ cm^2

$V = A_B \cdot H \Rightarrow V = 64{,}95 \cdot 8 = 519{,}6$ cm^3

28 Calcula el área y el volumen de un prisma pentagonal en el que la arista de la base mide 8 cm, la apotema de la base mide 5,51 cm y la altura del prisma mide 14 cm. Redondea el resultado a dos decimales.



Solución:



$A_B = \dfrac{P \cdot a}{2}$

$A_B = \dfrac{5 \cdot 8 \cdot 5{,}51}{2} = 110{,}2$ cm^2

$A_L = 5 \cdot \ell \cdot H$

$A_L = 5 \cdot 8 \cdot 14 = 560$ cm^2

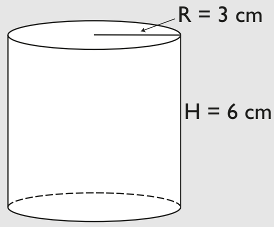
$A_T = 2A_B + A_L \Rightarrow A_T = 2 \cdot 110{,}2 + 560 = 780{,}4$ cm^2

$V = A_B \cdot H$

$V = 110{,}2 \cdot 14 = 1\,542{,}8$ cm^3

29 Haz el dibujo y calcula el área y el volumen de un cilindro recto cuya base tiene 3 cm de radio y cuya altura mide 6 cm. Redondea el resultado a dos decimales.

Solución:



$A_B = \pi R^2$

$A_B = \pi \cdot 3^2 = 28{,}27$ cm^2

$A_L = 2\pi R \cdot H$

$A_L = 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 6 = 113{,}10$ cm^2

$A_T = 2 \cdot A_B + A_L$

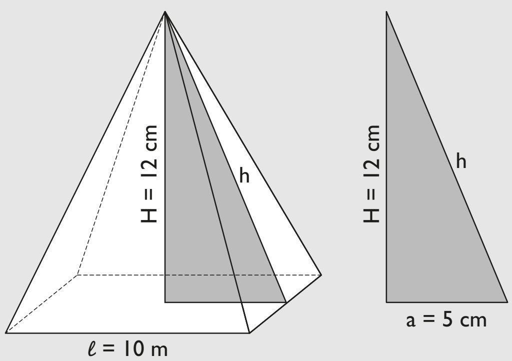
$A_T = 2 \cdot 28{,}27 + 113{,}10 = 169{,}64$ cm^2

$V = A_B \cdot H \Rightarrow V = 28{,}27 \cdot 6 = 169{,}62$ cm^3

3. Área y volumen de la pirámide, el cono y la esfera

30 Haz el dibujo y calcula el área y el volumen de una pirámide cuadrangular en la que la arista de la base mide 10 cm y la altura de la pirámide mide 12 cm

Solución:



© Grupo Editorial Bruño, S.L.

$A_B = \ell^2$

$A_B = 10^2 = 100\ m^2$

$A_L = 4 \cdot \ell \cdot h : 2$

Se calcula la apotema de la pirámide, h:

$h = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ cm

$A_L = 4 \cdot 10 \cdot 13 : 2 = 260\ cm^2$

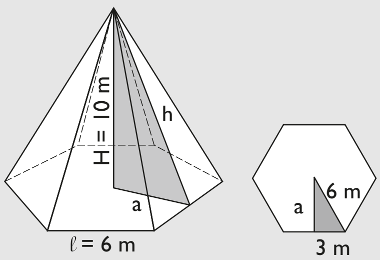
$A_T = A_B + A_L \Rightarrow A_T = 100 + 260 = 360\ cm^2$

$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$

$V = \frac{1}{3} \cdot 100 \cdot 12 = 400\ cm^3$

31 Haz el dibujo y calcula el área y el volumen de una pirámide hexagonal en la que la arista de la base mide 6 m y la altura de la pirámide mide 10 m

Solución:



$A_B = \frac{P \cdot a}{2}$

Se calcula la apotema de la base, a:

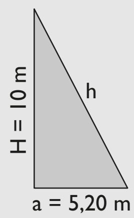
$a = \sqrt{6^2 - 3^2} = 5,20$ m

$A_B = \frac{6 \cdot 6 \cdot 5,20}{2} = 93,6\ m^2$

$A_L = 6 \cdot l \cdot h : 2$

Se calcula la apotema de la pirámide, h:

$h = \sqrt{5,20^2 + 10^2} = 11,27$ m



$A_L = 6 \cdot 6 \cdot 11,27 : 2 = 202,86\ m^2$

$A_T = A_B + A_L$

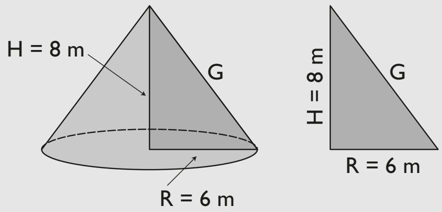
$A_T = 93,6 + 202,86 = 296,46\ m^2$

$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$

$V = \frac{1}{3} \cdot 93,6 \cdot 10 = 312\ m^3$

32 Haz el dibujo y halla el área y el volumen de un cono recto de 6 m de radio de la base y 8 m de altura.

Solución:



$A_B = \pi R^2$

$A_B = \pi \cdot 6^2 = 113,10\ m^2$

$A_L = \pi RG$

Se calcula la generatriz, G:

$G = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ m

$A_L = \pi \cdot 6 \cdot 10 = 188,50\ m^2$

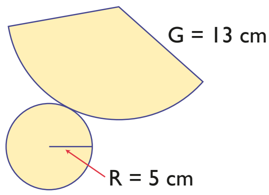
$A_T = A_B + A_L$

$A_T = 113,10 + 188,50 = 301,6\ m^2$

$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$

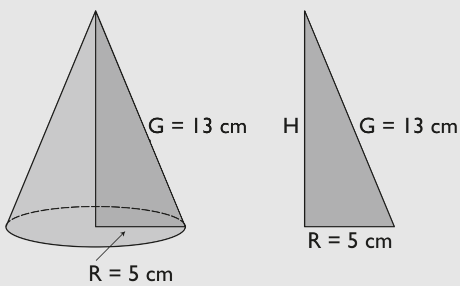
$V = \frac{1}{3} \cdot 113,10 \cdot 8 = 301,6\ m^3$

33 Calcula el área y el volumen de un cono cuyo desarrollo plano es el siguiente:



Solución:

Los datos del desarrollo plano se pueden expresar en el siguiente dibujo:



© Grupo Editorial Bruño, S.L.

$A_B = \pi R^2 \Rightarrow A_B = \pi \cdot 5^2 = 78{,}54\ cm^2$

$A_L = \pi RG \Rightarrow A_L = \pi \cdot 5 \cdot 13 = 204{,}20\ cm^2$

$A_T = A_B + A_L \Rightarrow A_T = 78{,}54 + 204{,}20 = 282{,}74\ cm^2$

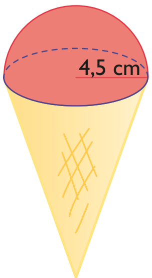
$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$

Se calcula la altura del cono, H:

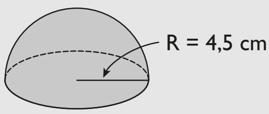
$H = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12\ cm$

$V = \frac{1}{3} \cdot 78{,}54 \cdot 12 = 314{,}16\ cm^3$

34 Calcula cuánto cuesta el helado de la figura, que es media esfera, si el litro de helado cuesta 5 €



Solución:



$V = \frac{4}{3}\pi R^3 : 2$

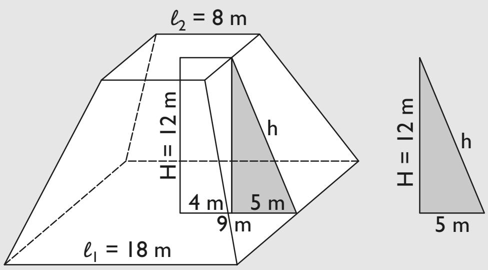
$V = \frac{4}{3}\pi \cdot 4{,}5^3 : 2 = 190{,}85\ cm^3 \simeq 0{,}19$ litros

Precio: $0{,}19 \cdot 5 = 0{,}95$ €

4. Área y volumen del tronco de pirámide y tronco de cono

35 Haz el dibujo y calcula el área y el volumen de un tronco de pirámide cuadrangular, en el que la arista de la base mayor mide 18 m, la arista de la base menor mide 8 m y la altura del tronco mide 12 m

Solución:



$A_{B_1} = \ell_1^2 \Rightarrow A_{B_1} = 18^2 = 324\ m^2$

$A_{B_2} = \ell_2^2 \Rightarrow A_{B_2} = 8^2 = 64\ m^2$

$A_L = 4 \cdot \frac{\ell_1 + \ell_2}{2} \cdot h$

Se calcula la apotema del tronco, h:

$h = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13\ m$

$A_L = 4 \cdot \frac{18 + 8}{2} \cdot 13 = 676\ m^2$

$A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L$

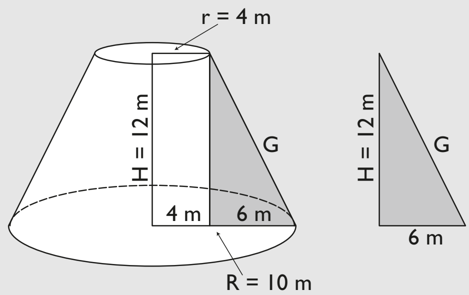
$A_T = 324 + 64 + 676 = 1\,064\ m^2$

$V = \frac{1}{3}\left(A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} \cdot A_{B_2}}\right) \cdot H$

$V = \frac{1}{3}\left(324 + 64 + \sqrt{324 \cdot 64}\right) \cdot 12 = 2\,128\ m^3$

36 Haz el dibujo y halla el área y el volumen de un tronco de cono de 12 m de altura y en el que los radios de las bases miden 10 m y 4 m

Solución:



$A_{B_1} = \pi R^2 \Rightarrow A_{B_1} = \pi \cdot 10^2 = 314{,}16\ m^2$

$A_{B_2} = \pi r^2 \Rightarrow A_{B_2} = \pi \cdot 4^2 = 50{,}27\ m^2$

$A_L = \pi(R + r)G$

Se calcula la generatriz, G:

$G = \sqrt{6^2 + 12^2} = 13{,}42\ m$

$A_L = \pi \cdot (10 + 4) \cdot 13{,}42 = 590{,}24\ m^2$

$A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L$

$A_T = 314{,}16 + 50{,}27 + 590{,}24 = 954{,}67\ m^2$

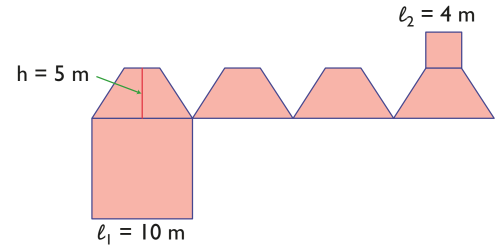
$V = \frac{1}{3}\left(A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} \cdot A_{B_2}}\right) \cdot H$

$V = \frac{1}{3}\left(314{,}16 + 50{,}27 + \sqrt{314{,}16 \cdot 50{,}27}\right) \cdot 12 =$

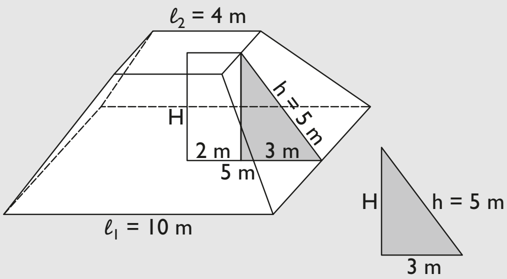
$= 1\,960{,}40\ m^3$

© Grupo Editorial Bruño, S.L.

37 Calcula el área y el volumen del tronco de pirámide cuyo desarrollo plano es el siguiente:



Solución:



$A_{B_1} = \ell_1^2 \Rightarrow A_{B_1} = 10^2 = 100\ m^2$

$A_{B_2} = \ell_2^2 \Rightarrow A_{B_2} = 4^2 = 16\ m^2$

$A_L = 4 \cdot \dfrac{\ell_1 + \ell_2}{2} \cdot h$

$A_L = 4 \cdot \dfrac{10 + 4}{2} \cdot 5 = 140\ m^2$

$A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L \Rightarrow A_T = 100 + 16 + 140 = 256\ m^2$

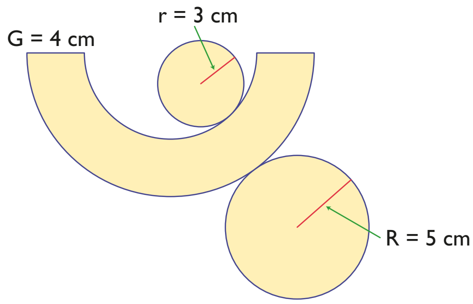
$V = \dfrac{1}{3}\left(A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} \cdot A_{B_2}}\right) \cdot H$

Se calcula la altura, H:

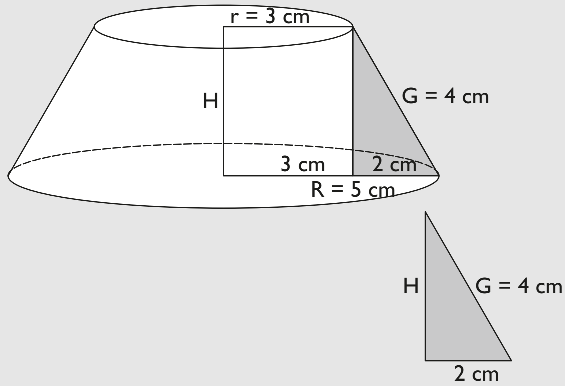
$H = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4\ m$

$V = \dfrac{1}{3}\left(100 + 16 + \sqrt{100 \cdot 16}\right) \cdot 4 = 208\ m^3$

38 Calcula el área y el volumen del tronco de cono cuyo desarrollo plano es el siguiente:



Solución:



$A_{B_1} = \pi R^2 \Rightarrow A_{B_1} = \pi \cdot 5^2 = 78{,}54\ cm^2$

$A_{B_2} = \pi r^2 \Rightarrow A_{B_2} = \pi \cdot 3^2 = 28{,}27\ cm^2$

$A_L = \pi(R + r)G$

$A_L = \pi \cdot (5 + 3)\,4 = 100{,}53\ cm^2$

$A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L$

$A_T = 78{,}54 + 28{,}27 + 100{,}53 = 207{,}34\ cm^2$

$V = \dfrac{1}{3}\left(A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} \cdot A_{B_2}}\right) \cdot H$

Se calcula la altura, H:

$H = \sqrt{4^2 - 2^2} = 3{,}46\ cm$

$V = \dfrac{1}{3}\left(78{,}54 + 28{,}27 + \sqrt{78{,}54 \cdot 28{,}27}\right) \cdot 3{,}46 =$

$= 177{,}53\ cm^3$

© Grupo Editorial Bruño, S.L.

Para ampliar

39 Halla la arista de un octaedro cuya área es $18\sqrt{3}$ m^2

Solución:

$A = 2a^2\sqrt{3}$

$2a^2\sqrt{3} = 18\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$ m

40 Halla el área de un tetraedro regular en el que la suma de sus aristas es 24 cm. Aproxima el resultado a dos decimales.

Solución:

$A = a^2\sqrt{3}$

Hay que calcular el valor de la arista.

24 : 6 = 4 cm

Luego:

$A = a^2\sqrt{3} \Rightarrow A = 4^2\sqrt{3} = 27,71$ cm^2

41 Halla la arista de un tetraedro regular cuya área mide 6,93 m^2. Aproxima el resultado a dos decimales.

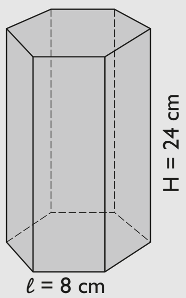
Solución:

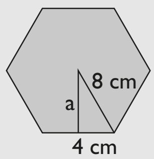
$A = a^2\sqrt{3}$

$a^2\sqrt{3} = 6,93 \Rightarrow a^2 = \dfrac{6,93}{\sqrt{3}} = 4 \Rightarrow a = 2$ m

42 Haz el dibujo y calcula el área y el volumen de un prisma hexagonal en el que la arista de la base mide 8 cm y la altura del prisma mide 24 cm. Aproxima el resultado a dos decimales.

Solución:





$A_B = \dfrac{P \cdot a}{2}$

Se calcula la apotema, a:

$a = \sqrt{8^2 - 4^2} = 6,93$ cm

$A_B = \dfrac{6 \cdot 8 \cdot 6,93}{2} = 166,32$ cm^2

$A_L = 6 \cdot \ell \cdot H$

$A_L = 6 \cdot 8 \cdot 24 = 1\,152$ cm^2

$A_T = 2A_B + A_L$

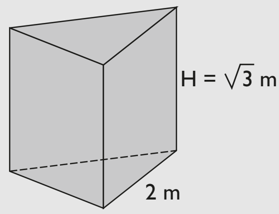
$A_T = 2 \cdot 166,32 + 1\,152 = 1\,484,64$ cm^2

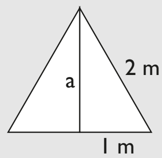
$V = A_B \cdot H$

$V = 166,32 \cdot 24 = 3\,991,68$ cm^3

43 Haz el dibujo y calcula el volumen de un prisma recto de $\sqrt{3}$ m de altura, que tiene por base un triángulo equilátero de 2 m de arista.

Solución:





$V = A_B \cdot H$

Hay que calcular el área de la base:

$A_B = \dfrac{2 \cdot a}{2} = a$

La altura del triángulo de la base es:

$a = \sqrt{2^2 - 1} = \sqrt{3}$ m

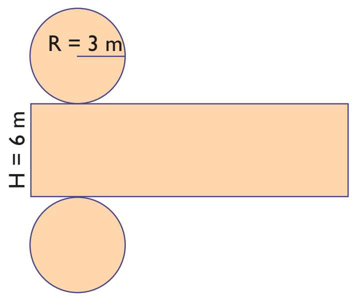
Luego:

$A_B = a = \sqrt{3}$ m

El volumen es:

$V = A_B \cdot H \Rightarrow V = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$ m^3

44 Calcula la capacidad en litros de un depósito cuyo desarrollo plano es el que se indica en la figura siguiente:



© Grupo Editorial Bruño, S.L.

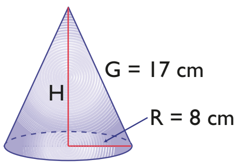
Solución:

Es un cilindro en el que el radio de la base mide 3 m y la altura del cilindro mide 6 m

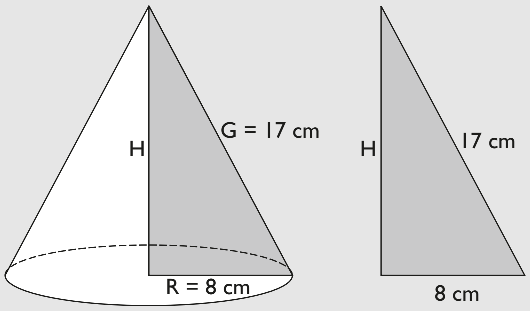
Volumen:

$V = \pi \cdot 3^2 \cdot 6 = 169{,}65\ m^3 = 169\,650$ litros

45 Calcula el área y el volumen del cono de la figura siguiente:



Solución:



$A_B = \pi R^2 \Rightarrow A_B = \pi \cdot 8^2 = 201{,}06\ cm^2$

$A_L = \pi RG \Rightarrow A_L = \pi \cdot 8 \cdot 17 = 427{,}26\ cm^2$

$A_T = A_B + A_L \Rightarrow$

$A_T = 201{,}06 + 427{,}26 = 628{,}32\ cm^2$

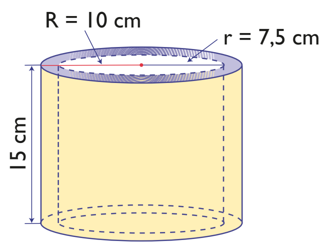
$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$

Se calcula la altura, H:

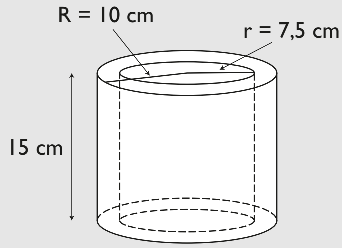
$H = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$ cm

$V = \frac{1}{3} \cdot 201{,}06 \cdot 15 = 1\,005{,}3\ cm^3$

46 Calcula el volumen de la pieza de la figura siguiente:



Solución:



El volumen de la pieza es la diferencia entre el volumen del cilindro exterior y el volumen del interior:

Área de la base del cilindro exterior:

$A = \pi R^2 \Rightarrow A = \pi \cdot 10^2 = 314{,}16\ cm^2$

Área de la base del cilindro interior:

$A' = \pi r^2 \Rightarrow A' = \pi \cdot 7{,}5^2 = 176{,}71\ cm^2$

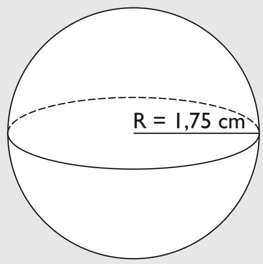
Área de la base de la pieza:

$A_B = A - A' = 314{,}16 - 176{,}71 = 137{,}45\ cm^2$

$V = A_B \cdot H \Rightarrow V = 137{,}45 \cdot 15 = 2\,061{,}75\ cm^3$

47 Haz el dibujo y calcula el área y el volumen de una esfera de 3,5 cm de diámetro.

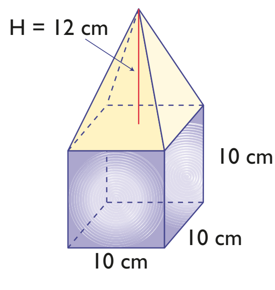
Solución:



$A = 4\pi R^2 \Rightarrow A = 4\pi \cdot 1{,}75^2 = 38{,}48\ cm^2$

$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 1{,}75^3 = 22{,}45\ cm^3$

48 Calcula el volumen de la figura siguiente:



© Grupo Editorial Bruño, S.L.

Solución:

Volumen = volumen del cubo + volumen de la pirámide

Volumen del cubo:

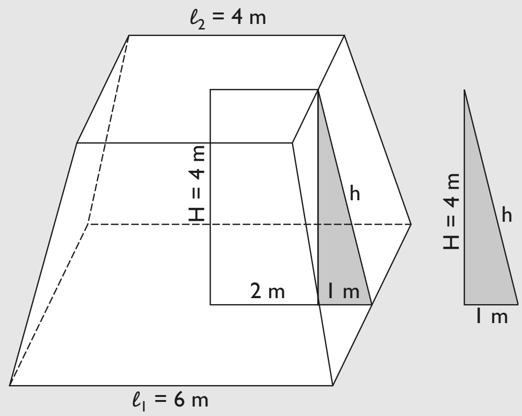
$V_C = 10^3 = 1\,000\ cm^3$

$V_P = \frac{1}{3} \cdot 10^2 \cdot 12 = 400\ cm^3$

$V = 1\,000 + 400 = 1\,400\ cm^3$

49 Haz el dibujo y calcula el área y el volumen de un tronco de pirámide cuadrangular, en el que la arista de la base mayor mide 6 m, la arista de la base menor mide 4 m y la altura del tronco mide 4 m

Solución:



$A_{B_1} = \ell_1^2 \Rightarrow A_{B_1} = 6^2 = 36\ m^2$

$A_{B_2} = \ell_2^2 \Rightarrow A_{B_2} = 4^2 = 16\ m^2$

$A_L = 4 \cdot \frac{\ell_1 + \ell_2}{2} \cdot h$

Se calcula la apotema, h:

$h = \sqrt{4^2 + 1^2} = 4,12\ m$

$A_L = 4 \cdot \frac{6 + 4}{2} \cdot 4,12 = 82,4\ m^2$

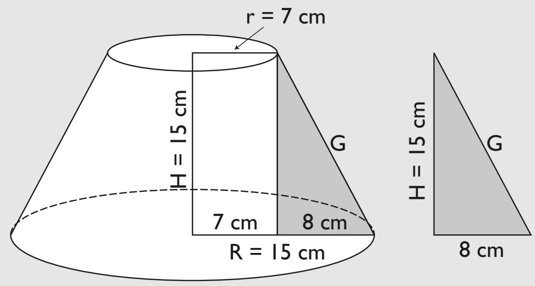
$A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L \Rightarrow A_T = 36 + 16 + 82,4 = 134,4\ m^2$

$V = \frac{1}{3}\left(A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} \cdot A_{B_2}}\right) \cdot H$

$V = \frac{1}{3}\left(36 + 16 + \sqrt{36 \cdot 16}\right) \cdot 4 = 101,33\ m^3$

50 Haz el dibujo y halla el área de un tronco de cono de 15 cm de altura en el que los radios de las bases miden 15 cm y 7 cm

Solución:



$A_{B_1} = \pi R^2 \Rightarrow A_{B_1} = \pi \cdot 15^2 = 706,86\ cm^2$

$A_{B_2} = \pi r^2 \Rightarrow A_{B_2} = \pi \cdot 7^2 = 153,94\ cm^2$

$A_L = \pi(R + r)G$

Se calcula la generatriz, G:

$G = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17\ cm$

$A_L = \pi \cdot (15 + 7) \cdot 17 = 1\,174,96\ cm^2$

$A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L$

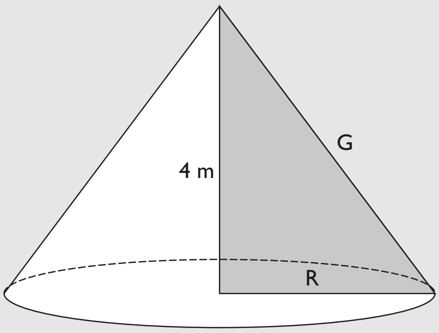
$A_T = 706,86 + 153,94 + 1\,174,96 = 2\,035,76\ cm^2$

© Grupo Editorial Bruño, S.L.

Problemas

51 Haz el dibujo y calcula el área lateral de un cono de 4 m de altura cuya base tiene una superficie que mide 9π m^2

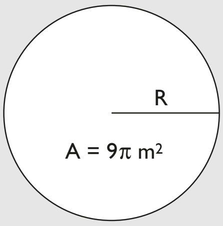
Solución:



$A_L = \pi RG$

Hay que calcular el radio de la base, R, y la generatriz, G

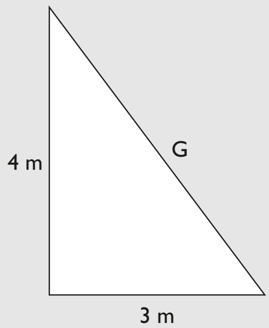
El radio R:



$A_B = \pi R^2$

$\pi \cdot R^2 = 9\pi \Rightarrow R = 3$ m

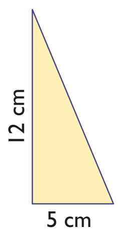
La generatriz G:



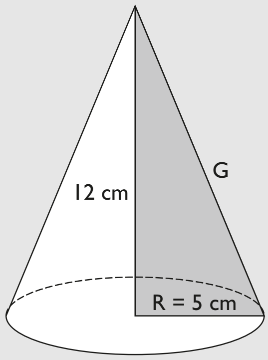
$G = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ m

$A_L = \pi \cdot 3 \cdot 5 = 47,12$ m^2

52 Haz el dibujo y calcula el área lateral del cono que se genera al hacer girar el triángulo rectángulo de la figura alrededor del cateto mayor.



Solución:



$A_L = \pi RG$

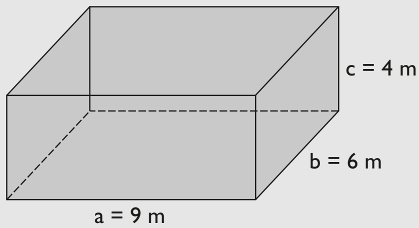
Se calcula la generatriz, G:

$G = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$ cm

$A_L = \pi \cdot 5 \cdot 13 = 204,20$ cm^2

53 Las dimensiones de un depósito de agua son 9 m × 6 m × 4 m. Dibuja el depósito y calcula cuántos litros de agua contendrá cuando esté completamente lleno.

Solución:

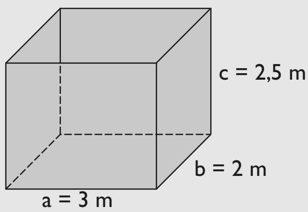


$V = a \cdot b \cdot c$

$V = 9 \cdot 6 \cdot 4 = 216$ m^3 = 216 000 litros

54 Se quiere alicatar un cuarto de baño cuyas dimensiones son 3 m, 2 m y 2,50 m. Si se cobra a 24 €/m^2, ¿cuánto costará alicatar el cuarto de baño?

Solución:



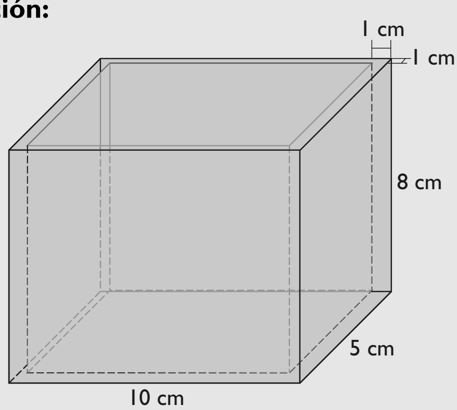
$A = 2(3 \cdot 2,5 + 2 \cdot 2,5) = 25$ m^2

Precio = $25 \cdot 12 = 300$ €

© Grupo Editorial Bruño, S.L.

55 Se ha construido una caja de madera sin tapa, con forma de ortoedro, cuyas dimensiones exteriores son 10 cm × 5 cm × 8 cm. Si la madera tiene un grosor de 1 cm, ¿cuál será la capacidad de la caja?

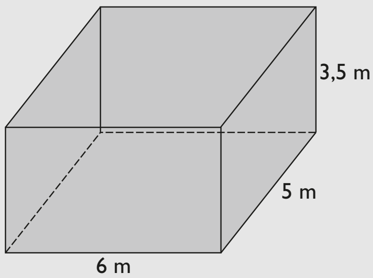
Solución:



$V = (10 - 2)(5 - 2)(8 - 2) = 144\ cm^3$

56 Un depósito de agua, con forma de ortoedro, tiene unas dimensiones de 6 m, 5 m y 3,5 m. Si está al 45% de su capacidad, ¿cuántos litros tiene?

Solución:

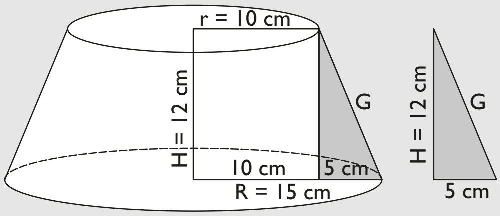


$V = 6 \cdot 5 \cdot 3,5 = 105\ m^3 = 105\,000$ litros

$105\,000 \cdot 0,45 = 47\,250$ litros

57 La tulipa de una lámpara tiene forma de tronco de cono. El radio de la base mayor mide 15 cm; el radio de la base menor, 10 cm, y su altura, 12 cm. Si el material con el que está construida cuesta a 12,5 €/m², ¿cuál será el precio del material utilizado?

Solución:



$A_L = \pi(R + r)G$

Se calcula la generatriz, G:

$G = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$ cm

$A_L = \pi(15 + 10) \cdot 13 = 1\,021,02\ cm^2 = 0,1\,021\ m^2$

Precio del material: $0,1021 \cdot 12,5 = 1,28$ €

58 Un bote de refresco, con forma de cilindro, contiene 33 cl. Calcula el radio de la base sabiendo que su altura es de 11 cm

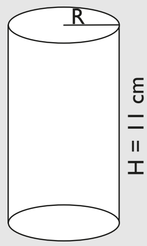
Solución:

$V = A_B \cdot H$

$\pi R^2 \cdot 11 = 330\ cm^3$

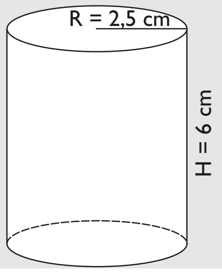
$R^2 = \dfrac{330}{11\pi} = 9,55$

$R = 3,09$ cm



59 El envase de un yogur es un cilindro en el que el diámetro de la base mide 5 cm, y la altura, 6 cm. Calcula la superficie de la etiqueta que rodea completamente la superficie lateral del envase.

Solución:



$A_L = 2\pi RH$

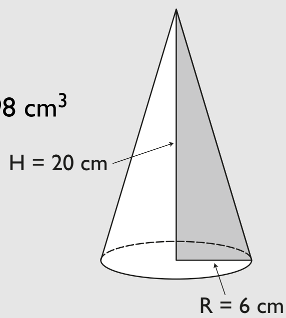
$A_L = 2 \cdot \pi \cdot 2,5 \cdot 6 = 94,25\ cm^2$

60 Se quiere hacer una pieza de plástico con forma de cono recto, que debe llenarse de agua. Si la pieza debe tener 12 cm de diámetro de la base y 20 cm de altura, ¿cuál será su volumen?

Solución:

$V = \dfrac{1}{3} A_B \cdot H$

$V = \dfrac{1}{3} \pi \cdot 6^2 \cdot 20 = 753,98\ cm^3$

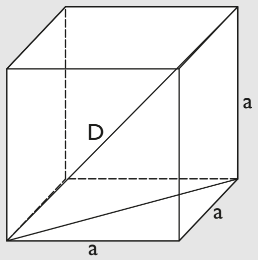


© Grupo Editorial Bruño, S.L.

Para profundizar

61 La diagonal de un cubo mide 4 m. Calcula el área total del cubo.

Solución:



Aplicando el teorema de Pitágoras en el espacio:

$D^2 = a^2 + a^2 + a^2$

$D^2 = 3a^2$

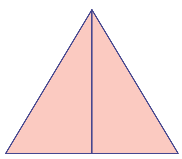
$3a^2 = 4^2$

$3a^2 = 16$

$a^2 = 16/3$

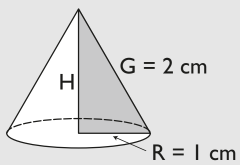
$A = 6 \cdot 16/3 = 32\ m^2$

62 Calcula el área lateral y el volumen del cuerpo que se genera al hacer girar el triángulo equilátero de la figura sobre su altura.



2 cm

Solución:



Se genera un cono de altura H, de generatriz G = 2 cm y radio de la base R = 1 cm

$A_L = \pi RG \Rightarrow A_L = \pi \cdot 1 \cdot 2 = 6{,}28\ cm^2$

$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H$

Se calcula la altura, H:

$H = \sqrt{2^2 - 1^2} = 1{,}73\ cm$

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 1 \cdot 1{,}73 = 1{,}81\ cm^3$

63 Se introduce una esfera en un recipiente completamente lleno de agua y se derraman $36\pi\ dm^3$ de agua. Calcula el radio de la esfera.

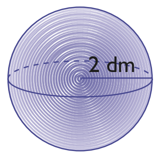
Solución:

$\frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi$

$R^3 = \frac{3 \cdot 36\pi}{4\pi} = 27$

R = 3 dm

64 Calcula el peso de la esfera de la figura sabiendo que es maciza y su densidad es de $7{,}5\ kg/dm^3$



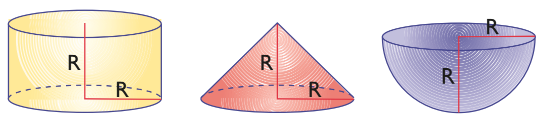
Solución:

$V = \frac{4}{3}\pi R^3$

$V = \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 = 33{,}51\ dm^3$

Peso = 33,51 · 7,5 = 251,33 kg

65 Compara los volúmenes de los tres cuerpos.
¿Qué relación encuentras entre ellos?



Solución:

$V_{Cilindro} = A_B \cdot H \Rightarrow V_{Cilindro} = \pi R^2 R = \pi R^3$

$V_{Cono} = \frac{1}{3} A_B \cdot H \Rightarrow V_{Cono} = \frac{1}{3}\pi R^2 R = \frac{1}{3}\pi R^3$

$V_{Semiesfera} = \frac{4}{3}\pi R^3 : 2 \Rightarrow V_{Semiesfera} = \frac{2}{3}\pi R^3$

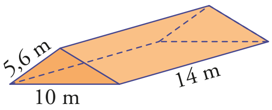
Se da la relación:

$\frac{2}{3}\pi R^3 + \frac{1}{3}\pi R^3 = \pi R^3$

$V_{Semiesfera} + V_{Cono} = V_{Cilindro}$

© Grupo Editorial Bruño, S.L.

66 Se quieren poner tejas en un tejado como el de la figura adjunta. Si cada teja cubre aproximadamente 5 dm^2, ¿cuántas tejas harán falta para cubrir el tejado?

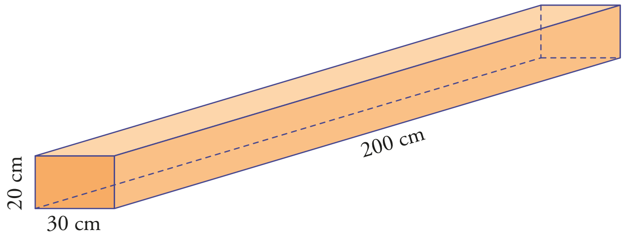


Solución:
Área del tejado: $2 \cdot 5{,}6 \cdot 14 = 156{,}8\ m^2$
$156{,}8\ m^2 = 15\,680\ dm^2$
$15\,680 : 5 = 3\,136$ tejas.

67 A Pedro le ha recetado el médico que se tome 10 cm^3 de jarabe para la tos tres veces al día. Si el frasco contiene 240 ml, ¿cuántos días puede tomar jarabe?

Solución:
Toma cada día: $3 \cdot 10 = 30\ cm^3 = 30$ ml
Nº de días: $240 : 30 = 8$ días.

68 Una viga de hormigón tiene forma de ortoedro de dimensiones 200 cm × 30 cm × 20 cm. Si la densidad del hormigón es 2,4 kg/dm^3, ¿cuánto pesará la viga?



Solución:
$V = 2 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}2 = 0{,}12\ m^3$
$0{,}12\ m^3 = 120\ dm^3$
Peso: $120 \cdot 2{,}4 = 288$ kg

© Grupo Editorial Bruño, S.L.

Comprueba lo que sabes

1 Escribe los múltiplos y submúltiplos del metro cúbico. Pon un ejemplo de cómo se pasa de hectómetro cúbico a metro cúbico.

Solución:

	Nombre	Abreviatura	Cantidad en metros
Múltiplos	kilómetro cúbico	**km³**	$1\,000\,000\,000 \text{ m}^3 = 10^9 \text{ m}^3$
	hectómetro cúbico	**hm³**	$1\,000\,000 \text{ m}^3 = 10^6 \text{ m}^3$
	decámetro cúbico	**dam³**	$1\,000 \text{ m}^3 = 10^3 \text{ m}^3$
	metro cúbico	**m³**	1 m^3
Submúltiplos	decímetro cúbico	**dm³**	$0{,}001 \text{ m}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$
	centímetro cúbico	**cm³**	$0{,}000001 \text{ m}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3$
	milímetro cúbico	**mm³**	$0{,}000000001 \text{ m}^3 = 10^{-9} \text{ m}^3$

Ejemplo

$12 \text{ hm}^3 = 12\,000\,000 \text{ m}^3$

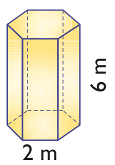
2 Completa:

a) $17 \text{ hm}^3 = \ldots$ litros b) $250 \text{ cl} = \ldots \text{ dm}^3$
c) $2\,000 \text{ cm}^3 = \ldots$ litros d) $5 \text{ ml} = \ldots \text{ cm}^3$

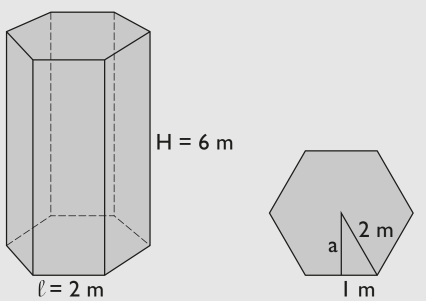
Solución:

a) $17 \text{ hm}^3 = 17\,000\,000\,000$ litros
b) $250 \text{ cl} = 2{,}5 \text{ dm}^3$
c) $2\,000 \text{ cm}^3 = 2$ litros
d) $5 \text{ ml} = 5 \text{ cm}^3$

3 Calcula el área y el volumen de un prisma hexagonal en el que la arista de la base mide 2 m y la altura del prisma mide 6 m. Aproxima el resultado a dos decimales.



Solución:



$$A_B = \frac{P \cdot a}{2}$$

Se calcula la apotema:

$$a = \sqrt{2^2 - 1} = \sqrt{3} = 1{,}73 \text{ m}$$

$$A_B = \frac{6 \cdot 2 \cdot 1{,}73}{2} = 10{,}38 \text{ m}^2$$

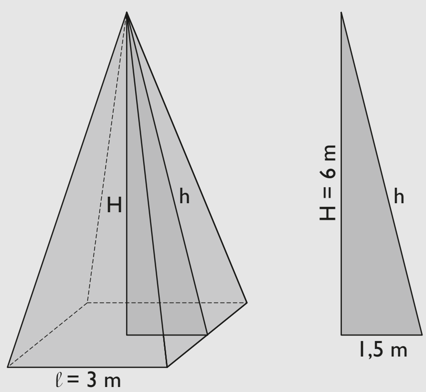
$$A_L = 6\ell H \Rightarrow A_L = 6 \cdot 2 \cdot 6 = 72 \text{ m}^2$$

$$A_T = 2A_B + A_L \Rightarrow A_T = 2 \cdot 10{,}38 + 72 = 92{,}76 \text{ m}^2$$

$$V = A_B \cdot H \Rightarrow V = 10{,}38 \cdot 6 = 62{,}28 \text{ m}^3$$

4 Haz el dibujo y halla el área y el volumen de una pirámide cuadrangular cuya base tiene 3 m de arista y cuya altura mide 6 m. Aproxima el resultado a dos decimales.

Solución:



© Grupo Editorial Bruño, S.L.

$A_B = \ell^2 \Rightarrow A_B = 3^2 = 9\ m^2$

$A_L = 4\ell \cdot h : 2$

Se calcula la apotema de la pirámide, h:

$h = \sqrt{1{,}5^2 + 6^2} = 6{,}18\ m$

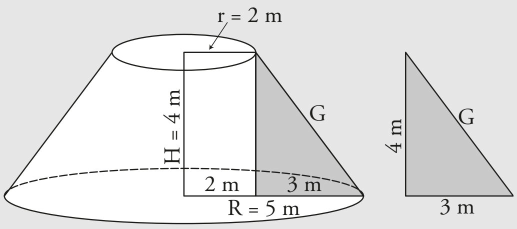
$A_L = 4 \cdot 3 \cdot 6{,}18 : 2 = 37{,}08\ m^2$

$A_T = A_B + A_L \Rightarrow A_T = 9 + 37{,}08 = 46{,}08\ m^2$

$V = \frac{1}{3} A_B \cdot H \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 6 = 18\ m^3$

5 Halla el área y el volumen de un tronco de cono en el cual el radio de la base mayor mide 5 m; el radio de la base menor, 2 m, y la altura, 4 m. Aproxima el resultado a dos decimales.

Solución:



$A_{B_1} = \pi R^2 \Rightarrow A_{B_1} = \pi \cdot 5^2 = 78{,}54\ m^2$

$A_{B_2} = \pi r^2 \Rightarrow A_{B_2} = \pi \cdot 2^2 = 12{,}57\ m$

$A_L = \pi(R + r)G$

Hay que calcular la generatriz, G:

$G = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\ m$

$A_L = \pi \cdot (5 + 2) \cdot 5 = 109{,}96\ m^2$

$A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L$

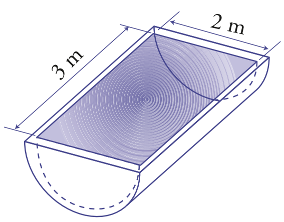
$A_T = 78{,}54 + 12{,}57 + 109{,}96 = 201{,}07\ m^2$

$V = \frac{1}{3}\left(A_{B_1} + A_{B_2} + \sqrt{A_{B_1} \cdot A_{B_2}}\right)$

$V = \left(78{,}54 + 12{,}57 + \sqrt{78{,}54 \cdot 12{,}57}\right) \cdot 4 =$

$= 163{,}37\ m^3$

6 ¿Cuántas garrafas de 5 litros se llenarán con el agua del depósito de la figura?



Solución:

$V = V_{Cilindro} : 2 = \pi \cdot 1^2 \cdot 3 : 2 = 4{,}71\ m^3 =$

$= 4\,710$ litros

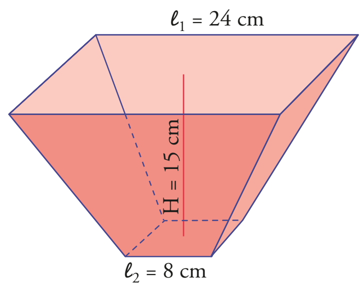
$4\,710 : 5 = 942$ garrafas.

7 Se introduce una esfera en un recipiente completamente lleno de agua y se derraman $36\pi\ dm^3$ de agua. Calcula el radio de la esfera.

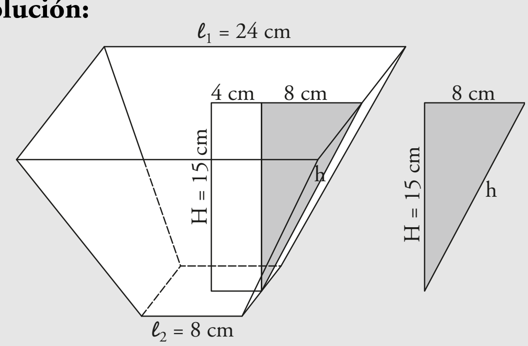
Solución:

$\frac{4}{3}\pi R^3 = 36 \Rightarrow R^3 = \frac{3 \cdot 36\pi}{4\pi} = 27 \Rightarrow R = 3\ dm$

8 Se quiere construir un farolillo con forma de tronco de pirámide y con las caras laterales de cristal. Si la arista de la base mayor mide 24 cm, la arista de la base menor mide 8 cm, y la altura mide 15 cm, ¿cuánto costará el cristal de las caras laterales si se cobra a 24 € el metro cuadrado?



Solución:



$A_L = 4 \cdot \frac{\ell_1 + \ell_2}{2} \cdot h$

Hay que calcular la apotema del tronco de pirámide, h:

$h = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17\ cm$

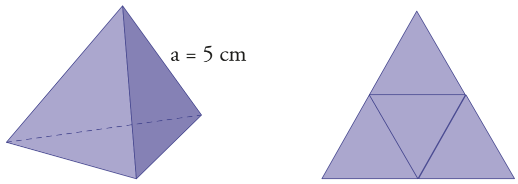
$A_L = 4 \cdot \frac{24 + 8}{2} \cdot 17 = 1\,088\ cm^2 = 0{,}1088\ m^2$

Dinero $= 0{,}1088 \cdot 24 = 2{,}61$ €

© Grupo Editorial Bruño, S.L.

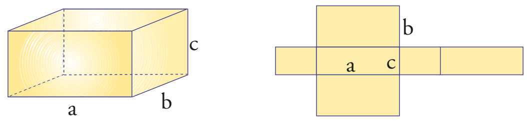
Paso a paso

69 Calcula el área y el volumen de un tetraedro de 5 cm de arista.



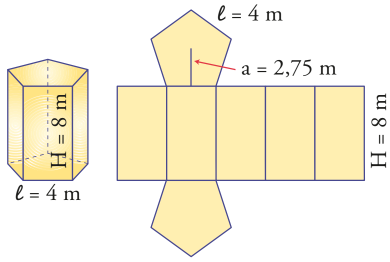
Solución:
Resuelto en el libro del alumnado.

70 Calcula el área y el volumen de un ortoedro de 5 cm, 3 cm, y 2 cm de aristas.



Solución:
Resuelto en el libro del alumnado.

71 Calcula el área y el volumen de un prisma pentagonal de 4 m de arista de la base; 2,75 m de apotema de la base y 8 m de altura.

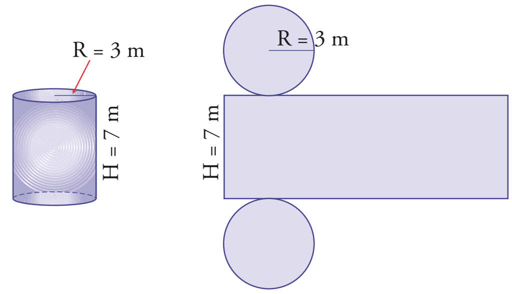


72 **Internet.** Abre: **www.editorial-bruno.es** y elige **Matemáticas, curso** y **tema.**

© Grupo Editorial Bruño, S.L.

Practica

73 Halla el área y el volumen de un cilindro recto de 3 m de radio de la base y 7 m de altura.



Solución:

Ejercicio 73

Área y volumen del cilindro

$R = 3 \rightarrow 3$

$H = 7 \rightarrow 7$

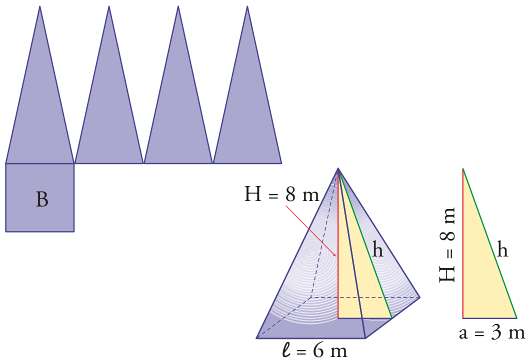
$Abase = pi\_ \cdot R^2 \rightarrow 28.274$

$Alateral = 2 \cdot pi\_ \cdot R \cdot H \rightarrow 131.95$

$Atotal = 2 \cdot Abase + Alateral \rightarrow 188.5$

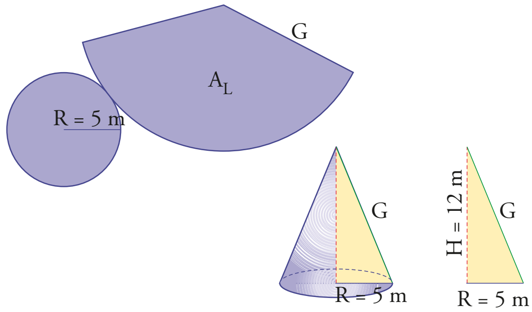
$V = Abase \cdot H \rightarrow 197.92$

74 Halla el área y el volumen de una pirámide cuadrangular de 6 m de arista de la base y 8 m de altura.



Solución:

75 Halla el área y el volumen de un cono recto de 5 m de radio de la base y 12 m de altura.



Solución:

Ejercicio 75

Área y volumen del cono

$R = 5 \rightarrow 5$

$H = 12 \rightarrow 12$

$G = \sqrt{R^2 + H^2} \rightarrow 13$

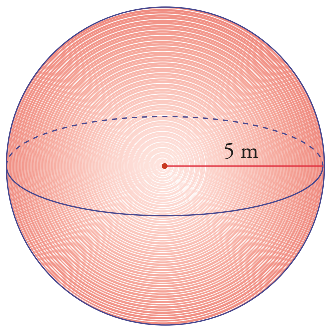
$Abase = pi\_ \cdot R^2 \rightarrow 78.54$

$Alateral = pi\_ \cdot R \cdot G \rightarrow 204.2$

$Atotal = Abase + Alateral \rightarrow 282.74$

$V = \frac{1}{3} Abase \cdot H \rightarrow 314.16$

76 Halla el área y el volumen de una esfera de 3 m de radio.



Solución:

© Grupo Editorial Bruño, S.L.

Soluciones de la Evaluación de Diagnóstico

Bloque 4: Geometría

1 b

2 c

3 d

4 b

5 b

6 a

7 d

8 b

9 c

10 a

Ejercicios

11 **Carpintero**

A: Sí.
B: No.
C: Sí.
D: Sí.

12 **Dados**

I: No.
II: Sí.
III: Sí.
IV: No.

© Grupo Editorial Bruño, S.L.